



COLEGIO DE POSTGRADUADOS

INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO EN CIENCIAS FORESTALES

CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE PARA PLANTACIONES DE *Pinus pseudostrobus* Lind. Y *P.* *montezumae* Lamb. EN MICHOACÁN, MÉXICO

JONATHAN HERNÁNDEZ RAMOS

T E S I S
PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:

DOCTOR EN CIENCIAS

MONTECILLO, TEXCOCO, ESTADO DE MÉXICO, MÉXICO

2023



COLEGIO DE POSTGRADUADOS

INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

La presente tesis titulada: **CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE PARA PLANTACIONES DE *Pinus pseudostrobus* Lind. Y *P. montezumae* Lamb. EN MICHOACÁN, MÉXICO** realizada por el estudiante: **JONATHAN HERNÁNDEZ RAMOS** bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS
CIENCIAS FORESTALES

CONSEJO PARTICULAR

CONSEJERO

DR. VALENTÍN JOSÉ REYES-HERNÁNDEZ

ASESOR

DR. AURELIO MANUEL FIERROS-GONZÁLEZ

ASESOR

DR. HÉCTOR MANUEL DE LOS SANTOS-POSADAS

ASESOR

DR. GERÓNIMO QUINONEZ-BARRAZA

ASESOR

DR. ENRIQUE BUENDÍA-RODRÍGUEZ

Montecillo, Texcoco, Estado de México, México, junio de 2023

CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE PARA PLANTACIONES DE *Pinus pseudostrobus* Lind. Y *P. montezumae* Lamb. EN MICHOACÁN, MÉXICO

Jonathan Hernández Ramos, D.C.
Colegio de Postgraduados, 2023

RESUMEN

El estado de Michoacán, México, tiene alto potencial para el establecimiento de plantaciones forestales (PF), pero es necesario contar con información cuantitativa confiable para su manejo y aprovechamiento. El objetivo general de esta investigación fue construir y proyectar un sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) para PF de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. Para ello se planearon los objetivos específicos de (i) compilar y analizar la información dasométrica colectada, para diseñar el establecimiento, generar recomendaciones en la aplicación de labores culturales o complementarios y planificar el manejo silvícola de las PF establecidas en la región templada de Michoacán; (ii) modelar a través de efectos mixtos (MEM) las relaciones alométricas entre los diámetros de tocón (dt), normal (dn) y de copa (dc), alturas de fustelimpio (Afl) y total (At), y volumen de fuste con corteza; (iii) calcular y correlacionar algunos índices morfométricos (IM), y cuantificar la relación proporcional de copa (pc%) en función del dn; (iv) proponer un modelo generalizado At-dn por especie de *Pinus*; (v) ajustar un modelo de crecimiento en altura dominante (Ad) y construir curvas de índice de sitio (IS) para las PF; y (vi) desarrollar un Sistema de Crecimiento y Rendimiento Maderable (SCRM) explícito para las PF. Los resultados de esta investigación muestran que la información silvícola para el establecimiento, manejo y aprovechamiento de PF es limitada y deficiente para el área de estudio. Los MEM mostraron mejoras estadísticas y de precisión en comparación con los enfoques de ajuste de Mínimos Cuadrados Lineales y No Lineales. Además, se observó la influencia cuantitativa de la altitud, topografía, características ambientales y densidad de plantación con las relaciones alométricas de interés forestal, de clasificación de las áreas forestales por productividad y de rendimiento maderable en las PF.

Palabras clave: altura generalizada, efectos mixtos, incrementos, índice de sitio, índices morfométricos, relaciones alométricas.

**GROWTH AND TIMBER YIELD FOR PLANTATIONS OF *Pinus pseudostrabus* Lind.
Y *P. montezumae* Lamb. IN MICHOACÁN, MEXICO**

**Jonathan Hernández Ramos, D.C.
Colegio de Postgraduados, 2023**

ABSTRACT

The state of Michoacán, Mexico has a high potential for the establishment of commercial forest plantations (FP), but it is necessary to have reliable quantitative information for their management and use. The general objective of this research was to build and project a system of growth and timber yield (SCRM) for FP of *Pinus pseudostrabus* and *Pinus montezumae* in the Indigenous Community of Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, Mexico. To this end, the specific objectives of (i) to compile and analyze the dendrometric information collected to design the establishment, generate recommendations in the application of cultural or complementary tasks and plan the silvicultural management of the PF established in the temperate region of Michoacán; (ii) model through mixed effects (MEM) the allometric relationships between stump (dt), normal (dn) and crown (dc) diameters, clean stem (Afl) and total (At) heights, and volume stem with bark; (iii) calculate and correlate some morphometric indices (MI), and quantify the crown proportional relationship (pc%) based on dn; (iv) propose a generalized At-dn model by *Pinus* species; (v) fit a dominant height (Ad) growth model and construct site index (SI) curves for the PF; and (vi) develop an explicit Timber Growth and Yield System (SCRM) for the PF. The results of this research show that the silvicultural information for the establishment, management and use of PF is limited and deficient for the study area. The MEM showed statistical and precision improvements compared to the Linear and Nonlinear Least Squares fitting approaches. In addition, the quantitative influence of altitude, topography, environmental characteristics, and plantation density with allometric relationships of forest interest, classification of forest areas by productivity and timber yield in the PF was observed.

Key words: allometric relationships, increments, generalized height, mixed effects, morphometric indices, site index.

AGRADECIMIENTOS

Al Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP) y al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por el apoyo a capacitación y formación de personal investigador (beca 2947) y la beca doctoral otorgada (733112), respectivamente, para realizar los estudios de Postgrado, publicar artículos científicos y asistir a eventos técnico-científicos.

Al Colegio de Postgraduados (COLPOS), Campus Montecillo que, a través del Postgrado de Ciencias Forestales, su personal académico y administrativo que me brindaron el apoyo, las facilidades y la oportunidad de llevar a cabo los estudios de Doctorado en Ciencias Forestales. De igual manera, por ser parte fundamental para ser un profesionista con las capacidades de atender la problemática del sector forestal en el país.

A la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán y en especial a la dirección técnica forestal por las facilidades prestadas, el tiempo dedicado, personal asignado y en general por el apoyo recibido en las actividades de campo. De igual manera a los propietarios y comuneros por los consejos proporcionados para poder llevar a buen término de esta investigación.

A mi consejo particular integrado por Dr. Valentín José Reyes-Hernández, Dr. Aurelio Manuel Fierros-González, Dr. Héctor Manuel De los Santos-Posadas, Dr. Enrique Buendía-Rodríguez, y Dr. Gerónimo Quiñonez-Barraza, por el tiempo dedicado a esta investigación, los consejos brindados y los comentarios valiosos vertidos para que se llevara a buen término este trabajo doctoral.

A todas las personas que contribuyeron a lograr este objetivo profesional en mi vida, en especial al Dr. J. Jesús García Magaña, M.C. Xavier García Cuevas, Dr. Juan Carlos Tamarit-Urías, Ing. H. Jesús Muñoz Flores, Ing. José T. Sáenz Reyes, M.C. Roberto Reynoso Santos, Ing. Gregorio Anguiano Echevarría, M.C. Abel J. Hernández Martínez, Ing. Azael Islas Santillán, Dr. Martín Gómez Cárdenas, y Dr. Leonardo Alejandro Beltrán Rodríguez.

DEDICATORIA

A la vida, por forjar el camino que me ha traído hasta este momento, la cual me ha permitido gozar de salud, aprender de los errores y disfrutar de las alegrías que en conjunto contribuyeron a construir la persona, amigo, compañero y profesionalista que soy actualmente.

A mi esposa, Alicia S. Chávez García, por creer en mí cuando no era nadie y no tenía nada, en donde el futuro era incierto y estaba lleno de incertidumbre. Gracias por siempre darme la mano en los momentos donde nadie estaba ahí, y apoyarme en todos los sueños e ir hombro ahombro para construirlos, aun cuando algunos no tenían sentido. Te prometo siempre seguir creciendo juntos.

A mis padres, Alejandro Hernández Cárdenas y Reyna Ramos Murcia, así como a mis suegros Mario Chávez García y Ana María García Rusiles por apoyarme en este camino llamado vida, por ser el apoyo incondicional para construir la persona que actualmente soy, y por darme siempre un consejo cuando lo necesitaba, por todo ello, muchas gracias.

A mis hermanos Adrián y Alejandro por ser siempre incondicionales, contribuir a un crecimiento personal y enseñarme distintas aristas en la vida, aun cuando no siempre estamos de acuerdo en todo. Solo recuerden que siempre estaré para ustedes.

A mis cuñados Guillermo R., Roberto A., Mario A., y Miguel A, así como a Ma. Del Carmen por los momentos en la vida y las diferencias que tenemos en las perspectivas del mundo, las cuales siempre han contribuido a un crecimiento personal.

A mis abuelos por el amor incondicional y los consejos que me brindaron, pero en especial a José Telesforo Manuel Hernández Murcia (†) quien fue la persona que puso la primera piedra en este camino del saber.

A mis sobrinos Fernanda, Renata y Alexander por ser el motor para visualizar la vida de una manera diferente y por darme la inspiración de siempre ser una mejor persona.

CONTENIDO

RESUMEN	iii
ABSTRACT	v
AGRADECIMIENTOS.....	vi
DEDICATORIA	vii
LISTAS DE CUADROS	xi
LISTA DE FIGURAS.....	xv
LISTA DE SIGLAS Y ABREVIATURAS.....	xvii
INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
REVISIÓN DE LITERATURA: LAS PLANTACIONES FORESTALES DE CLIMA TEMPLADO EN MICHOACÁN, MÉXICO; ALGUNOS PARÁMETROS A CONSIDERAR	6
Resumen.....	6
Abstract	7
Introducción	8
Desarrollo y discusión.....	10
Germoplasma y planta de calidad.....	10
Especies, requerimientos ecológicos y áreas potenciales para el establecimiento de plantaciones.....	11
Crecimiento e incremento en las plantaciones.....	13
Herramientas silvícolas cuantitativas y manejo de las PF.....	17
Conclusiones	21
CAPÍTULO I. RELACIONES ALOMÉTRICAS CON MODELOS DE EFECTOS MIXTOS PARA <i>Pinus pseudostrobus</i> Y <i>Pinus montezumae</i> EN PLANTACIONES FORESTALES EN MICHOACÁN, MÉXICO ¹	23
1.1 RESUMEN.....	23
1.2. ABSTRACT	24
1.3. INTRODUCCIÓN	25
1.4. MATERIALES Y MÉTODOS	26
1.5. RESULTADOS	33
1.6. DISCUSIÓN	60

