LA POTENCIA DE LA PRUEBA EN LOS DISEÑOS EXPERIMENTALES

Por Sigifredo Romero Chávez, Edward J. Carney y Basilio Rojas

El número de repeticiones que se emplea en los diseños experimentales está íntimamente relacionado con la potencia de la prueba y su importancia radica en la determinación del número de repeticiones adecuado al tamaño de las diferencias que se espera existan entre los tratamientos. Esta importancia puede decirse que es de carácter económico debido a que, cuando se emplea un número de repeticiones mayor que el necesario, se desperdician recursos que bien podrían emplearse en otra investigación. Por otro lado, si el número de repeticiones es menor que el necesario, puede llegar a concluirse que en una investigación no hay diferencias significativas, cuando de hecho existen, porque el experimento no tuvo la potencia de prueba necesaria. El presente estudio está relacionado con un tema muy amplio denominado Pruebas de Hipótesis, el cual corresponde a una de las dos grandes ramas de la Inferencia Estadística y en particular, a los conceptos de la potencia de la prueba, sensibilidad y número de repeticiones en el diseño de experimentos.

Existen varios trabajos sobre la potencia de la prueba; sin embargo, no se ha generalizado su uso en el campo de la investigación agrícola. Una de las posibles razones es el hecho de que con las tablas y gráficas existentes, el investigador, para hacer uso de ellas, debe conocer a fondo la teoría de las pruebas de hipótesis, el comportamiento de las funciones de distribución derivadas de la muestra (el diseño), y las formas iterativas para llegar a la determinación del número de repeticiones adecuado a sus necesidades.

Por otra parte, en el caso de contarse con recursos limitados tanto económicos, como humanos, destinados a la investigación, el número de repeticiones toma un papel muy importante en el diseño de cada experimento. Cuando el número de repeticiones es mayor que el necesario, podría pensarse que se están malgastando recursos que podían emplearse en otras investigaciones; cuando es menor que el necesario, existe la posibilidad de llegar a resultados erróneos, concluyendo que no hay diferencias significativas entre los tratamientos, cuando en realidad existen, y éste es el caso más desfavorable a que puede llegar una investigación.

El objeto principal del presente trabajo es la obtención de unas tablas que provean directamente los grados libres del denominador en la prueba de F para una potencia de prueba dada y permitan deducir fácilmente las repeticiones necesarias en un diseño experimental, de acuerdo con el tamaño de las diferencias que se espera detectar.

Puede decirse que las tablas objeto de este trabajo son una extensión de las tablas de TANG (1938), con una variante que permite obtener los valores de f_2 a niveles fijos de α, β, λ y f_1.

REVISION DE LITERATURA

Antecedentes sobre pruebas de hipótesis y tablas relacionadas

Las pruebas de hipótesis como técnica estadística han sido ampliamente discutidas desde hace tiempo por varios autores con no pocos puntos de divergencia

(R. A. Fisher, 1935; Pearson, 1951; J. Neyman, 1938; A. Wald, 1942; S. Kolodziejczyk, 1935). Sin embargo, estos investigadores han logrado unificar el criterio en lo que se refiere a hipótesis estadísticas y a la selección de pruebas más eficientes o uniformemente más poderosas. Cuando las hipótesis con las características mencionadas existen, su identificación está relacionada con el criterio de la "Relación de Verosimilitud".

Otros autores han desarrollado e incluido los conceptos de la "función de pérdida" y la "función de riesgo" en las pruebas de hipótesis (A. Wald, 1950; E. L. Lehman, 1959; H. Chernoff y L. E. Moses, 1959, y D. Blackwell y M. A. Girshick, 1954).

Entre los distintos trabajos relacionados con la "potencia de la prueba" se distingue el de P. C. Tang (1938). Este investigador tiene tabulados los valores de P (II), (probabilidad del error tipo II) dados los valores de f_1, f_2, α y ϕ, donde

$$\phi = \sqrt{\frac{2\lambda}{(f_1+1)}}$$

y transforma la función F no-central a una β no-central por medio de la variable

$$E_2 = \frac{pF'}{(q+pF')}$$

donde

$$p = \frac{f_1}{2} \qquad q = \frac{f_2}{2}$$

Las gráficas de Pearson y Hartley (1951), al igual que las tablas de Tang, están calculadas para los mismos niveles de α y de f_1. Lehmer (1944) calculó unas tablas para ϕ, que podrían considerarse como tablas inversas de Tang. Unas tablas más extensas que incluyen a las de Lehmer son las de Vogler, L. E. y Norton K. A. (1957).

Las gráficas de Fox (1956) construidas a partir de las tablas de Lehmer, dan en un plano(f_1, f_2), las curvas sobre las cuales ϕ tiene valores constantes, dados α y β. Son 8 gráficas para la combinación de los valores $\alpha = 0.01$ y 0.05 y $\beta = 0.50, 0.70, 0.80$ y 0.90; además, dos monogramas que facilitan la interpolación de valores diferentes a los ya tabulados. Estas gráficas se complementan con las de Pearson y Hartley.

C. M. Thompson (1942) calculó las tablas de porcentajes de puntos de la función β incompleta; a partir de estas tablas, se han calculado las tablas de F (15) y de t (14) por medio de las siguientes transformaciones:

$$F = \frac{f_2(1-x)}{f_1 x} \qquad \text{y} \qquad t = \sqrt{\frac{f_2(1-x)}{f_1 x}}$$

esta última para el caso en que $f_1 = 1$, en donde t es la t de "student", con $f_2 = f$ grados de libertad. La t no-central está tabulada en forma extensiva por Resnikoff y Lieberman (1957).