1.7. CONCLUSIONES	62
CAPÍTULO II. MORFOMETRÍA DE COPA EN PLANTACIONES DE <i>Pinus pseudostrobus</i> Y <i>Pinus montezumae</i> EN MICHOACÁN, MÉXICO³	69
2.1. RESUMEN	69
2.2. ABSTRACT	70
2.3. INTRODUCCIÓN	71
2.4. MATERIALES Y MÉTODOS	74
2.5. RESULTADOS	78
2.6. DISCUSIÓN	88
2.7. CONCLUSIONES	92
CAPÍTULO III. MODELOS GENERALIZADOS DE ALTURA-DIÁMETRO PARA <i>Pinus montezumae</i> Lamb. y <i>Pinus pseudostrobus</i> Lindl. EN PLANTACIONES FORESTALES DE MICHOACÁN, MÉXICO⁵	93
3.1. RESUMEN	93
3.2. ABSTRACT	94
3.3. INTRODUCCIÓN	95
3.4. MATERIALES Y MÉTODOS	97
3.5. RESULTADOS	104
3.6. DISCUSIÓN	113
3.7. CONCLUSIONES	117
CAPITULO IV. ÍNDICE DE SITIO PARA PLANTACIONES DE <i>Pinus pseudostrobus</i> Lind. y <i>Pinus montezumae</i> Lamb. EN MICHOACÁN, MÉXICO⁷ ..	118
4.1. RESUMEN	118
4.2. ABSTRAC	119
4.3. INTRODUCCIÓN	120
4.4. MATERIALES Y MÉTODOS	122
4.5. RESULTADOS	126
4.6. DISCUSIÓN	135
4.7. CONCLUSIONES	138
CAPITULO V. SISTEMA DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE PARA PLANTACIONES FORESTALES DE <i>Pinus montezumae</i> Lamb. Y <i>Pinus</i>	

<i>pseudostrobus</i> Lind. EN MICHOACÁN, MÉXICO	139
5.1. RESUMEN	139
5.2. ABSTRACT	140
5.3. INTRODUCCIÓN	141
5.4. MATERIALES Y MÉTODOS	143
5.5. RESULTADOS	152
5.6. DISCUSIÓN	164
5.7. CONCLUSIONES	168
CONCLUSIONES GENERALES	169
LITERATURA CITADA.....	172
ANEXO	191

LISTAS DE CUADROS

Cuadro 1. Incremento medio anual (IMA) para las variables dasométricas en plantaciones forestales de <i>Pinus</i> en Michoacán, México.	15
Cuadro 1.1. Estadísticas descriptivas de las variables utilizadas en el ajuste de los modelos alométricos para <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	28
Cuadro 1.2. Modelos utilizados para cuantificar las relaciones alométricas en <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> en plantaciones forestales.	29
Cuadro 1.3. Estadísticos de bondad de ajuste para los modelos utilizados en las relaciones alométricas de <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	34
Cuadro 1.4. Ganancia estadística e indicadores de precisión para los modelos seleccionados en las relaciones alométricas de <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> en plantaciones forestales.	46
Cuadro 1.5. Modelos y parámetros estimados para cada relación alométrica en las especies de <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> establecidos en plantaciones forestales.....	49
Cuadro 2.1. Características dimensionales e índices morfométricos para arboles establecidos en plantaciones forestalesde <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	79
Cuadro 2.2. Matriz de correlaciones entre características de copa e índices morfométricospara <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	81
Cuadro 2.3. Estadísticos de ajuste con efectos mixtos para el modelo de proporción de copa en porcentaje (<i>pc%</i>) en árboles de <i>Pinus pseudostrobus</i> establecidos en plantaciones forestales.....	83
Cuadro 2.4. Estadísticos de ajuste con efectos mixtos del modelo de proporción de copa en porcentaje (<i>pc%</i>) en arboles de <i>Pinus montezumae</i> establecidos en plantaciones forestales.....	84
Cuadro 2.5. Valor de los parámetros del modelo 2.13.3 para estimar la <i>pc%</i> de árboles establecidos en plantaciones de <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	86
Cuadro 2.6. Valor de los parámetros específicos de la ordenada al origen (<i>a</i>) y la	

pendiente del modelo (<i>b</i>) por cada nivel de agrupación para estimar la <i>pc%</i> en arboles de <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> .	86
Cuadro 3.1. Estadística descriptiva de las variables de <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> utilizadas en el estudio.	98
Cuadro 3.2. Ecuaciones generalizadas altura-diámetro (<i>At-dn</i>) seleccionadas para el ajuste de ecuaciones para <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> .	99
Cuadro 3.3. Estadísticos de ajuste para los modelos generalizados altura-diámetro.	104
Cuadro 3.4. Indicadores estadísticos de la bondad de ajuste para los modelos generalizados altura total-diámetro normal (<i>At-dn</i>) bajo modelos de efectos mixtos.	106
Cuadro 3.5. Indicadores estadísticos de la bondad de ajuste para los modelos generalizados altura total-diámetro normal (<i>At-dn</i>) bajo modelo de efectos mixtos.	108
Cuadro 3.6. Parámetros fijos por especie del modelo generalizado de Wang y Tang.	110
Cuadro 3.7. Valores de la matriz de varianza-covarianza, valor de la función incluida y error estándar dentro de cada grupo para cada uno de los parámetros de ajuste.	111
Cuadro 3.8. Estadísticos para las alternativas de calibración del modelo de generalizado de Wang y Tang para estimar la altura total en función del diámetro normal	112
Cuadro 4.1. Modelos de crecimiento utilizados para modelar la <i>Ad</i> .	123
Cuadro 4.2. Medidas estadísticas de las variables utilizadas en el ajuste de los modelos de índice de sitio para <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> .	126
Cuadro 4.3. Estadísticos de bondad de ajuste para los modelos de crecimiento base en altura dominante (<i>Ad</i>) para <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> .	127
Cuadro 4.4. Estadísticos de ajuste y calificación para el modelo de <i>Ad</i> de Hossfeld	

I modificado al incluir niveles de clasificación en plantaciones de <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	128
Cuadro 4.5. Parámetros fijos por especie del modelo de modelo Hossfeld I modificado al ajustarlo por modelos de efectos mixtos para <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	130
Cuadro 4.6. Parámetros específicos (parámetro global + parámetro aleatorio) para estimar la altura dominante (A_d) en arboles establecidos en plantaciones.	132
Cuadro 4.7. Matriz de varianza-covarianza para los parámetros estimados del modelo de Hossfeld I modificado, valores de la función de varianza incluida en el ajuste ($varPower$) y residuales del análisis global y por grupo.	134
Cuadro 5.1. Estructura matemática de los sistemas de altura dominante (A_d) utilizados en su expresión de diferencia algebraica (ADA).....	145
Cuadro 5.2. Sistemas compatibles para las variables indicadas, utilizadas para predecir y proyectar el estado actual (Edad: E_1) y futuro (Edad: E_2) de las plantaciones forestales evaluadas. <i>Continúa</i>	147
Cuadro 5.3. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de altura dominante (A_d) para las especies de <i>Pinus montezumae</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i>	153
Cuadro 5.4. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de densidad (N) para las especies de <i>Pinus montezumae</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i>	155
Cuadro 5.5. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de área basal (AB) para <i>Pinus montezumae</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i>	157
Cuadro 5.6. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de volumen (V) para <i>Pinus montezumae</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i>	158
Cuadro 5.7. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de volumen (V) para <i>Pinus montezumae</i> y <i>Pinus</i>	

pseudostrobus..... 162

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Frecuencia y distribución de residuales de los modelos ajustados para las variables alométricas en <i>Pinus pseudostrobus</i> establecidas como plantaciones forestales.....	51
Figura 1.2. Frecuencia y distribución de residuales de los modelos ajustados para las variables alométricas en <i>Pinus montezumae</i> establecidas como plantaciones forestales.....	53
Figura 1.3. Estimación de variables alométricas para las especies de <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> establecidas en plantaciones forestales.....	55
Figura 1.4. Tendencias entre las relaciones alométricas por covariable de <i>Pinus pseudostrobus</i> en plantaciones forestales.	57
Figura 1.5. Tendencias entre las relaciones alométricas por covariable de <i>Pinus montezumae</i> en plantaciones forestales.	59
Figura 2.1. Análisis gráfico y estadístico de normalidad (a y c) y homocedasticidad (b y d)de los modelos seleccionados para estimar la $pc\%$ en árboles de <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i> establecidos en plantaciones forestales.....	85
Figura 2.2. Estimación de la proporción de copa expresada en porcentaje ($pc\%$) en árboles establecidos en plantaciones de <i>Pinus pseudostrobus</i> al emplear la variable de clasificación de altitud expresada en m (a) y <i>Pinus montezumae</i> con un nivel de agrupación por exposición (b).....	87
Figura 3.1. Frecuencia y distribución de los residuales del modelo generalizado de Wangy Tang por tipo de ajuste estadístico: Mínimos cuadrados no lineales (MCNL) y Modelos de efectos mixtos (MEM).	109
Figura 3.2. Sesgo por categoría de diámetro (Cd) al aplicar el modelo generalizado de Wang y Tang para las dos especies de <i>Pinus</i>	110
Figura 3.3. Tendencia de las estimaciones de altura en función del diámetro normal y la altura media dominante al emplear el modelo de generalizado de Wang y Tang.	111
Figura 4.1. Análisis gráfico de los supuestos de regresión de normalidad (a y c) y	

homocedasticidad (b y d) del modelo de Hossfeld I modificado para <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	129
Figura 4.2. Curvas polimórficas para <i>Pinus pseudostrobus</i> y anamórficas para <i>Pinus montezumae</i> y establecidos en plantaciones forestales.....	131
Figura 4.3. Tendencia de crecimiento en altura dominante (A_d) y del valor de parámetros por altitud.	133
Figura 5.1. Curvas de crecimiento en altura dominante (A_d) de tipo polimórficas (a) y anamórficas (c) de índice de sitio (IS) a una edad base de 25 y 20 años, respectivamente, así como tendencias de incrementos (b y d) para <i>Pinus montezumae</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i>	154
Figura 5.2. Rendimiento en volumen (V , $m^3 ha^{-1}$) de tipo polimórficas (a) y anamórficas (c) para <i>Pinus montezumae</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i> a una edad base de 25 y 20 años, respectivamente, así como tendencias de incrementos en volumen $m^3 año^{-1}$ (b y d).....	160
Figura I. Área de distribución de las plantaciones de pino evaluadas.	191

LISTA DE SIGLAS Y ABREVIATURAS

AIC: criterio de información de Akaike.

ailc: área de intersección de lumínica de copa (m²).

Afl: altura de fuste limpio (m).

ANCOVA: análisis de covarianza.

ANOVA: análisis de varianza.

Alt: altitud (m).

Ap: altura promedio sitio⁻¹ (m).

apc: área de proyección de copa.

At: altura total (m).

B: biomasa (Mg).

BIC: criterios de información Bayesiano.

C: carbono (kg).

CA: coeficiente de asimetría.

Cal.: calificación del SC.

CD: categoría diamétrica (cm).

CINSJP: Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro.

CodD: árboles co-dominantes.

DOF: Diario Oficial de la Federación.

CONAHCYT: Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías.

CONAFOR: Comisión Nacional Forestal, México.

CDMX: Ciudad de México.

COLPOS: Colegio de Postgraduados.

Cw: templado húmedo.

D: árboles dominantes.

db: diámetro basal (mm).

dc: diámetro de copa (m).

Dcp: diámetro cuadrático promedio (cm).

dn: diámetro normal (cm).

dt: diámetro de tocón (cm).

Dummy: variables ficticias de clasificación.

Ed: edad, años.

E: este.

Ep: error promedio.

EBLUP: predictor lineal empírico insesgado.

ec: extensión de copa (m).

Ee: error estándar.

Er: error promedio relativo.

Expos: exposición.

e.g.: por ejemplo.

ha: hectárea.

ia: índice de amplitud ($m\ m^{-1}$).

IC: índice de curtosis.

ICA: incremento corriente anual.

ie: índice de esbeltez (m/cm).

icj: índice de competencia.

INEGI: Instituto Nacional de Estadística y Geografía, México.

INIFAP: Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias.

IM: índices morfométricos.

IMA: incremento medio anual.

is: índice saliente ($cm\ cm^{-1}$).

IS: índice de sitio.

IUFRO: International Union of Forest Research Organizations.

fc: forma de copa ($m\ m^{-1}$).

GLMM: modelos lineales generalizados mixtos.

logLik: valor de *log*-verosimilitud del modelo.

N: norte.

Na: número de individuos por unidad de superficie.

NE: noreste.

NO: noroeste.

MCNL: mínimos cuadrados no lineales.

MCO: mínimos cuadrados ordinarios.

ML: máxima verosimilitud.

MEM: modelos de efectos mixtos.

pc%: proporcional de copa.

Pend: pendiente expresada %.

PNUD: Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo.

PF: plantación forestal.

Ps: posición vertical de cada uno de los árboles dentro del perímetro.

R^2 : coeficiente de determinación.

rc: radio medio de copa (m).

RCME: raíz del cuadrado medio del error.

S: sur.

SEGOB: Secretaria de Gobernación.

SC: sistema de calificación.

SCRM: Sistema de Crecimiento y Rendimiento Maderable.

SD: desviación estándar.

SE: sureste.

SO: suroeste.

Tt: turno técnico.

UNAM: Universidad Nacional Autónoma de México.

UNESCO: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

UMDI: Unidad Multidisciplinaria de Docencia e Investigación.

V: volumen (m^3).

varConstPower: función de varianza constante y de potencia.

varExp: función de varianza exponencial.

varPower: función de varianza potencia.

W: oeste.

x: variable independiente.

y: variable dependiente.

Z: zenital

INTRODUCCIÓN GENERAL

El establecimiento de plantaciones forestales (PF) tiene entre sus objetivos principales el incremento de la productividad y competitividad en el mercado para satisfacer las necesidades de la industria forestal, ya sea de tipo maderable o no maderable (Prado, 2019; SEGOB, 2020). En México, el alto potencial para el establecimiento de PF es una oportunidad para atender la meta señalada y propiciar el desarrollo de las zonas rurales (CONAFOR, 2020; SEGOB, 2020).

Los géneros de mayor uso para el establecimiento de PF a nivel nacional son *Eucalyptus*, *Cedrela*, *Pinus*, *Tectona* y *Gmelina* (CONAFOR, 2020). En particular, en el estado de Michoacán se reportan alrededor de 16,076 ha establecidas, y para zonas templadas el género *Pinus* es el más empleado (CONAFOR, 2020), proyectándose incrementar la superficie establecida a través de incentivos gubernamentales en los próximos años (Gobierno del estado de Michoacán, 2019). Por tal motivo, el manejo silvícola es fundamental para optimizar el crecimiento de las PF (CONAFOR, 2014; CONAFOR, 2018).

La evaluación correcta de las PF permitirá generar herramientas silvícolas cuantitativas que posteriormente podrán ayudar a definir estrategias para el manejo y aprovechamiento (Torres y Magaña 2001). Sin embargo, un análisis bibliográfico previo es fundamental para identificar la posible falta de información cuantitativa, ya que esto permite orientar los esfuerzos de esta investigación y cubrir algunas de las necesidades para el manejo forestal de las PF.

Cuantificar las relaciones proporcionales entre las características de los árboles, a través de una relación alométrica, ha demostrado que ayuda a reducir los tiempos y recursos invertidos en la evaluación, manejo y aprovechamiento de los recursos forestales (Prodan *et al.*, 1997; Picard *et al.*, 2012), así como a disminuir el error de estimación al calcular variables de rendimiento como el volumen (V ; $m^3 \text{ ha}^{-1}$), biomasa (B ; Mg ha^{-1}) o carbono (C ; Mg ha^{-1}) mediante los atributos de los individuos como el diámetros del tocón (dt), diámetro normal (dn) diámetro de copa (dc), o la altura total (At)

(Avendaño *et al.*, 2009; Cruz *et al.*, 2016; Cisneros *et al.*, 2019; Guerra-De la Cruz *et al.*, 2019), o bien ampliar la aplicabilidad del modelado de estas relaciones alométricas al incluir variables inherentes a la población (Bronisz y Mehtätalo, 2020).

Con esta información se pueden generar algunos índices morfométricos (*IM*) que sirvan como indicadores indirectos de crecimiento, rendimiento o competencia, para planear las actividades de manejo o aprovechamiento (Cunha y Finger, 2013; Hess *et al.*, 2016) de acuerdo con la productividad de las áreas forestales (Skovsgaard y Vanclay, 2008; Senilliani *et al.*, 2019).

La evaluación de la productividad de los terrenos forestales puede ser representada mediante enfoques dendrocéntricos o geocéntricos (Skovsgaard y Vanclay, 2008; Cosenza *et al.*, 2017), los cuales pueden combinarse para identificar las interacciones y diferencias entre la productividad expresada a través de la altura dominante de los rodales, o plantaciones forestales, con las características ambientales de suelo o geográficas del lugar (Scolforo *et al.*, 2013; Cosenza *et al.*, 2017; Scolforo *et al.*, 2017; Senilliani *et al.*, 2019). Estas diferencias planteadas, invariablemente se verán reflejadas en una respuesta alométrica de crecimiento y rendimiento maderable diferenciado por condición (Bonilla, 1971; Spurr y Barnes, 1982; Prodan *et al.*, 1997; Imaña y Encinas, 2008; Salas *et al.*, 2016).

Diversos estudios han tratado de cuantificar estas interacciones entre las características del arbolado, desde las diferencias en las dimensiones de copa provocadas por los factores ambientales (Li *et al.*, 2015), o a los niveles de competencia de cada sitio (Hess *et al.*, 2016), la variada dimensión de la altura dominante al incluir índices climáticos (Snowdon *et al.*, 1998), de suelo (Delgado *et al.*, 2009) y los regímenes de lluvias (Scolforo *et al.*, 2017), o la respuesta diferenciada del crecimiento y rendimiento forestal como respuesta de las distintas características de suelo (Jokela *et al.*, 1988; Brown, 2007) y por efecto de las condiciones que propician la altitud y la exposición (Cantero, 2020).

Se reportan diversos enfoques de ajuste estadístico de las diferentes relaciones alométricas, los cuales han sido eficientes para cumplir los objetivos particulares de cada

investigación, y han proporcionado resultados confiables en cada caso. Por ejemplo, el uso de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) (García-Cuevas, *et al.*, 2017; Guerra-De la Cruz *et al.*, 2019), la generalización de momentos a través de la matriz de covarianza (GMM; por sus siglas en inglés) (Hernández *et al.*, 2016), el análisis de covarianza (ANCOVA) (Báez- Hernández *et al.*, 2016), la inclusión de variables indicadoras (*Dummy*) (Costa *et al.*, 2016; Hess *et al.*, 2016; Cisneros *et al.*, 2019), o los modelos de efectos mixtos (MEM) (Lang *et al.*, 2010; Baty *et al.*, 2015; García-Espinoza *et al.*, 2018; Corral *et al.*, 2019; Bronisz y Mehtätalo, 2020).

Pinus pseudostrobus Lindl. y *Pinus montezumae* Lamb. son las especies de más amplio uso en PF en Michoacán, México (CONAFOR, 2018). Además, el estado tiene un alto potencial para incrementar la frontera forestal en las regiones templadas (Muñoz *et al.*, 2010; Sáenz *et al.*, 2011; Muñoz *et al.*, 2011; Muñoz *et al.*, 2015; Sáenz *et al.*, 2019), por lo que son especies clave en el desarrollo productivo, en particular para la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro (CINSJP), ya que se utilizan para el aserrío, la industria del mueble, la resinación y las artesanías (González *et al.*, 2014; PNUD, 2012).

Debido a lo anterior, en esta investigación se planteó el objetivo general de construir y proyectar un sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) a través de modelos de efectos mixtos (MEM) para las plantaciones forestales (PFs) de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro (CINSJP), Michoacán, México. La hipótesis principal planteada es que la inclusión de efectos aleatorios en el sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) contribuye a mejorar la precisión y a reducir los esfuerzos de evaluación y de cálculo de los procesos de manejo, con respecto al tiempo.

Derivado del objetivo general, se plantearon cinco objetivos específicos, cada uno de ellos ligado a los capítulos que conforman esta tesis:

- 1) Modelar las relaciones alométricas entre el diámetro del tocón, diámetro normal, diámetro de copa, altura de fuste limpio, altura total y volumen con MEM para PFs de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.
- 2) Calcular y correlacionar los índices morfométricos (*IM*) y modelar la relación

proporcional de copa, expresada en porcentaje, en función del diámetro normal con MEM en las PFs de estas dos especies.

- 3) Ajustar modelos en altura dominante mediante MEM y construir las curvas de crecimiento con distintas clases de índice de sitio para las PFs de *Pinus pseudostrobus*. y *Pinus montezumae*
- 4) Ajustar y proponer un modelo generalizado de altura total-diámetro normal para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* en PFs bajo el enfoque de MEM.
- 5) Generar un sistema explícito de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) para cada orientación del terreno en las PFs de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* establecidas en la CINSJP, Michoacán, México.

Las hipótesis planteadas para el cumplimiento de estos objetivos específicos fueron;

(1) La descripción de las relaciones alométricas se mejora al incorporar variables aleatorias en modelos con efectos mixtos, como la edad y las distintas condiciones de crecimiento (altitud, exposición, pendiente, posición de dominancia vertical del árbol y densidad de las plantaciones) para cada sitio muestreado.

(2) La altitud, exposición y pendiente del sitio pueden determinar los cambios morfométricos (IM) en los árboles de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* establecidos en PFs, y que modelar la relación proporcional de copa expresada en porcentaje en función del diámetro normal con MEM, podría explicar la variabilidad de los IM por condición de crecimiento en las PF de las dos especies.

(3) La altitud, la exposición y la pendiente influyen cuantitativamente sobre el crecimiento de la *Ad* en los árboles de *Pinus* establecidos en PFs, y aun cuando las etiquetas de índice de sitio (*IS*) pueden ser globales para las plantaciones, la velocidad del incremento y la tendencia de crecimiento varían en cada condición de crecimiento.

(4) El ajuste por MEM y la inclusión de distintas estructuras de varianza dentro análisis estadístico mejora la precisión y reduce el error de las estimaciones de la

altura total en función del diámetro normal, además de que la inclusión de una variable inherente de las plantaciones dentro de la estructura del modelo ampliará su aplicabilidad.

(5) Las distintas condiciones de crecimiento que propicia la exposición topográfica determinan una dinámica de incremento distinta y un crecimiento y rendimiento diferenciado para cada PFs.

REVISIÓN DE LITERATURA: LAS PLANTACIONES FORESTALES DE CLIMA TEMPLADO EN MICHOACÁN, MÉXICO; ALGUNOS PARÁMETROS A CONSIDERAR

Resumen

Michoacán, México, tiene alto potencial para el establecimiento de plantaciones forestales (PF), aunque es necesario contar con información silvícola confiable para su manejo y aprovechamiento. El objetivo fue compilar y analizar la información publicada en libros, artículos técnicos-científicos y publicaciones especiales sobre las PF, para el establecimiento, aplicación de labores culturales o complementarias y en general para planificar el manejo silvícola y aprovechamiento de las PF establecidas en la región templada de Michoacán, México. La información sobre áreas potenciales para el establecimiento de PF es limitada para algunas especies, por lo que puede ser un área de oportunidad para investigaciones futuras. La superficie establecida de PF se ha igualado con la de aprovechamiento en aproximadamente 16,000 ha entre 2000-2019, aun cuando las políticas públicas han tratado de incentivar su establecimiento con una propuesta de 1,000 ha anuales. No se han aprovechado al máximo las áreas potenciales con las que cuenta el estado para expandir la frontera forestal sobre los cultivos agrícolas en las regiones templadas. A pesar de que se cuenta con más información que puede contribuir en la planeación, establecimiento y manejo de plantaciones, aun es deficiente, y existen tópicos tales como los índices de sitio específicos para cada especie o región, los parámetros de manejo de densidad acorde a las condiciones de cada plantación, o los sistemas de crecimiento y rendimiento más detallados que hace falta y desarrollar, y que debería de considerarse generarlos para aprovechar el potencial de la región templada del estado.