Por último McGuire (1957), basándose en las tablas de Tang, calculó las tablas para la determinación del número de repeticiones en los diseños en bloques al azar.

Las tablas y gráficas existentes para hacer uso del criterio de la potencia de la prueba requieren del método iterativo para llegar a determinar el número de repeticiones adecuadas para un experimento dado. Los métodos iterativos mencionados anteriormente son muy laboriosos y requieren de un conocimiento más completo de la teoría de las pruebas de hipótesis.

El trabajo objeto del presente estudio está encaminado hacia la obtención de unas tablas más elaboradoras y simples en su utilización, que permitan hacer uso de la potencia de la prueba con la menor cantidad de cálculos. Estas tablas están basadas en los trabajos de Tang, y de hecho son una extensión de sus tablas, ya que este autor fue el primero en darle el enfoque apropiado al problema de la potencia de la prueba.

Materiales y métodos

El cálculo de tablas del tipo de las del presente estudio se han llegado a obtener por medio de máquinas calculadoras de escritorio. En la actualidad, con la facilidad que brindan los equipos electrónicos de cálculo moderno, se pueden efectuar cálculos más ambiciosos cuyos resultados pueden obtenerse a corto plazo. En el caso presente, se utilizó un equipo electrónico IBM modelo 360/50 instalado en el Centro de Cálculo de Iowa State University, Ames, Iowa, al cual se tuvo acceso por medio del convenio de intercambio ISU-Chapingo.

Los conceptos básicos de este trabajo pueden sintetizarse de la siguiente forma:

Una hipótesis (en todos los casos nos referiremos a hipótesis estadísticas) es una suposición del valor de uno o más parámetros de una población. La prueba de una hipótesis se basa en los valores observados en los individuos de una muestra representativa de la población y consiste en determinar el criterio de prueba para aceptar o rechazar la hipótesis.

Supongamos una muestra aleatoria de tamaño n tomada de una población que contiene k parámetros $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$:

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Si los valores observados los tomamos como coordenadas en el espacio n-dimensional, los valores muestrales nos fijan un punto en ese espacio que llamaremos E (también recibe el nombre de Punto Muestral y el espacio es el Espacio Muestral). Si además se tomara una serie de muestras de tamaño n de la misma población, el punto E cambiaría de lugar con cada muestra, pero dentro del mismo Espacio Muestral.

Si establecemos ahora una hipótesis, por ejemplo:

$$H_o;\ \theta_j - \theta_j^o \qquad j = 1, 2, \ldots, k$$

Supongamos también que existe una región crítica que llamaremos w, tal que si el punto E cae en esa región, se rechaza la hipótesis Ho; de otra manera, se acepta. Entonces, la probabilidad elemental de las variables en (1) tiene la forma siguiente:

$$P\left(x_1, x_2, \ldots, x_n / \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k \right) = p\left(E / \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k \right) \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Para obtener la probabilidad de que el punto muestral E caiga en una región dada, como ω, tendría que tomarse la suma sobre todos los puntos muestrales posibles contenidos en ω o bien calcular la integral:

$$P(\omega) = \int\int, \ldots, \int_{w} P\,(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dx_1\, dx_2, \ldots, dx_n \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Si además, $P(\omega)$ bajo la hipótesis Ho la limitamos a un tamaño dado, por ejemplo α, puede entonces expresarse de la siguiente forma:

$$P\,\{\,(x_1, x_2, \ldots, x_n)\ \omega\ /Ho\} = \alpha \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

A esta región limitada al tamaño α se le llama también nivel de significación.

El hecho de que el tamaño de ω se haya fijado con anticipación, si Ho es cierta, se estará tomando una decisión equivocada en solo α de los casos, puesto que se está rechazando la hipótesis Ho cuando ésta es verdadera. El error que se comete recibe el nombre de Error Tipo I. Una vez rechazada la hipótesis Ho, puede probarse otra hipótesis que recibe el nombre de hipótesis alternante H_1.

Puede suceder también que E no esté incluido en ω cuando la hipótesis Ho es falsa; sin embargo, si se acepta la hipótesis Ho, se comete entonces el Error Tipo II, cuya expresión es la siguiente:

$$P\,\{\,(x_1, x_2, \ldots, x_n) \subset \omega\,/\,H_1\,\} = P\,(\mathrm{II}) \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Dentro de la técnica del análisis de la varianza, el criterio de prueba es la relación de varianza que da lugar a la distribución F de Snedecor bajo la hipótesis Ho a la distribución F no-central bajo la hipótesis alternante H_1. En este caso, los errores Tipo I y II tienen una expresión más precisa:

$$P\,(\mathrm{I}) = \int_{F\alpha}^{\infty} g\,(F, f_1, f_2)\, dF = \alpha \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

donde:
$g\,(F, f_1, f_2)$ es la densidad de probabilidad de la función F de Snedecor; f_1 y f_2 son los grados de libertad del numerador y denominador respectivamente. $F\alpha$ es el valor de la variable en la función F al nivel de significación α.

$$P\,(\mathrm{II}) = \int_{0}^{F'\alpha} h\,(F', f_1, f_2, \lambda)\, dF' \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

donde:
$h\,(F', f_1, f_2, \lambda)$ es la densidad de probabilidad de la F no-central f_1 y f_2 tienen el mismo significado que en (6). $F'\alpha$ es el valor de la variable en la función F no-central al nivel de significación α.

λ es el parámetro de no-centralidad definido por la siguiente expresión:

$$\lambda = \frac{\sum^{k} \mu_i^2}{2\sigma^2} \qquad i = 1, 2, \ldots, k \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

donde:
$\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ son los valores de los parámetros bajo la hipótesis alternante H_1 y σ^2 es la varianza del error experimental.

Siempre se estará interesado en conocer el orden de magnitud de los errores que se está expuesto a cometer y sería deseable que éstos fueran lo más pequeños posible. El Error Tipo I puede fijarse tan pequeño como se quiera; en cambio, el Error Tipo II está fuera de esta clase de control. Esto se puede observar fácilmente en la expresión matemática (7), ya que es función del Error Tipo I y del parámetro de no-centralidad λ que está determinado a su vez por la hipótesis alternante H_1. Sin embargo, se puede ejercer otra forma de control de este error por medio del control de la Potencia de la Prueba con la siguiente expresión algebraica y que es la probabilidad de rechazar la hipótesis Ho cuando es falsa:

$$P(\beta) = \int_{F'\alpha}^{\infty} h(F', f_1, f_2, \lambda)\, dF' = 1 - P(\mathrm{II}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Con la integración de las funciones (6) y (9), y quedando fijos los valores de α, f_1 y λ, se pueden obtener los valores de f_2 para valores de la Potencia de la Prueba $P(\beta)$ deseada.

Construccion de las Tablas de f_2

Métodos de Integración

El cálculo de las tablas requiere de la integración de la β incompleta para obtener el valor de la variable a los niveles de significancia α fijados (0.01, 0.05 y 0.10), que se usa como punto de partida para la integración de la β incompleta no-central.

Entre los métodos que existen para la integración de la β incompleta, H. E. Soper (1921) así como Comrie y Hartley (1942) han desarrollado los más indicados para los distintos rangos de los parámetros de la función. Estos autores advierten, por experiencia propia en el manejo de la β incompleta, que no existe un método único que cubra eficientemente todos los rangos en la obtención de una aproximación adecuada en la integración.

Los métodos conocidos en la integración de la β no-central son pocos, P. C. Tang afinó un método para valores pequeños de f_1 aplicando su fórmula de recurrencia; este método puede expresarse como sigue:

$$P(\mathrm{II}) = \int_0^{E^2_\alpha} P(E^2 / \lambda)\, dE^2 \quad \ldots\ldots \quad (50)$$

$$P(E^2/\lambda) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i\,!\, B(\tfrac{1}{2}f_1 + i, \tfrac{1}{2}f_2)} (E^2)^{(f/2)+i-1} (1 - E^2)^{(f2/2)-1}$$

La expresión (50) puede integrarse término a término, para dar:

$$P(\mathrm{II}) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i\,!} I_{E\alpha^2}[(f_{1/2}) + i, f_{2/2}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

(51) es el producto de un término de Poison y una β incompleta.

La fórmula de recurrencia es válida para valores pequeños de f_2 como un valor par entero. Si hacemos $a = f_{1/2}$, $b = f_{2/2}$ y $x = E^2$, se tiene:

$$Ix\,(a+i,\,b) = \frac{1}{B(a+i,\,b)} \sum_{i=o}^{b-1} \frac{\Gamma(a+i)\ \Gamma(b)}{\Gamma(a+i+j+1)\ \Gamma(b-j)}\ x^{(a+i-j)}\ (1-x)^{(b-j-1)}$$

o sea que:

$$P\,(\mathrm{II}) = \sum_{i=o}^{b-1} \frac{\Gamma(a+b)\ e^{-\lambda}}{\Gamma(b-i)\ \Gamma(a+i+1)}\ x^{(a+i)}\ (1-x)^{(b-i-1)}\ F\,(a+b,\ a+i-1,\ \lambda x)$$

si:

$$f\,(\alpha,\,\beta,\,\lambda x) = \frac{\beta - x}{\beta}\ F\,(\alpha+1,\,\beta+1,\,\lambda x) + \frac{x\,(\alpha+1)}{\beta\,(\beta+1)}\ F\,(\alpha+2,\,\beta+2,\,\lambda x)$$

Haciendo:

$$Ti = \frac{\Gamma\,(a+b)}{\Gamma\,(i+1)\ \Gamma\,(a+b-i)}\ x^{-i}\ (1-x)^{i}\ F\,(-i,\,a+b-i,\,-\lambda x)$$

o sea:

$$Ti = \frac{1-x}{ix}\ [\,(a+b-i+\lambda x)\ T_{i-1} + (1-x)\ T_{i-2})\,]$$

donde $T_0 = 1$

$$T_1 = (a+b-1+\lambda x)\ \frac{1-x}{x}$$

de esta forma P (II) puede evaluarse como:

$$P\,(\mathrm{II}) = e^{-\lambda(1-x)}\ x^{(a+b-1)} \sum_{i=0}^{b-1} Ti$$

Las integraciones necesarias en la obtención de las tablas siguen la siguiente secuela:

i) Integración de la función β central, dados f_1, f_2 y α, para obtener el valor de la variable.

ii) A partir del valor obtenido en el punto anterior, dados los valores de f_1, f_2, λ y los rangos de β ($0.70 \leq \beta \leq 1.00$) se integra la función β no-central.