Palabras clave: manejo silvícola, *Pinus*, producción maderable, rendimiento.

REVIEW: TEMPERATE CLIMATE FOREST PLANTATIONS IN MICHOACÁN, MEXICO; SOME PARAMETERS TO CONSIDER

Abstract

Michoacán, Mexico, has a high potential for the establishment of forest plantations (FP), although it is necessary to have reliable silvicultural information for their management and use. The objective was to compile and analyze the information published in books, technical-scientific articles and special publications on the FP, for the establishment, application of cultural or complementary tasks and in general to plan the silvicultural management and use of the FP established in the region. temperate from Michoacan, Mexico. The information on potential areas for the establishment of FP is limited for some species, so it may be an area of opportunity for future research. The established area of FP has been matched with that harvested in approximately 16,000 ha in 2000-2019, even when public policies have tried to encourage its establishment with a proposal of 1,000 ha. The potential areas available to the state to expand the forest frontier over agricultural crops in temperate regions have not been fully exploited. Although there is more information that can contribute to the planning, establishment and management of plantations, it is still deficient, and there are topics such as specific site indices for each species or region, density management parameters according to the conditions of each plantation, or the more detailed growth and performance systems that are needed and developed, and that should be considered to generate them to take advantage of the potential of the temperate region of the state.

Keywords: *Pinus*, silvicultural management, timber production, yield.

Introducción

Las plantaciones forestales (PF) forman parte de una estrategia para satisfacer la demanda de recursos forestales, reducir la presión de aprovechamiento sobre los bosques naturales, incrementar la productividad y competitividad maderable y no maderable, y en general, para propiciar el desarrollo económico de las zonas rurales (Prado, 2019; SEGOB, 2020).

Durante el periodo de 2000-2019 en México, se plantó el 73 % de la superficie de PF en el país (230,341 ha) pero aún está lejana la meta de alcanzar las 830 mil ha potenciales para el establecimiento de masas arbóreas artificiales (CONAFOR, 2020; SEGOB, 2020). Los géneros *Eucalyptus*, *Cedrela*, *Pinus*, *Tectona* y *Gmelina* son los más utilizados a nivel nacional para el establecimiento de PF (CONAFOR, 2020). En Michoacán, en 2020, se reportaron alrededor de 16,076 ha establecidas entre 2000-2019, en donde *Pinus patula* Schl. et Cham., *Pinus greggii* Engelm. ex Parl. y *Pinus pseudostrobus* son las principales especies utilizadas en las zonas templadas del estado (CONAFOR, 2020), especies que se consideran de crecimiento medio con respecto a especies tropicales (CONAFOR, 2014a).

El territorio de Michoacán presenta alto potencial para el establecimiento de PF con distintas especies del género *Pinus* (Muñoz *et al.*, 2011; Sáenz *et al.*, 2011b; CONAFOR 2014a; Muñoz *et al.*, 2015b), de las cuales se reportan rendimientos competitivos en el mercado de productos (e.g. madera aserrada, productos secundarios, celulosa o productos no maderables). Por tal motivo, el Gobierno del estado proyectó establecer plantaciones en 2007 a un ritmo de 500 ha año⁻¹ para el periodo 2007-2030 (Gobierno del estado de Michoacán, 2007), sin embargo, para el ciclo 2017-2021 se reajustó la meta a 1,400 ha año⁻¹ (Gobierno del estado de Michoacán, 2019), ya que en promedio entre 2000-2019 se establecieron alrededor de 800 ha año⁻¹. Lo anterior se pretende lograr mediante incentivos económicos y técnicos, debido a que las PF establecidas entre 2007 y 2011 aportaron en promedio al mercado estatal cerca de 39,000 m³ año⁻¹ de productos forestales maderables (CONAFOR, 2014a).

La superficie beneficiada por el Programa para el Desarrollo de Plantaciones Forestales (PRODEPLAN) de 2001-2006 fue de 16,709.10 ha, superficie que se ha mantenido en 19 años con el último reporte de 16,076 ha en 2020 para el periodo de 2000-2019 (Gobierno del estado de Michoacán, 2007; CONAFOR 2020), lo que refleja un estancamiento en el establecimiento de PF en el estado desde el reporte de 2006. Aun cuando en el estado la tasa de deforestación disminuyó en el periodo de 2004-2007 de 0.17 % a 0.07 % para 2007-2014, el cambio de uso de suelo de terrenos forestales por cultivos agrícolas o actividades ganaderas es preocupante, por lo cual es fundamental establecer masas forestales artificiales de altos rendimientos y competitivas con esas actividades (Mas *et al.*, 2017).

El manejo silvícola es fundamental para optimizar el crecimiento de las PF (Munka *et al.*, 2013; CONAFOR, 2016). Por tal motivo, la evaluación de las masas arbóreas establecidas permite generar y aplicar herramientas silvícolas cuantitativas en los planes de manejo para estimar, proyectar y manipular el crecimiento y rendimiento de las plantaciones (Torres y Magaña 2001).

Debido a lo anterior, y al potencial que tiene Michoacán para el establecimiento de plantaciones (García, 1996a; Muñoz *et al.*, 2011; Sáenz *et al.*, 2011b; Muñoz *et al.* 2015b), se definió el objetivo de compilar y analizar la información dasométrica publicada en libros, artículos técnicos-científicos y publicaciones especiales, para generar recomendaciones en la aplicación de labores culturales o complementarias, y en general para planificar el manejo silvícola de las PF establecidas en la región templada de Michoacán, México.

Desarrollo y discusión

Germoplasma y planta de calidad

El éxito de las PF inicia con la definición del objetivo de la plantación, la selección de la especie, uso de germoplasma de calidad, producción de planta en vivero, la preparación del terreno, establecimiento en campo y, la supervivencia y la productividad a largo plazo. Debido a que no siempre se conoce el origen del germoplasma que se propaga en los viveros, ni se valoran las características morfológicas y fisiológicas para seleccionar las plantas a establecer en el campo, pueden considerarse los índices de calidad propuestos por Sáenz *et al.* (2010) para *Pinus pseudostrobus*, *Pinus greggii*, Engelm. ex Parl. *Pinus michoacana* Mart., *Pinus oocarpa* Schiede, *Pinus ayacahuite* Ehren. y *Cupressus lusitanica* var. *Lindleyi* (Klotzsch ex Endl.) Carr. que incluyen la altura de la planta ($Ap > 15$ cm), diámetro basal ($db > 4$ mm) e índice de robustez (Ir) ($Ap/db < 6$ cm mm⁻¹).

En tanto que para las especies cespitosas como *Pinus michoacana* y *Pinus montezumae*, los valores de planta de calidad son para la $Ap > 4$ cm, el $db > 5$ cm e $Ir > 8$ cm mm⁻¹. Debido a lo descrito y bajo la condición de que las PF se establezcan en las mejores condiciones de crecimiento, por ningún motivo se recomendaría elegir planta de baja calidad con dimensiones de $Ap < 10$ cm, $db < 2.5$ e $Ir > 8.0$ cm mm⁻¹ para especies de crecimiento no cespitoso, o de < 6.0 cm de Ap , < 5.0 mm en db y de < 8.0 cm mm⁻¹ en especies cespitosas para establecer en PF en la región templada Michoacán (Sáenz *et al.*, 2014; Muñoz *et al.*, 2015a).

La selección de planta en términos prácticos, se deberán de verificar las dimensiones de Ap , db e Ir , los cuales son fáciles de medir o estimar en el vivero, además de que la altura es un buen predictor de la altura futura en campo, mientras que, el diámetro a la base está relacionado con el vigor, el índice de lignificación y la capacidad de resistencia a efectos ambientales y la supervivencia en campo (Sáenz *et al.*, 2014; Escobar-Alonso y Rodríguez, 2019). El Ir refleja la capacidad de resistencia a daños físicos o mecánicos en el lugar de plantación (Cano y Cetina, 2004; Muñoz *et al.*, 2015a).

Estudios sobre la variación entre procedencias (Viveros-Viveros, 2006) y plasticidad fenotípica (Chávez-García *et al.*, 2022) en *Pinus pseudostrobus* en Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP), Michoacán, demuestran que la interacción genotipo-ambiente es crucial en el desarrollo de las especies, y que debe priorizarse el uso de germoplasma local, considerar la capacidad de adaptación a cambios de ambiente de la especie y la respuesta fisiológica a la altitud para poder incrementar la supervivencia en campo de plantas establecidas como PF, reforestaciones, de protección o restauración. Además, la fecha de siembra de esta especie en las primeras dos semanas de julio (1-15 julio) muestra diferencias significativas de crecimiento a dos años de su establecimiento con respecto a plantaciones realizadas entre el 30 de julio y el 30 de agosto, lo cual se asocia a un mayor estrés hídrico en las últimas fechas (Muñoz-Flores *et al.*, 2019).

Especies, requerimientos ecológicos y áreas potenciales para el establecimiento de plantaciones

Previo al establecimiento de plantaciones, la preparación del terreno es básica para elevar el porcentaje de supervivencia de los brinzales en el campo (CONAFOR, 2010), ya que en conjunto la elección adecuada de la especie y el lugar donde se establecerá la PF, son una decisión crucial que influye directamente en la adaptación de la planta al sitio de plantación, desarrollo y en general, en el éxito o fracaso del cultivo (Muñoz *et al.*, 2010; Sáenz *et al.*, 2011a).

Sáenz *et al.* (2011a) proponen el cumplimiento de requerimientos ecológicos de crecimiento para *Pinus pseudostrobus*, *Pinus michoacana*, *Pinus greggii* y *Pinus patula* como promisorias para el establecimiento exitoso de PF, al considerar para su establecimiento lugares que se encuentren dentro de su distribución geográfica, hábitat, clima, suelo o asociación de especies, condición topografía e intervalos de altitud. Además, se proponen ciertas regiones geográficas y superficies potenciales para estas especies de acuerdo con la pendiente del terreno: *Pinus pseudostrobus* (319,963 ha), *Pinus michoacana* (384,935 ha), *Pinus greggii* (361,991 ha) y *Pinus patula* (314,887 ha), así como mapas de distribución que se pueden tomar como referencia para expandir la frontera forestal a través de las PF (Sáenz *et al.*, 2011a).

Muñoz *et al.* (2010) señalan que la Sierra Purépecha tiene un buen potencial para el establecimiento de PF de *Pinus patula*, de acuerdo con las características de suelo, pendiente y clima del lugar, potencial incluso superior al de especies nativas como *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltdl. Muñoz *et al.* (2011) identifican áreas potenciales para establecer PF con *Pinus pseudostrobus* y *Pinus greggii* en algunas regiones forestales definidas por el estado de acuerdo con las cuencas hidrológicas de Michoacán, tales como Cuitzeo (III), Oriente (IV), Meseta Tarasca (VI) y Pátzcuaro-Zirahuén (VII); además, para la primera especie se identifica una pequeña superficie en la Región Tepalcatepec (V) dentro de la sierra que se ubica en los municipios de Aguililla, Coalcomán y Arteaga. Para ambas especies la región VI es la que muestra las mayores superficies como potenciales para el establecimiento de PF.

La región forestal Meseta Tarasca (VI) se caracteriza por una pendiente del terreno (0-30 %), la cual es uno de los principales factores que determinan las áreas potenciales para establecer PF; de esta forma, en promedio se identifican 442,667 ha potenciales para las especies de *Pinus greggii*, *Pinus michoacana*, *Pinus pseudostrobus* y *Pinus patula* (Muñoz *et al.*, 2015b). Sáenz *et al.* (2019) señalan una superficie de 226,417 ha potenciales para establecer plantaciones silvopastoriles con *Pinus michoacana* en los municipios de Hidalgo, Tuxpan, Zitácuaro, Salvador Escalante, Ario de Rosales, Tingambato, Uruapan del Progreso, Tancítaro, Nuevo Parangaricutiro, Peribán y Los Reyes.

Al verificar y contrastar las áreas potenciales propuestas por distintos autores para las especies de *Pinus* en Michoacán (Muñoz *et al.*, 2010; Sáenz *et al.*, 2011a; Muñoz *et al.*, 2011; Muñoz *et al.*, 2015b; Sáenz *et al.*, 2019) con las áreas elegibles propuestas para 2022 por la CONAFOR (CONAFOR, 2022), la distribución general es muy semejante. Debido a lo mencionado y con base en las características de distribución geográfica, hábitat, clima, suelo o asociación de especies, condición topografía e intervalo de altitud por especie de interés forestal para estas regiones templadas, se pueden elegir los sitios potencialmente óptimos para establecer las PF en Michoacán (Muñoz *et al.*, 2010; Sáenz *et al.*, 2011a).

Aun cuando especies como *Abies religiosa* (Kunth Schltdl. *et* Cham.), *Pinus*

ayacahuite Ehren, *Pinus douglasiana* Martínez, *Pinus herrerae* Martínez, *Pinus lawsoni* Roetzl., *Pinus leiophylla* Schl. & Cham., *Pinus montezumae*, *Pinus oocarpa*, *Pinus pringlei* Shaw, y *Pinus teocote* Schiede ex Schldl. se distribuyen ampliamente en el estado en las áreas templadas y son de importancia en los aprovechamientos forestales (CONABIO, 2019), no se encontraron registros que puedan contribuir a definir las áreas potenciales en el estado, lo que se transforma en un área de oportunidad para investigaciones futuras.

Crecimiento e incremento en las plantaciones

La baja productividad de las PF es resultado de la elección equivocada de especie(s) o procedencia(s), de selección de terrenos con características deficientes o sin preparación, la baja calidad de planta, el transporte inadecuado del vivero al sitio y las fechas de plantación desfasadas, entre otros factores (García y Muñoz, 1993; García *et al.*, 2006; Sáenz *et al.*, 2012; Prado, 2019). A nivel nacional, Michoacán ocupa el 5° lugar en superficie plantada con PF (SEMARNAT, 2021) lo que hace necesario el contar con parámetros cuantitativos de crecimiento e incremento por especie o condición de sitio, para el manejo óptimo y obtener los mayores rendimientos y productividades posibles.

Se ha reportado información en Michoacán para PF de *Pinus michoacana* (5-12 años) ubicadas en el Municipio de Morelia, mayores crecimientos en altura total en suelos de tipo luvisol órtico que en luvisol férrico, con un rendimiento promedio de $6.9 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ a los 19 años (Mas, 1990). Para la región de la Cuenca del Lago de Pátzcuaro se reportan incrementos medios anuales potenciales a los 20 años en suelos Andosoles de $15\text{-}20 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ para *Pinus pseudostrobus* con un espaciamiento de $1.75 \times 2.0 \text{ m}$, y de $10\text{-}14 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$, para *Pinus montezumae* y *Pinus leiophylla* Schl. & Cham. con espaciamientos de $2.0 \times 2.5 \text{ m}$ y $2 \times 2 \text{ m}$, respectivamente. *Pinus montezumae* reporta incrementos bajos a esta misma edad de referencia ($6\text{-}9 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$) en suelos Luvisoles a un espaciamiento de $2.0 \times 2.5 \text{ m}$ (García y Muñoz, 1993).

García (1996a) y Muñoz y García (2002) para la región de Uruapan obtuvieron un

incremento medio anual en diámetro (IMAd) de 1.9 cm año⁻¹ a los 14 años y de 0.9 cm año⁻¹ a los 10 años para *Pinus michoacana* var. *Cornuta* y *Pinus greggii*, respectivamente. En el Cuadro 1, se presenta un concentrado de los reportes de los incrementos por especie, edad, espaciamiento de plantación y variable de interés forestal, localidad y altitud.

Cuadro 1. Incremento medio anual (IMA) para las variables dasométricas en plantaciones forestales de *Pinus* en Michoacán, México.

Especie	Edad (años)	Espaciamiento (m)	IMA At	IMA d	IMA V	Municipio	Altitud
			(m año ⁻¹)	(cm año ⁻¹)	(m ³ ha ⁻¹ año ⁻¹)		(m)
<i>Pinus pseudostrabus</i>	5.5			1.0-1.3		Uruapan del Progreso	1780
	5.5		0.44-0.55	0.6-0.7		Paracho	2250
	5.8		0.81-0.88	1.2-1.5	0.73-1.14	Capacuaro	2200
	9.7	2x2	0.70-1.02	1.4-1.6	4.3-16.0	Capacuaro	2200
	15.2	3x3	1.07	1.4	15.3	Angahuan	2200
	18.8	2x2	1.0-1.05		14.8-28.8	Uruapan del Progreso	1780
<i>Pinus michoacana</i>	24.3	2x2			14.3	Uruapan del Progreso	1780
<i>Pinus herreraei</i>	14.6	3x3	1.02	2.1	14.9	Uruapan del Progreso	1780
<i>Pinus greggii</i>	5.5		0.48-0.55	0.6-0.8		Paracho	2200
	9.3		0.68	0.9	6.4	Uruapan del Progreso	1780-1850
	14.6	3x3			11.5	Uruapan del Progreso	1780-1850
	14.6		0.94-1.05	1.6-1.7	21.8-26.4	Uruapan del Progreso	1850
<i>Pinus patula</i>	5.5			0.7-0.8		Paracho	2200
	9.6			0.8-1.5		Uruapan del Progreso	1800
	17.6	1.5x1.5		0.8	17	Angahuan	2200
	18.8	1.5x1.5			12	Uruapan del Progreso	1780
	18.8		0.85-1.13	1.3-2.2	4.6-15.6	Uruapan del Progreso	1780

Donde: IMA At: Incremento medio anual en altura total (m), IMA d: incremento medio anual en diámetro normal (cm) e IMA V: incremento medio anual en volumen (m³ ha⁻¹ año⁻¹) (García *et al.*, 2006; Muñoz *et al.*, 2010; Sáenz *et al.*, 2012).

La calidad de estación del sitio de plantación influye en la tasa de crecimiento de las especies y la respuesta del rendimiento, por lo que los mayores índices de sitio representan una mayor productividad (Torres y Magaña, 2001). Los reportes encontrados para las PF de Michoacán (Cuadro 1), señalan que las especies de *Pinus pseudostrobus*, *Pinus greggii*, *Pinus douglasiana* y *Pinus leiophylla* son las especies que presentan los mayores incrementos volumétricos con $28.8 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$, $26.4 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$, $21.7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ y $19.2 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ a la edad de 19, 15 y 10 años. *Pinus michoacana*, *Pinus herrerae* y *Pinus montezumae* pueden considerarse como de rendimientos medios con respecto a las primeras, con un rendimiento promedio de $15.08 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ a la edad de 17 años.

Se reportan para el Municipio de Hidalgo, Michoacán incrementos de $24.77 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ para PF puras de *Pinus pseudostrobus*, mientras que para plantaciones mezcladas de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* se tienen $16.69 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$, a la edad de ocho años en ambos casos. En el Municipio de Salvador Escalante los rendimientos reportados para PF de *Pinus pseudostrobus* son de $11.18 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ y $18.27 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$, a una edad de 14 y nueve años, respectivamente; sin embargo, para esta misma especie en el Municipio de Zinapécuaro, pero con una edad de cuatro y ocho años, se tuvieron rendimientos de $15.91 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ y $3.77 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$, respectivamente (Sáenz *et al.*, 2013).

Todos los reportes publicados de incrementos, rendimientos y en general de las evaluaciones de plantaciones forestales son de la región forestal Meseta Tarasca (VI) (García *et al.*, 2006; Muñoz *et al.*, 2010; Sáenz *et al.*, 2012) con excepción del trabajo hecho por Mas (1990) que se ubica en la Región Cuitzeo (III). Sin embargo, de acuerdo con las áreas potenciales para el establecimiento de PF definidas por Muñoz *et al.* (2010), Sáenz *et al.* (2011a), Muñoz *et al.* (2011), Muñoz *et al.* (2015b) y Sáenz *et al.* (2019), hace falta aprovechar la oportunidad de expandirla frontera forestal en las zonas templadas de Michoacán con estos cultivos, sobre todo en las Regiones Forestales de Michoacán Cuitzeo (II) Oriente (IV), Pátzcuaro-Zirahuén (VII) y en toda la Sierra de los municipios de

Coalcomán, Aguililla y Arteaga (Tepalcatepec (V) y Costa (IX)).

Herramientas silvícolas cuantitativas y manejo de las PF

Históricamente en Michoacán, el rendimiento para el manejo de las PF se ha basado en el cálculo del volumen individual y la posterior proyección del rendimiento maderable a través de un factor de forma (*ff*) o coeficientes de mórnicos (*CM*). Es así como Muñoz *et al.* (2011) y Sáenz *et al.* (2013), al documentar la evaluación de las plantaciones en la Sierra Madre Occidental y en tres municipios potenciales del oriente del estado de Michoacán, utilizan un valor en el *ff* de 0.60 para varias especies del género *Pinus*. Sin embargo, García-Espinoza *et al.* (2018 y 2019a) reportan *ff* entre 0.33-0.46 para plantaciones de *Pinus pseudostrobus*, al ajustar y proponer sistemas de ahusamiento y volumen comercial basados en modelos de razón (Lynch *et al.*, 2017; Zhao y Kane, 2017) y sus formas matemáticas compatibles (Fang *et al.*, 2000).

Con los resultados obtenidos y las ecuaciones ajustadas por García-Espinoza *et al.* (2018 y 2019a) pueden realizarse estimaciones del volumen fustal para plantaciones de *Pinus pseudostrobus* con una alta precisión (Coeficiente de determinación: $R^2 > 0.95$), al considerar de manera conjunta al diámetro normal y la altura total por individuo, descripciones del perfil del árbol al modelar el ahusamiento de cada individuo por efecto de la densidad o la competencia intraespecífica de cada sitio ($R^2 > 0.98$), o proyectar una distribución de productos y establecer dimensiones mínimas de aprovechamiento mediante el volumen comercial estimado ($R^2 > 0.98$) para una industria maderable diferenciada en las PF de la especie.