Los puntos i) y ii), se repiten las veces que sea necesario para obtener los valores de f_2 que quedan dentro de los rangos fijados para β.

Utilizacion de las Tablas de f_2

A. *Potencia de la prueba y número de repeticiones*

1. *En Bloques al Azar.* La Hipótesis a probarse en un experimento de Bloques al Azar, Ho: $t_j = o$, $j = 1, 2, \ldots\ldots, p$; es decir, se supone que ninguno de los p tratamientos tiene efectos significativos, lo cual se prueba mediante el Análisis de Varianza correspondiente, en donde $F = CMT/CME$, siendo $f_1 = p - 1$ y $f_2 = (r-1)\ (t-1)$ los grados libres del Cuadrado Medio de Tratamientos y del Cuadrado Medio del Error, respectivamente.

Sabemos que

$$E(CMT) = \sigma^2 + \frac{rp \, \Sigma \, t_j^2}{p - 1} \quad \text{y que} \quad E(CME) = \sigma^2 ,$$

por lo tanto, la Hipótesis que se prueba con el Análisis de la Varianza,

$$Ho : \frac{r \, \Sigma \, t_j^2}{p - 1} = 0$$

En este caso, cuando se trata de conocer la potencia de la prueba, por medio de una Hipótesis Alternante H_1, se suponen, mediante esta Hipótesis, los efectos reales que deba tener cada tratamiento, dichos valores dan origen al parámetro de no-centralidad λ cuyo valor está dado por la expresión:

$$\lambda = \frac{r \, \Sigma \, (t_i - \bar{t})^2}{2\sigma^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (52)$$

donde, por información previa, se tiene una idea por lo menos del valor de σ^2; en la expresión (52) se conocen todos los valores, excepto r y λ. Se tiene, pues, un proceso iterativo en el uso de las tablas, el cual se inicia suponiendo un valor para r; con este valor se calcula λ y se conocen ahora los valores de $f_1 = (p - 1)$, λ, α, α fijado previamente, se calcula también el valor de $f_2 = (r - 1) f_1$, que servirá para compararlo con los valores observados en la tabla; de aquí surgen tres alternativas, que se analizan a continuación:

i) El valor de f_2 calculado es menor que los valores de f_2 observados; esto significa que se requiere un número mayor de repeticiones para tener una potencia de prueba de por lo menos 70%. Debe entonces incrementarse el valor de r y repetirse el proceso anterior.

ii) El valor de f_2 calculado está dentro del rango de los valores de f_2 observados en la tabla y por lo tanto puede obtenerse de inmediato la potencia que se logra con las r repeticiones. Puede suceder que el investigador no encuentre satisfactoria la potencia alcanzada, en cuyo caso puede aumentar el número de replicaciones y repetir el proceso iterativo.

iii) El valor de f_2 es mayor que los valores de f_2 observados, por lo tanto, el número de repeticiones supuesto es mayor que el necesario y debe entonces tomarse un valor menor para r y repetirse el proceso.

Ejemplo: Supóngase un experimento en Bloques al Azar donde se van a probar 5 tratamientos, de los cuales el primero sirve como testigo; se requiere saber el número de repeticiones necesario para obtener una potencia de prueba del 95% como mínimo, al nivel de significancia del 5%; los valores de los tratamientos bajo la Hipótesis H_1, son los siguientes:

$$t_1 = 4, \; t_2 = 4.2, \; t_3 = 4.2, \; t_4 = 4.2 \text{ y } t_5 = 4.6.$$

Supóngase también que se tiene una varianza estimada de 0.020. Empezamos ahora suponiendo un valor de $r = 4$, λ por lo tanto es igual a:

$$\lambda = r \frac{[(-0.2)^2 + (0)^2 + (0)^2 + (0)^2 + (0.2)^2]}{2 \times 0.020}$$

$$= r \frac{(0.08)}{0.04} = 2r$$

$$\lambda = 8; \quad f_2' = (5 - 1)\ (4 - 1) = 12$$

conocemos también los valores de $\alpha = 0.05$, $f_1 = 4$, $\lambda = 8$ y $f_2 = 12$. Entrando a la tabla correspondiente, se observan los valores de f_2 entre 11 y 43, por lo tanto, la potencia que se logra con 4 repeticiones corresponde a un valor entre el 70 y el 75%, que no satisface las necesidades del experimento. Si probamos ahora con r = 6, se tienen los siguientes valores:

$$\alpha = 0.05,\ f_1 = 4,\ \lambda = 12 \text{ y } f_2 = (5 - 1)\ (6 - 1) = 20$$

los valores observados de f_2 ahora varían entre 5 y 17 (para $\lambda = 12.5$), por lo tanto, se puede concluir que con seis repeticiones se tiene la potencia de prueba mayor de 95%. Posiblemente en este caso fuera necesario probar con $r = 5$; se tendría entonces:

$$\alpha = 0.05,\ f_1 = 4,\ \lambda = 10 \text{ y } f_2 = (5 - 1)\ (5 - 1) = 16$$

los valores observados de f_2 para $\lambda = 10$ varían entre 7^2 y 19, vemos que $f_2 = 16$ corresponde a una potencia entre 90 y 95% y, por lo tanto, quedan en definitiva seis repeticiones.

Puede suceder también que el valor de λ resulte fuera de los valores de las tablas, en cuyo caso existen dos alternativas; la primera, si λ es menor que los valores tabulados, se requiere un mayor número de repeticiones; la segunda alternativa, cuando λ sea mayor que los valores tabulados, el número de repeticiones será mayor que el necesario.