Las proyecciones de incremento y crecimiento para estimar el rendimiento de las plantaciones en el estado de Michoacán, así como programar las actividades silvícolas y de manejo forestal, se han realizado con la información reportada por García *et al.* (2006) para PF con distintas especies del género *Pinus* en la región forestal Meseta Tarasca; Muñoz *et al.* (2010) al contrastar los distintos factores ambientales y sitios para un desarrollo óptimo como plantación para *Pinus patula* y Sáenz *et al.* (2012) al realizar una monografía de las especies forestales con un alto potencial para el establecimiento como PF en las áreas templadas del estado de Michoacán. Sin embargo, no se encontraron

trabajos publicados para el manejo forestal de todas las especies de interés y de potencial para establecer plantaciones, tales como lo son *Abies religiosa*, *Pinus ayacahuite*, *Pinus douglasiana*, *Pinus herrerae*, *Pinus lawsoni*, *Pinus leiophylla*, *Pinus montezumae*, *Pinus oocarpa*, *Pinus pringlei* y *Pinus teocote*, las cuales son importantes en los aprovechamientos forestales del estado (CONABIO, 2019).

Aun cuando determinar las áreas potenciales para el establecimiento de PF es fundamental para su manejo y aprovechamiento (Muñoz *et al.*, 2010; Sáenz *et al.*, 2011a; Muñoz *et al.*, 2011; Muñoz *et al.*, 2015b; Sáenz *et al.*, 2019), no existe la información necesaria para la clasificación de las áreas forestales de acuerdo con su productividad. La calidad de estación determinará el crecimiento y rendimiento de las plantaciones y por ende su manejo (Torres y Magaña, 2001). En este sentido, solo se encontró un trabajo publicado con fines de clasificar las plantaciones de acuerdo con su productividad, en particular para *Pinus pseudostrobus* en la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro (García-Espinoza *et al.*, 2019b), en donde a una edad base de 20 años se establecen cuatro calidades de estación con clases de índice de sitio de 18 m, 22 m, 26 m y 30 m, con tendencia de crecimiento de tipo polimórfica.

Los planes de manejo forestal para las plantaciones en el estado han tomado como referencia los turnos técnicos (ICA = IMA) reportados por García y Muñoz (1993) para la región del Lago de Pátzcuaro, los cuales se definen para *Pinus pseudostrobus* (2 x 2 m) y *Pinus michoacana* (2 x 2 m), a las edades de 18 y 12 años, cuando las plantaciones se establecen en suelos Andosoles, y el objetivo es maderable (aserrío) y no maderables (celulósicos), respectivamente.

Las plantaciones de *Pinus leiophylla* establecidas en suelos de tipo Andosol (espaciamiento de 1.75 x 1.75 m) con el objetivo de producir productos no maderables, el turno técnico se definió a los 12 años. Para plantaciones de *Pinus pseudostrobus* (2.5 x 2.5 m) y *Pinus michoacana* (2.5 x 2.5 m) con fines maderables, establecidas en suelos Luvisoles, el turno técnico se definió en 24 años, en tanto que, para plantaciones de *Pinus pseudostrobus*, *Pinus michoacana*, *Pinus montezumae* y *Pinus leiophylla* (todos con espaciamiento de 2 x 2 m) con objetivo no maderable, el turno fue definido a los 16 años. Las plantaciones con el objetivo de protección establecidas en suelos de tipo

Luvisol a un espaciamiento de 2.25 x 2.25 m tienen un turno reportado de 30 años.

García y Mas (1994) al evaluar el efecto del espaciamiento en las PF reportan una correlación del 83 – 89 % entre la densidad de plantación inicial al variar el espaciamiento y el rendimiento en volumen ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) para *Pinus patula* y *Pinus leiophylla* a una edad de 19 años; además, los mismos autores indican que de acuerdo con las proyecciones de incremento, los turnos técnicos para estas especies no deberán de exceder los 22 y 20 años, respectivamente. Los autores señalan que espaciamientos de plantación amplios (6 x 6 m) propiciarán malformaciones del arbolado, un exceso de ramas, poco crecimiento en altura total (e.g. $0.64 - 0.99 \text{ m año}^{-1}$ y $0.52 - 0.75 \text{ m año}^{-1}$ para *Pinus patula* y *Pinus leiophylla*, respectivamente), e incrementos en diámetro normal promedio de 2.2 cm año^{-1} y 1.55 cm año^{-1} . Sin embargo, el incremento medio anual en volumen varía entre $1.6 - 7.7 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ y $2.5 - 4.3 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$, como resultado de la baja densidad de plantación en ambas especies.

Las plantaciones de *Pinus patula* con un espaciamiento de 1.5 x 1.5 m, los autores García y Mas (1994) reportan incrementos medios anuales en altura total, diámetro normal y volumen de 1.13 m, 1.5 cm y $15.6 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$, respectivamente, y de 0.87 m, 1.3 cm y $19.3 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$ para *Pinus leiophylla*. García (1996b) señala buenos incrementos en volumen de las plantaciones forestales de 15 años de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* establecidas con un espaciamiento intermedio de 3 x 3 m, en suelos andosoles cubiertos con arenas volcánicas, $15.3 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$ y $13.1 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1} \text{ año}^{-1}$, respectivamente, esto como resultado de un 87 % de supervivencia en plantaciones de la región Purépecha del estado de Michoacán.

Es importante resaltar que una mayor densidad inicial de las plantaciones generará una mayor competencia entre los individuos, por lo que, la mortalidad será más fuerte y requerirá de mayores esfuerzos de manejo (aclareos y podas), lo que incrementará los costos asociados (CONAFOR, 2011b; Guevara-Bonilla y Murillo-Gamboa, 2021). García y Toledo (1994) al proponer una guía práctica para la poda de las plantaciones en el estado, señalan que árboles con alturas de 6 m, 9 m y 12 m

deberán podarse a una altura de 2.5 m, 4.5 m y 6.6 m, respectivamente; además, recomiendan podar solo 1/3 de la copa viva del arbolado es del género *Pinus*. García y Toledo (1989) indican que una poda del 50 % con respecto a la altura total del arbolado, aplicada a finales del invierno y a una edad de entre 4-7 años, representó un incremento periódico significativo en las dimensiones de altura y diámetro normal para plantaciones de *Pinus michoacana* (11.22 cm y 10.62 cm) y *Pinus pseudostrobus* (11.89 cm y 15.35 cm), en las cuales las podas de un 33 %, 25 % de la altura total y una plantación sin ellas, presentaron un menor incremento.

De acuerdo con lo mencionado, se plantean varias interrogantes,: i) ¿cómo se han clasificado las áreas forestales donde se establecen las plantaciones del género *Pinus* en la zona templada de Michoacán?, ii) ¿qué herramientas silvícolas se utilizan en la planeación, establecimiento, manejo y aprovechamiento de las PF en el estado?, iii) ¿con base en qué herramientas se realizan las proyecciones de crecimiento y rendimientos de estos cultivos, iv) ¿cómo se han manejado las plantaciones establecidas a lo largo de la historia?, y v) ¿la producción volumétrica lograda con especies introducidas es competitiva con la mostrada por especies nativas?

Conclusiones

El estado de Michoacán cuenta con un gran potencial para el establecimiento de plantaciones forestales (PF) en la región templada con diversas especies del género *Pinus*, ya que presenta condiciones climáticas y ambientales variadas, tales como altitud, exposición, pendiente, clima y suelos, en las que especies de interés comercial se han adaptado o pueden adaptarse. La información sobre áreas potenciales para el establecimiento de estos cultivos es limitada para algunas especies, por lo que puede ser un área de oportunidad para futuras investigaciones.

Los reportes de los últimos 20 años señalan que la superficie anual establecida de PF en Michoacán se ha igualado con la tasa de aprovechamiento, aun cuando las políticas públicas han tratado de incentivar su establecimiento.

Aun cuando existen incentivos económicos por parte del gobierno federal y estatal, no se han aprovechado al máximo las áreas potenciales con las que cuenta el estado para expandir la frontera forestal sobre los cultivos agrícolas establecidos en las regiones templadas del estado.

La elección de la especie o especies para establecer PF, el tipo de germoplasma a utilizar y la calidad de planta producida en vivero, así como la selección del área y preparación del terreno, son elementos fundamentales que deben de considerarse para el establecimiento de estos cultivos. Además, los factores edafoclimáticos son determinantes en la supervivencia en campo de la planta y en general el éxito o fracaso de estos cultivos forestales

La calidad de estación de cada sitio en donde se establezcan las PF, la densidad inicial de plantación y el manejo silvícola particular para cada condición de crecimiento, la especie o mezcla de ellas, determinará la tasa de incremento y por ende el rendimiento maderable o no maderable de cada cultivo.

El análisis bibliográfico realizado demuestra que se cuenta con más información que puede contribuir a la planeación, el establecimiento y el manejo de las plantaciones, pero ésta aún es insuficiente, y existen aún tópicos poco explorados, tales como los

índices de sitio específicos para cada especie, mezcla de ellas, o región forestal, los parámetros de manejo de densidad acorde a las condiciones de cada plantación o los sistemas de crecimiento y rendimiento implícitos o explícitos más detallados, por lo que debería considerarse generarlos para aprovechar mejor el potencial de la región templada del estado.

CAPÍTULO I. RELACIONES ALOMÉTRICAS CON MODELOS DE EFECTOS MIXTOS PARA *Pinus pseudostrobus* Y *Pinus montezumae* EN PLANTACIONES FORESTALES EN MICHOACÁN, MÉXICO¹

1.1 RESUMEN

La alometría representa los cambios correlacionados entre el tamaño con la forma(s) y los procesos orgánicos dentro de un organismo, al crecimiento de una sección con respecto al todo, o entre las partes de un mismo individuo. El objetivo de este estudio fue modelar las relaciones alométricas entre variables dasométricas mediante modelos de efectos mixtos (MEM) para plantaciones forestales de pino (PFs) de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. Con información de 196 sitios de muestreo de 400 m² ubicados en 34 PFs de *Pinus Pseudostrobus* de entre 7-37 años y 14 plantaciones de *Pinus montezumae* de entre 7-32 años se ajustaron los modelos lineales, Chapman-Richards y alométrico, acorde a cada tendencia entre las variables con MEM. Además, se analizó la influencia de altitud, pendiente, exposición, posición social individual y edad como covariables para los efectos aleatorios de los modelos ajustados. La elección de los mejores modelos se realizó al considerar los valores del coeficiente de determinación, raíz del cuadrado medio del error, y criterio de información de Akaike. Los MEM resultaron estadísticamente robustos, con valores bajos de error promedio y error promedio relativo; además, mostraron una influencia cuantitativa entre las relaciones alométricas con respecto a la altitud, topografía, características ambientales y densidad de plantación con las variables de interés forestal y el rendimiento maderable de las PFs.

Palabras clave: biometría forestal, inventarios forestales, manejo forestal, rendimiento maderable, silvicultura.

¹ Enviado a la Revista *Madera y Bosques* (INECOL).

CHAPTER I. ALLOMETRIC RELATIONSHIPS WITH MIXED-EFFECT MODELS FOR *Pinus pseudostrobus* AND *Pinus montezumae* IN FOREST PLANTATIONS IN MICHOACÁN, MEXICO²

1.2. ABSTRACT

Allometry represents the correlated changes between size with shape(s) and organic processes within an organism, the growth of a section with respect to the whole, or between parts of the same individual. The objective of this study was to model the allometric relationships between dasometric variables with mixed effects models (MEM) for pine forest plantations (PFs) of the Indigenous Community of Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, Mexico. With information from 196 sampling sites of 400 m² located in 34 PFs of *Pinus Pseudostrobus* between 7-37 years of age and 14 *Pinus montezumae* plantations between (7-32 years) of., the linear models were adjusted, Chapman-Richards and allometric, according to each trend between the variables with MEM. In addition, we tested the influence of altitude, slope, aspect, social position of each individual and age as covariates for the random effects of the models. The best models were selected based upon the coefficient of determination, root mean square error, and Akaike's information criterion. The MEMs were statistically robust, with low mean and relative mean error values; they also, showed the existence of a quantitative influence of altitude, topography, environmental characteristics, and density of each site with the variables of forest interest, and between the allometric relationships, as well as with the productivity of these FPs.

Keywords: forest biometrics, forest inventories, forest management, timber yield, forestry.

² Submitted to the Journal *Madera y Bosques* (INECOL).

1.3. INTRODUCCIÓN

La alometría se ha utilizado para modelar la relación entre el cambio proporcional en los atributos o características de los árboles, por ejemplo, el diámetro de copa (dc ; m) (Cisneros *et al.*, 2019), altura total (At ; m) (Guerra-De laCruz *et al.*, 2019), volumen (V ; m^3) (Cruz *et al.*, 2016), biomasa (B ; Mg) y carbono (C ; Mg) (Avendaño *et al.*, 2009) en función del diámetro normal (dn ; cm) o diámetro de tocón (dt ; cm) (Quiñonez *et al.*, 2012; García-Cuevas, *et al.*, 2017) en la disciplina dasométrica.

La modelación de las relaciones alométricas entre el dt , dn , dc , At , V , B y C , por lo general, se ha realizado a través del ajuste con técnicas de regresión al usar mínimos cuadrados ordinarios (MCO) (García-Cuevas, *et al.*, 2017; Guerra-De la Cruz *et al.*, 2019) y la generalización de momentos a través de la matriz de covarianza (GMM ; por sus siglas en inglés) (Hernández *et al.*, 2016). Sin embargo, estas técnicas de ajuste en general presentan algunas deficiencias al ser empleadas con datos provenientes de la misma unidad de muestreo (e.g. sitio o plantación), registros longitudinales en un mismo individuo o de mediciones repetidas de una variable (Calama y Montero, 2004; Tamarit *et al.*, 2014; Corral *et al.*, 2019).

El uso de modelos de efectos mixtos (MEM) se ha convertido en una estrategia de mejora estadística, disminución del error y una forma eficiente de reducir la variabilidad específica por nivel de clasificación (Baty *et al.*, 2015; Correa y Salazar, 2016; Corral *et al.*, 2019). Además, los ajustes con MEM tienen la ventaja de obtener estimadores de parámetros específicos dentro de los modelos empleados para cada condición evaluada, esto proporciona información útil para identificar patrones estructurados de varianza-covarianza. La inclusión de covariables explica de mejor manera la variabilidad de los efectos aleatorios (Pinheiro y Bates, 1998; García-Espinoza *et al.*, 2018).

El análisis de las relaciones alométricas en estudios forestales es importante en la gestión de los recursos, ya que éstas son una herramienta cuantitativa confiable, que contribuyen a disminuir el tiempo y recursos invertidos dentro del levantamiento de la información de campo en un inventario; además son fundamentales en la estimación del

V utilizado como pauta en la programación de actividades silvícolas y en la evaluación de los aprovechamiento maderables o cortas clandestinas, en rodales naturales o plantaciones forestales (PFs) (Prodan *et al.*, 1997; Castedo *et al.*, 2006; Picard *et al.*, 2012; García-Cuevas *et al.*,2017).

Las PFs son un elemento fundamental para elevar la productividad forestal, almacenar carbono y mitigar los efectos del cambio climático (Guariguata, 2009; Ipinza y Barros, 2011). En Michoacán, se tienen registradas alrededor de 16 mil ha de PFs establecidas con el género *Pinus* (CONAFOR, 2018) donde *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* son las especies que representan un potencial de establecimiento importante para extender la superficie establecida y elevar el rendimiento maderable del estado (Muñoz *et al.*, 2011; Muñoz *et al.*, 2015).

De acuerdo con lo mencionado se planteó el objetivo de modelar las relaciones alométricas entre variables dasométricas con modelos de efectos mixtos(MEM) para plantaciones forestales de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en PFs de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México, con la finalidad de mejorar las estimaciones de las variables dasométricas estudiadas. La hipótesis de trabajo es que la descripción de las relaciones alométricas se mejora al incorporar variables aleatorias dentro de los modelos con efectos mixtos, como la edad y las distintas condiciones de crecimiento (altitud, exposición, pendiente, posición de dominancia vertical del árbol y densidad en las plantaciones) para cada sitio muestreado.

1.4. MATERIALES Y MÉTODOS

Las PFs se encuentran dentro de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, entre los paralelos 19° 17' y 19° 30' de latitud norte y los meridianos 102° 06' y 102° 17' de longitud oeste en un intervalo altitudinal de 2,000-3,100 m (Anexo 1). El relieve del área de estudio es de tipo sierra, con una geología ígnea extrusiva y un suelo dominante de tipo Andosol característico de la subprovincia fisiográfica Neovolcánica Tarasca; el clima es templado húmedo con abundantes lluvias en verano (Cw), precipitación media anual de 1,500 mm y temperatura anual promedio de 15°C (INEGI, 2009, 2017).

Se evaluaron 34 PFs, de entre siete y 37 años para *Pinus pseudostrobus* y 14 plantaciones de entre siete y 32 años para *Pinus montezumae*, en las cuales se ubicaron de manera sistemática, 196 sitios de muestreo cuadrangulares de 400 m² (20 × 20 m). Una vez que se determinó la edad (Ed, años), mediante el registro del año de establecimiento de las PF y al corroborar el dato a partir de contar y promediar los anillos de crecimiento obtenidos de núcleos de madera en tres árboles en cada sitio de muestreo (588 núcleos en total), se midió el *dt* (cm), *dn* (cm), *dc* (m), *Afl* (m) y *At* (m). Cabe mencionar que las dimensiones de la *Afl* fueron afectadas por las podas, las cuales no han sido constantes para todas las PFs y en ocasiones aplicadas en etapas tempranas de crecimiento del arbolado.

Se determinó de manera paralela la posición vertical de cada uno de los árboles dentro del perímetro (*Ps*), la cual se registró como dominante, codominante, intermedio y suprimido con base en su dominancia vertical (Krafl, 1984; Chauchard *et al.*, 2001); además, se registraron algunas características físicas del lugar como la altitud (*Alt*, m), la exposición; *Expos*; Zenital (*Z*), norte (*N*), noreste (*NE*), este (*E*), sureste (*SE*), sur (*S*), suroeste (*SO*), oeste (*O*) y noroeste (*NO*), y pendiente (*Pend*%). También, se calculó la densidad de plantación (número de individuos por hectárea; *Na*) en cada plantación, con base en los registros por sitio producto del inventario realizado.

La estimación del volumen fustal de cada árbol, se realizó con las ecuaciones propuestas por García-Espinoza *et al.* (2016; [1.1]) y García-Espinoza *et al.* (2018; [1.2]) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente. Los estadísticos descriptivos para las dos especies se presentan en el Cuadro 1.1.

$$V = 0.0000584616 \cdot dn^{1.96205} \cdot At^{0.93483} \quad [1.1]$$

$$V = 0.000097 \cdot dn^{1.682} \cdot At^{1.031} \quad [1.2]$$

Cuadro 1.1. Estadísticas descriptivas de las variables utilizadas en el ajuste de los modelos alométricos para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

Estadístico / Variable	<i>Pinus pseudostrobus</i>					
	<i>dt</i>	<i>dn</i>	<i>At</i>	<i>Afl</i>	<i>dc</i>	<i>V</i>
Mínimo	5.00	2.50	1.30	1.00	0.10	0.0006
Máximo	77.00	72.30	43.40	26.00	14.40	5.0436
Promedio	32.23	26.16	15.34	6.17	5.83	0.5699
SD	13.77	12.48	7.37	3.95	2.39	0.5548
Ee	0.32	0.29	0.17	0.09	0.06	0.0131
IC	-0.60	-0.50	-0.70	1.30	0.10	5.9000
CA	-0.10	0.00	0.20	1.10	0.00	1.7000
Estadístico / Variable	<i>Pinus montezumae</i>					
	<i>dt</i>	<i>dn</i>	<i>At</i>	<i>Afl</i>	<i>dc</i>	<i>V</i>
Mínimo	3.70	1.90	1.00	1.00	1.10	0.0006
Máximo	51.50	46.4	29.00	11.0	13.65	2.1229
Promedio	22.23	17.43	9.17	3.40	4.88	0.1818
SD	8.38	7.04	4.21	1.45	1.99	0.2138
Ee	0.24	0.20	0.12	0.04	0.06	0.0061
IC	-0.20	0.10	1.00	2.00	1.10	13.2000
CA	0.40	0.50	0.80	1.20	0.70	2.9000

Donde: SD: desviación estándar. Ee: error estándar. IC: índice de curtosis. CA: coeficiente de asimetría. *dt*: diámetro de tocón (cm). *dn*: diámetro normal (cm). *dc*: diámetro de copa (cm). *Afl*: altura de fuste limpio (m). *At*: altura total (m). *V*: volumen fustal (m³).

El análisis de la relación entre *dn* y *dt* (*dn-dt*) se realizó con un modelo lineal; en el caso de *dn*, *At*, *Afl* y *dc* en función del *dt* (*dn-dt*, *At-dt*, *Afl-dt*, *dc-dt*), y *At*, *Afl* y *dc* en función del *dn* (*At-dn*, *Afl-dn*, *dc-dn*) se utilizó el modelo tipo Chapman- Richards; y para la estimación de *V* en función del *dt* y *dn* (*V-dt*, *V-dn*) se usó un modelo alométrico (Domínguez *et al.*, 2006; Quiñonez *et al.*, 2012; Scaranello *et al.*, 2012; Tausch, 2015; García-Cuevas *et al.*, 2017; Guerra-De la Cruz *et al.*, 2019) (Cuadro 1.2).

Cuadro 1.2. Modelos utilizados para cuantificar las relaciones alométricas en *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en plantaciones forestales.

No.	Modelo	Expresión	Relación alométrica
1.3	Lineal	$y = a_0 + a_1x$	$dn-dt$
1.4	Chapman-Richards	$y = a_0(1 - e^{-a_1x})^{a_2}$	$At-dt, Afl-dt, dc-dt, At-dn, Afl-dn, dc-dn$
1.5	Alométrico	$y = a_0x^{a_1}$	$V-dt, V-dn$

Donde: y : variable dependiente según sea la relación alométrica ajustada (parte izquierda). x : variable independiente según sea la relación alométrica ajustada (parte derecha). dt : diámetro de tocón (cm). dn : diámetro normal (cm). dc : diámetro de copa (cm). Afl : altura de fuste limpio (m). At : altura total (m). V : volumen fustal (m^3). a_0 , a_1 y a_2 : parámetros a estimar.