Si se estuviera interesado en conocer la sensibilidad en experimentos pasados de Bloques al Azar, el procedimiento sería directo, puesto que se conoce el número de repeticiones usado, así como los valores necesarios para hacer uso de las tablas.

Un caso particular de los diseños en Bloques al Azar, se refiere a una comparación entre tratamientos, la cual sabemos que se prueba contra dos veces la desviación estándar (en una prueba de t); en este caso λ está dada por:

$$\lambda = \frac{r\,\Delta^2}{4\sigma^2}$$

donde $\Delta^2 = (t_i - t_j)^2$; por otra parte, $f_1 = 1$ y f_2 se obtiene de la misma forma que antes.

Si se trata de un experimento de sólo dos tratamientos, entonces:

$$\lambda = \frac{r\,\Delta^2}{2\sigma^2}$$

donde $\Delta^2 = (t_1 - t_2)^2$, $f_1 = 1$ y $f_2 = (r - 1)$, pudiéndose utilizar las tablas como en el caso general de Bloques al Azar.

2. *En Cuadro Latino.* En este tipo de experimentos se tiene un valor para

$$\lambda = t\,\frac{\Sigma\,(t_i - \bar{t})^2}{2\sigma^2}$$

$f_1 = t - 1$ y $f_2 = (t-1)\,(t-2)$. Debe seguirse la misma secuela de Bloques al Azar, y haciendo uso del mismo proceso iterativo se obtiene, en este caso, el número de tratamientos necesarios para una potencia determinada.

3. *En Regresión.* Se presentan dos casos:

i) Regresión Lineal. La Hipótesis a probarse en un análisis de la varianza para regresión lineal, es $Ho: \beta = \beta_o$; por otra parte, si se requiere conocer la potencia de la prueba, debe suponerse que existe una diferencia $\delta = \beta - \beta_o$; o bien se prueba la Hipótesis de nulidad $Ho = \beta = 0$, y se supone un valor bajo la Hipótesis Alternante $H_1: \beta = \beta_o$; la Esperanza del cuadrado medio correspondiente a la reducción debida a β, $E(CMR) = \sigma^2 + (\beta - \beta_o)^2\,\Sigma\,(xi - \bar{x})^2$, de tal manera que cuando $\beta \neq \beta_o$, existe el parámetro de no-centralidad λ, dado por la siguiente expresión:

$$\lambda = \frac{(\beta - \beta_o)^2\,\Sigma\,(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2},$$

$f_1 = 1\, f_2 = (n-2)$ y de esta forma se sigue la rutina de Bloques al Azar.

ii) Regresión Lineal Múltiple y Regresión Polinomial Curvilínea. Supóngase que cada observación Y_i está dada por la siguiente función:

$$Y_i = \theta_o + \theta_1 X_{1i} + \theta_2 X_{2i} + \ldots + \theta_p X_{pi} + e_i \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

la Hipótesis a probarse será pues sobre una parte de los p parámetros, como antes; el vector de θ_s' se rompe en dos vectores γ_1 y γ_2, en donde γ_1 contiene los parámetros en estudio y bajo la Hipótesis $Ho: \gamma_1 = \gamma_1^o$ el valor esperado de la reducción debida a γ_1, en el Análisis de la Varianza correspondiente, puede expresarse como sigue: $E(CMR) = B$
donde:

$$B = \left[\frac{\gamma_1 - \gamma_1^o}{-(X_2' X_2)^{-1}\,(X_2' X_1)\,(\gamma_1 - \gamma_1^o)}\right] X'\,X \left[\frac{\gamma_1 - \gamma_1^o}{-(X_2' X_2)^{-1}\,(X_2' X_1)\,(\gamma_1 - \gamma_1^o)}\right]$$

$$= (\gamma_1 - \gamma_1^o)\,[X_1' X_1 - X_1' X_2\,(X_2' X_2)^{-1} X_2' X_1]\,(\gamma_1 - \gamma_1^o)$$

de tal forma que:

$$\lambda = \frac{n\,B}{2\gamma^2}\,,\ \text{cuando}\ \gamma_1 \neq \gamma_1^o,\ f_1 = (p - s)\ \text{y}\ f_2 = (n - p)$$

se puede calcular entonces el valor de λ e iniciar el proceso iterativo correspondiente.

CONCLUSIONES

El uso de las tablas motivo de esta investigación presenta algunas ventajas sobre las tablas existentes; entre ellas se pueden enumerar las siguientes:

1.—El Investigador, para hacer uso de estas tablas, no necesariamente debe saber de las funciones de distribución con parámetros de no-centralidad, puesto que la aplicación de la fórmula para λ es de lo más sencillo.

2.—La secuela iterativa puede decirse que converge rápidamente a los valores buscados.

3.—Aun en el caso de que los valores de un experimento estén fuera del rango de las tablas, el Investigador puede obtener una idea clara de la sensibilidad que logrará con su experimento.

4.—Puesto que la estructura de las tablas se adapta perfectamente para la determinación de la sensibilidad de experimentos ya ejecutados, su uso puede significar la reconsideración de las conclusiones hechas, cuando la sensibilidad resultara inadecuada.

Referencias citadas

BLACKWELL, D. & GIRSHICK. M. A. (1954.) *Theory of games and statistical decisions.* J. Wiley & Sons Co. Inc. N. Y.

COMRIE, J. L. & HARTLEY, H. O. (1942.) *Description of the calculation percentage points of the incomplete Beta-Function.* Biometrika 32.

CHERNOFF, H. & MOSES, L. E. (1959.) *Elementary decision theory.* J. Wiley & Sons., Inc. N. Y.

FISHER, R. A. (1935.) *Logic of inductive inference.* Journal of the Royal Statistical Society 98.

FOX, M. (1956.) *Charts of the power of the* F *test.* Annals of Mathematical Statistics 27.

KOLODZIEJCZYK S. (1935.) *On an important class of statistical hipoteses.* Biometrika, 27.

LEHMAN, E. L. (1959.) *Testing statistical hypotheses.* J. Wiley & Sons Inc. N. Y.

LEHMER, EMMA. (1944.) *Inverse tables of probabilities of errors of the second kind.* Annals of Mathematical Statistics, XV Núm. 4.

MCGUIRE, J. U. (1957.) *Determination of the number of replications required in randomized block experiments.* Agricultural Research Service. ARS 20-4.

NEYMAN, J. y PEARSON, E. S. (1938.) *On the problem of the most efficient tests of statistical hypotheses.* Phil. Trans. Roy Soc. A231.

PEARSON, E. S. y HARTLEY, H. O. (1951.) *Charts of the power function for analysis of variance tests derived from the noncentral* F *distribution.* Biometrika 38.

RESNIKOFF, G. J. y LIEBERMAN, G. J. (1957.) *Tables of non-central* t *distribution.* Stanford Univ. Press.

SOPER, H. E. (1921.) *The numerical evaluation of the incomplete Beta Function.* Tracts for Computers Núm. VII. Cambridge Univ. Press. London.

TANG, P. C. (1938.) *The power function of the analysis of variance tests with tables and illustrations of their use.* Stat. Res. Mem.

THOMPSON, C. M. (1942.) *Tables of percentage points of the incomplete Beta Function.* Biometrika 32.

VOGLER, L. E. & NORTON, K. A. (1957.) *Graphs and tables of the significance levels* $F(f_1, f_2, P)$ *for the Fisher-Snedecor variance ratio.* U. S. Department of Commerce. National Bureau of Standards, Washington 25, D. C.

WALD, A. (1942.) *On the power function of the analysis of variance tests.* Annals of Mathematical Statistics. Vol. 13.

WALD, A. (1950.) *Statistical decision functions.* John Wiley & Sons Co., Inc. N. Y.

VALORES DE f_2 PARA $\alpha = .01$

LAMBDA

Potencia	Fl	*4.0*	*5.0*	*6.0*	*7.0*	*8.0*	*9.0*	*10.0*	*11.0*	*12.0*	*13.0*	*14.0*	*15.0*	*16.0*	*17.0*	*18.0*	*19.0*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	...	72	16	10	8	7	6	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.75	...	...	...	27	13	9	8	7	6	5	5	5	5	4	4	4	4
0.80	1	...	...	90	20	12	9	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4
0.85	...	...	...	...	46	18	12	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5
0.90	...	...	...	...	...	45	19	13	10	9	8	7	6	6	6	5	5
0.95	...	...	...	...	...	...	...	29	17	13	11	10	8	8	7	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*6.0*	*7.5*	*9.0*	*10.5*	*12.0*	*13.5*	*15.0*	*16.5*	*18.0*	*19.5*	*21.0*	*22.5*	*24.0*	*25.5*	*27.0*	*28.5*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	...	19	12	9	7	7	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4
0.75	...	...	28	14	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4
0.80	2	...	61	19	12	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4
0.85	...	...	...	31	16	12	10	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5
0.90	...	...	...	...	26	16	12	10	9	8	7	7	6	6	6	5	5
0.95	...	...	...	...	...	31	19	13	12	10	9	8	8	7	7	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*8.0*	*10.0*	*12.0*	*14.0*	*16.0*	*18.0*	*20.0*	*22.0*	*24.0*	*26.0*	*28.0*	*30.0*	*32.0*	*34.0*	*36.0*	*38.0*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	28	14	10	8	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	47	17	12	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4
0.80	3	...	23	14	11	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4
0.85	...	...	38	18	13	10	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5
0.90	...	...	...	27	16	12	10	9	8	7	7	6	6	6	6	5	5
0.95	...	...	...	...	27	17	13	12	10	9	8	8	7	7	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

LAMBDA

Potencia	Fl	*10.0*	*12.5*	*15.0*	*17.5*	*20.0*	*22.5*	*25.0*	*27.5*	*30.0*	*32.5*	*35.0*	*37.5*	*40.0*	*42.5*	*45.0*	*47.5*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	20	12	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	26	14	10	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	4	38	17	12	10	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5
0.75	...	85	23	14	11	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5
0.90	...	...	37	19	14	11	9	8	8	7	7	6	6	6	6	5	5
0.95	...	...	...	44	19	14	12	10	9	8	8	7	7	7	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*12.0*	*15.0*	*18.0*	*21.0*	*24.0*	*27.0*	*30.0*	*33.0*	*36.0*	*39.0*	*42.0*	*45.0*	*48.0*	*51.0*	*54.0*	*57.0*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	16	11	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	20	13	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	5	26	15	11	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	38	18	13	10	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5
0.90	...	86	25	16	12	10	9	8	7	7	7	6	6	6	6	5	5
0.95	...	...	49	23	15	13	11	10	9	8	8	7	7	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*14.0*	*17.5*	*21.0*	*24.5*	*28.0*	*31.5*	*35.0*	*38.5*	*42.0*	*45.5*	*49.0*	*52.5*	*56.0*	*59.5*	*63.0*	*66.5*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	15	11	9	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	17	12	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	6	21	14	11	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	28	16	12	10	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5
0.90	...	45	21	14	11	10	9	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	...	33	19	15	12	10	9	8	8	7	7	7	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

LAMBDA

Potencia	Fl	*16.0*	*20.0*	*24.0*	*28.0*	*32.0*	*36.0*	*40.0*	*44.0*	*48.0*	*52.0*	*56.0*	*60.0*	*64.0*	*68.0*	*72.0*	*76.0*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	14	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	16	11	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	7	19	13	10	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	24	15	11	10	8	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5
0.90	...	33	18	13	11	9	8	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	74	27	17	13	12	10	9	8	8	7	7	7	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*18.0*	*22.5*	*27.0*	*31.5*	*36.0*	*40.5*	*45.0*	*49.5*	*54.0*	*58.5*	*63.0*	*67.5*	*72.0*	*76.5*	*81.0*	*85.5*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	13	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	15	11	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	8	17	12	10	8	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	21	14	11	9	8	7	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5
0.90	...	28	17	13	11	9	8	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	50	23	15	13	11	10	9	8	8	7	7	7	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*20.0*	*25.0*	*30.0*	*35.0*	*40.0*	*45.0*	*50.0*	*55.0*	*60.0*	*65.0*	*70.0*	*75.0*	*80.0*	*85.0*	*90.0*	*95.0*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	13	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	14	11	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	9	16	12	10	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	19	13	11	9	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5	5	5
0.90	...	25	16	12	10	9	8	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	38	21	15	13	11	10	9	8	8	7	7	7	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

LAMBDA

Potencia	Fl	*22.0*	*27.5*	*33.0*	*38.5*	*44.0*	*49.5*	*55.0*	*60.5*	*66.0*	*71.5*	*77.0*	*82.5*	*88.0*	*93.5*	*99.0*	*104.5*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	12	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	14	10	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	10	16	12	10	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	18	13	11	9	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5	5	5
0.90	...	23	15	12	10	9	8	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	34	19	15	12	11	10	9	8	8	7	7	6	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*24.0*	*30.0*	*36.0*	*42.0*	*48.0*	*54.0*	*60.0*	*66.0*	*72.0*	*78.0*	*84.0*	*90.0*	*96.0*	*102.0*	*108.0*	*114.0*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	12	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	13	10	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	11	15	11	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	17	13	10	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5
0.90	...	21	15	12	10	9	8	7	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	30	19	14	12	10	9	9	8	7	7	7	6	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*26.0*	*32.5*	*39.0*	*45.5*	*52.0*	*58.5*	*65.0*	*71.5*	*78.0*	*84.5*	*91.0*	*97.5*	*104.0*	*110.5*	*117.0*	*123.5*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	12	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	13	10	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	12	15	11	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	17	12	10	9	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5	5	5
0.90	...	20	14	12	10	9	8	7	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	28	17	13	12	10	9	8	8	7	7	7	6	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

LAMBDA

Potencia	Fl	28.0	35.0	42.0	49.0	56.0	63.0	70.0	77.0	84.0	91.0	98.0	105.0	112.0	119.0	126.0	133.0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	12	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	13	10	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	13	14	11	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	16	12	10	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5
0.90	...	19	14	11	10	9	8	7	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	26	17	13	12	10	9	8	8	7	7	7	6	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	30.0	37.5	45.0	52.5	60.0	67.5	75.0	82.5	90.0	97.5	105.0	112.5	120.0	127.5	135.0	142.5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	11	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	13	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	14	14	11	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	16	12	10	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5
0.90	...	19	14	11	10	9	8	7	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	24	17	13	11	10	9	8	8	7	7	7	6	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	32.0	40.0	48.0	56.0	64.0	72.0	80.0	88.0	96.0	104.0	112.0	120.0	127.0	136.0	144.0	152.0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	11	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.75	...	12	10	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4
0.80	15	14	11	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5
0.85	...	16	12	10	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	5
0.90	...	18	13	11	10	9	8	7	7	7	6	6	6	6	5	5	5
0.95	...	24	16	13	11	10	9	8	8	7	7	7	6	6	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

VALORES DE f_2 PARA $\alpha = .05$

LAMBDA

Potencia	Fl	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	...	16	9	6	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3
0.75	...	...	...	15	9	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3
0.80	1	...	...	79	15	9	7	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3
0.85	...	...	...	...	...	19	11	8	7	6	5	5	4	4	4	4	3
0.90	...	...	...	...	...	...	43	16	10	8	7	6	5	5	5	4	4
0.95	...	...	...	...	...	...	...	...	...	27	15	11	10	7	7	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	4.5	5.2	6.0	6.7	7.5	8.2	9.0	9.7	10.5	11.2	12.0	12.7	13.5	14.2	15.0	15.7
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	20	11	8	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3
0.75	...	67	16	10	8	6	5	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3
0.80	2	...	36	15	10	8	7	6	5	5	4	4	4	4	4	3	3
0.85	...	...	...	33	15	11	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	...	...	...	47	19	12	10	8	7	6	6	5	5	5	5	4
0.95	...	...	...	...	...	...	45	21	13	12	9	8	8	7	6	6	6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0	20.0	21.0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	13	9	7	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3
0.75	...	20	11	9	7	6	5	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3
0.80	3	42	16	11	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3
0.85	...	...	31	16	11	9	7	7	6	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	...	...	33	17	12	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	4
0.95	...	...	...	...	87	27	17	13	10	9	8	8	7	6	6	6	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

LAMBDA

Potencia	Fl	*7.5*	*8.7*	*10.0*	*11.2*	*12.5*	*13.7*	*15.0*	*16.2*	*17.5*	*18.8*	*20.0*	*21.2*	*22.5*	*23.7*	*25.0*	*26.2*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	11	8	7	6	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	14	10	8	7	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	4	21	13	10	8	7	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3
0.85	...	43	18	12	10	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	...	38	19	13	10	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	4
0.95	...	...	...	65	25	17	13	11	10	8	8	7	6	6	6	6	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*9.0*	*10.5*	*12.0*	*13.5*	*15.0*	*16.5*	*8.0*	*19.5*	*21.0*	*22.5*	*24.0*	*25.5*	*27.0*	*28.5*	*30.0*	*31.5*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	10	8	7	6	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	12	9	8	6	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	5	16	11	9	7	7	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3
0.85	...	25	15	11	9	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	62	23	15	11	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4
0.95	...	...	91	29	17	13	12	9	9	8	7	7	6	6	6	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*10.5*	*12.2*	*14.0*	*15.7*	*17.5*	*19.2*	*21.0*	*22.7*	*24.5*	*26.2*	*28.0*	*29.7*	*31.5*	*33.2*	*35.0*	*36.7*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	9	8	6	6	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	11	9	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	6	14	10	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	19	13	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	33	18	13	10	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4
0.95	...	...	39	21	15	12	10	9	8	8	7	6	6	6	6	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

LAMBDA

Potencia	Fl	*12.0*	*14.0*	*16.0*	*18.0*	*20.0*	*22.0*	*24.0*	*26.0*	*28.0*	*30.0*	*32.0*	*34.0*	*36.0*	*38.0*	*40.0*	*42.0*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	9	7	6	6	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	11	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	7	13	10	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	17	12	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	25	16	12	10	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4
0.95	...	76	27	17	13	12	10	9	8	7	7	6	6	6	6	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*15.5*	*15.7*	*18.0*	*20.2*	*22.5*	*24.7*	*27.0*	*29.2*	*31.5*	*33.7*	*36.0*	*38.2*	*40.5*	*42.7*	*45.0*	*47.2*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	9	7	6	6	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	10	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	8	12	9	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	15	11	9	8	7	6	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	21	15	11	10	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4
0.95	...	44	23	15	13	11	10	8	8	7	7	6	6	6	6	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	*15.0*	*17.5*	*20.0*	*22.5*	*25.0*	*27.5*	*30.0*	*32.5*	*35.0*	*37.5*	*40.0*	*42.5*	*45.0*	*47.5*	*50.0*	*52.5*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	9	7	6	6	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	10	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	9	12	9	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	14	11	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	19	14	11	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4
0.95	...	34	19	15	12	10	9	8	8	7	7	6	6	6	5	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	.	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

LAMBDA

Potencia	F1	*16.5*	*19.2*	*22.0*	*24.7*	*27.5*	*30.2*	*33.0*	*35.7*	*38.5*	*41.2*	*44.0*	*46.7*	*49.5*	*52.2*	*55.0*	*57.7*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	10	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	10	11	9	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	14	11	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	18	13	11	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4
0.95	...	30	19	14	11	10	9	8	8	7	7	6	6	6	5	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	F1	*18.0*	*21.0*	*24.0*	*27.0*	*30.0*	*33.0*	*36.0*	*39.0*	*42.0*	*45.0*	*48.0*	*51.0*	*54.0*	*57.0*	*60.0*	*63.0*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	9	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	11	11	9	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	13	10	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	17	13	10	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4
0.95	...	26	17	13	12	10	9	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	F1	*19.5*	*22.7*	*26.0*	*29.2*	*32.5*	*35.7*	*39.0*	*42.2*	*45.5*	*48.7*	*52.0*	*55.2*	*58.5*	*61.7*	*65.0*	*68.2*
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	8	7	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	9	8	7	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	12	11	9	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	13	10	9	8	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	16	12	10	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	4
0.95	...	24	17	13	11	10	9	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

LAMBDA

Potencia	Fl	21.0	24.5	28.0	31.5	35.0	38.5	42.0	45.5	49.0	52.5	56.0	59.5	63.0	66.5	70.0	73.5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	8	7	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	9	8	7	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	13	11	9	7	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	12	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	15	12	10	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	4
0.95	...	22	15	13	11	10	9	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	22.5	26.2	30.0	33.7	37.5	41.2	45.0	48.7	52.5	56.3	60.0	63.7	67.5	71.2	75.0	78.7
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	8	7	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	9	8	7	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	14	10	9	7	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	12	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	15	12	10	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	4
0.95	...	22	15	13	11	10	8	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Potencia	Fl	24.0	28.0	32.0	36.0	40.0	40.0	48.0	52.0	56.0	60.0	64.0	68.0	72.0	76.0	80.0	84.0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.70	...	8	7	6	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
0.75	...	9	8	7	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
0.80	15	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
0.85	...	12	10	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4
0.90	...	14	11	10	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	5	5	4
0.95	...	20	15	12	11	9	8	8	7	7	6	6	6	6	5	5	5
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...