Preliminarmente y para obtener un modelo base, se realizó un ajuste de los modelos con MCO para las 10 relaciones presentadas en el cuadro 1.2, con el paquete *lm* del programa R® Project ver 3.6 en el caso del modelo lineal [1.3] (Santana y Mateos, 2014; R Core Team, 2016) y *nls* en los no lineales (1.4 y 1.5) (Batyet *et al.*, 2015; R Core Team, 2016). Una vez obtenido un modelo base para cada variable, los mismos modelos se ajustaron al utilizar MEM (Calama y Montero, 2004; Corral *et al.*, 2019) con el método de máxima verosimilitud (*ML*), en virtud de que los datos analizados provienen de una misma unidad experimental (plantación) y se presume la no existencia de independencia de observaciones. Esto garantiza estimadores insesgados de los parámetros (Maindonald, 2008; Pérez y Correa, 2008) en las expresiones [1.3] y [1.4]; para el V , la estimación se realizó mediante las ecuaciones propuestas por García-Espinoza *et al.* (2016) y García-Espinoza *et al.* (2018).

Para el modelo lineal mixto, se utilizó la estructura:

$$Y_{ij} = X_{ij}\beta + Z_i\beta_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad [1.6]$$

Donde Y_{ij} y X_{ij} son las respuestas para la i -ésima observación de la variable dependiente e independiente, respectivamente, al considerar que $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2,$

..., n_i ; Z_i es la matriz de orden o clasificación ($n_i \times q$) de las covariables conocidas; β_{ij} se refiere al vector q -dimensional de los coeficientes de regresión; $\beta_{ij} = K_i\beta + b_i$, para lo cual, K_i es la matriz $q \times p$ de las covariables conocidas, β el vector p -dimensional de parámetros de regresión desconocido, y $b_i \sim N(0, D)$; en este caso D es la matriz orden $q \times q$ de varianza y co-varianza; y ε_i el error producto de la sumatoria de la matriz de varianza y covarianzas (Σ_i) donde se asume $N(0, \Sigma_i)$ (Correa y Salazar, 2016).

Los modelos no lineales tuvieron la estructura siguiente:

$$Y_{ij} = f(\theta_{ij}, X_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad [1.7]$$

Donde f es la función no lineal; Y_{ij} y X_{ij} son la i -ésima observación dependiente e independiente, tomada de la i -ésima unidad de clasificación (covariable); y θ_{ij} es el vector de parámetros $r \times 1$ donde r corresponde al número de parámetros en el modelo y es específico del j -ésimo nivel de clasificación por covariable. Además, este vector puede ser dividido para los parámetros fijos y/o aleatorios definidos como $\theta_{ij} = A_i\gamma + B_ib_i$. A_i y B_i los que corresponden a las matrices de tamaño $r \times p$ y $r \times q$ para los efectos fijos y aleatorios, respectivamente, específicos en cada nivel de clasificación; γ y b_i corresponden al vector $p \times 1$ y $q \times 1$ de los parámetros fijos y aleatorios (e.g. covariables), respectivamente, siendo $p \times 1$ el número de parámetros fijos y $q \times 1$ los parámetros aleatorios (Baty *et al.*, 2015; Corral *et al.*, 2019).

El ajuste con MEM, se realizó en el paquete *nlme* y la técnica *ML* del programa R Project ver 3.6 (R Core Team, 2016) en dónde los efectos fijos son utilizados para explicar la variabilidad muestral, mientras que los efectos aleatorios son una manera de agrupar dicha variabilidad por nivel de organización (Robinson, 2010; Correa y Salazar, 2016). La elección de los efectos se realizó bajo el supuesto de tener un valor de agrupación aleatorio muestreado a través del sitio de un intervalo de posibles niveles de organización para cada covariable (e.g. *Alt*, *Expos* o *Pend*), de esta manera se

margina el valor específico para condición evaluada (Robinson, 2016).

La inclusión del efecto aleatorio expresado a través del parámetro aleatorio (a_{ij}) dentro de cada parámetro fijo (a_0 , a_1 y a_2 :) (Cuadro 1.2), se hizo de forma individual en cada uno de los modelos [e.g. $y = (a_0 + a_{0j}) + a_1x$; $y = a_0 + (a_1 + a_{1j})x$; $y = (a_0 + a_{0j}) + (a_1 + a_{1j})x$] para tratar de englobar y explicar la variabilidad por cada covariable, y así estimar de forma simultánea los valores de los parámetros propuestos (Pinheiro y Bates, 1998; Calama y Montero, 2004; Castedo *et al.*, 2006). Las covariables de *Ed* y *Na*, se incluyeron en los MEM como variables continuas al considerar valores entre dos intervalos definidos (e.g. *Na*: 151 a 250, 251 a 350 hasta 1,251 a 1,350 individuos ha^{-1}), mientras que, las covariables de *Ps*, *Alt*, *Exposy* *Pend* fueron empleadas como variables categóricas de clasificación por nivel (e.g. *Expos*: N, NE, NO).

El ajuste de los modelos lineales o no lineales con MEM, asume que los residuales tiene una distribución normal con media igual a cero y matriz de varianzas-covarianzas ($Var[Y] = R = R_{\mu}^{0.5}AR_{\mu}^{0.5}$) capaz de englobar la variabilidad de la muestra utilizada por nivel de clasificación (Littell *et al.*, 2006; Corral *et al.*, 2019), donde R_{μ} es una matriz diagonal cuya i es un elemento diagonal $Var(\mu)$ en función de varianza para la observación, i ; $R_{\mu}^{0.5}$ es una matriz diagonal de raíces cuadradas de los elementos correspondientes de R_{μ} , y A es la matriz de parámetros de escala. La normalidad y homocedasticidad se analizaron con la prueba de Shapiro-Wilk (SW), la cual indica que valores cercanos a la unidad señalan normalidad en la distribución, y de forma gráfica con la distribución de residuales, esta no debe tener una tendencia visible o ser más amplia a medida que incrementan las dimensiones de las variables (Martínez-González *et al.*, 2006; SAS Institute Inc., 2014).

La evaluación de la bondad de ajuste de los dos enfoques propuestos, (e.g. MCO y MEM), se realizó a través de la comparación numérica del valor del coeficiente de determinación (R^2), raíz del cuadrado medio del error (RCME) y criterio de información de Akaike (AIC) (Kozak y Smith, 1993; Prodan *et al.*, 1997; Lencinas y Mohr-Bell, 2007). Para seleccionar el mejor modelo, se generó un sistema de calificación (SC), en el cual, se jerarquizaron los valores de los estadísticos de ajuste, al asignar valores

del 1 a n en función de importancia (e.g. 1 al mejor valor del estadístico y n al peor valor) para después realizar una sumatoria entre las calificaciones y obtener como mejor modelo aquel con el menor valor global (Sakici *et al.*, 2008; Tamarit *et al.*, 2014).

Posteriormente, se evaluó la ganancia estadística en porcentaje de ambos enfoques de ajuste y se determinó la precisión de las estimaciones de los modelos seleccionados como los mejores a través del error promedio (Ep) y error promedio relativo (ER). Además, se graficaron las tendencias alométricas particulares entre las relaciones evaluadas por covariable al emplear la condición de agrupación específica para cada caso.

1.5. RESULTADOS

Las PFs evaluadas se ubicaron a una altitud en el límite inferior de 2,000 m y 2,200 m para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, respectivamente, mientras que, el límite superior fue a una altitud de 3,000 m s.n.m., además, las plantaciones se encuentran en todas las exposiciones topográficas y pendientes que oscilan entre 0 % y 25 % de inclinación. La densidad ha⁻¹ osciló entre 150 y 1,400 árboles en las PFs de *Pinus pseudostrobus*, mientras que, para *Pinus montezumae* fue de 140 y 800 individuos.

Al ajustar los modelos del cuadro 1.2 para todas las relaciones alométricas, por MCO (18 relaciones) y MEM (156 relaciones) al incluir las covariables (*Ed*, *Ps*, *Alt*, *Expos*, *Pend* y *Na*) en cada uno de los parámetros y la combinación entre ellos [e.g. $y = (a_0 + a_{0j})(1 - e^{-a_1 \cdot x})^{a_2}$; $y = a_0(1 - e^{(-a_1 + a_{1j}) \cdot x})^{a_2}$; $y = a_0(1 - e^{-a_1 \cdot x})^{(a_2 + a_{2j})}$; $y = (a_0 + a_{0j})(1 - e^{(-a_1 + a_{1j}) \cdot x})^{a_2}$; $y = (a_0 + a_{0j})(1 - e^{-a_1 \cdot x})^{(a_2 + a_{2j})}$; y $y = a_0(1 - e^{(-a_1 + a_{1j}) \cdot x})^{(a_2 + a_{2j})}$], se presentaron en algunos casos resultados de ajuste con parámetros no significativos ($p < 0.05$), con errores estándar (*Ee*) y valores de *t* no significativos con respecto a los demás ajustes con la misma variable y una covariable específica incluida en el modelo, o bien, una falta de convergencia de los parámetros, por lo que se eliminaron del cuadro de calificación final.

Se observó de manera consistente que al comparar los resultados del ajuste tradicional de MCO con el enfoque de MEM, se incrementan los valores de la R^2 y se reducen los valores de la *RCME* y *AIC* del modelo, además disminuye el *Ee* en los parámetros y mejora la explicación de la variabilidad muestral (Cuadro 1.3).

Cuadro 1.3. Estadísticos de bondad de ajuste para los modelos utilizados en las relaciones alométricas de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

<i>P. pseudostrobus</i>							<i>P. montezumae</i>						
Mod.	RA	Covariable	P. efecto	R^2	RCME	AIC	Mod.	RA	Covariable	P. efecto	R^2	RCME	AIC
[1.3]	<i>dn-dt</i>	----	----	0.956	2.62	8590	[1.3]	<i>dn-dt</i>	----	----	0.912	2.05	5174
		Edad	a_0	0.958	2.56	8540			Altitud	a_0	0.915	2.02	5156
[1.4]	<i>At-dt</i>	----	----	0.713	3.95	10072	[1.4]	<i>At-dt</i>	----	----	0.628	2.55	5710
		Exposición	a_0	0.733	3.82	9970			Densidad	a_0	0.664	2.43	5625
	<i>Afl-dt</i>	----	----	0.413	3.03	9115	[1.4]	<i>Afl-dt</i>	----	----	0.259	1.23	3944
		Altitud	a_0	0.456	2.94	8221			Densidad	a_0	0.378	1.13	3768
[1.5]	<i>dc-dt</i>	----	----	0.577	1.56	6723	[1.5]	<i>dc-dt</i>	----	----	0.172	1.81	4878
		Altitud	a_0	0.615	1.49	6448			Densidad	a_1	0.261	1.71	4774
[1.5]	<i>V-dt</i>	----	----	0.853	0.21	460	[1.5]	<i>V-dt</i>	----	----	0.817	0.09	2395
[1.4]	<i>At-dn</i>	----	----	0.719	3.92	10037	[1.4]	<i>At-dn</i>	----	----	0.653	2.46	5625
		Exposición	a_0	0.737	3.81	9319			Exposición	a_0	0.686	2.35	5526
	<i>Afl-dn</i>	----	----	0.428	2.99	9068	[1.4]	<i>Afl-dn</i>	----	----	0.261	1.23	3940
		Densidad	a_0	0.490	2.85	8226			Densidad	a_0	0.387	1.12	3751
[1.5]	<i>dc-dn</i>	----	----	0.589	1.54	6670	[1.5]	<i>dc-dn</i>	----	----	0.206	1.77	4829
		Altitud	a_0	0.623	1.48	6421			Densidad	a_0	0.297	1.67	4712
[1.5]	<i>V-dn</i>	----	----	0.907	0.17	1291	[1.5]	<i>V-dn</i>	----	----	0.984	0.06	3528

Donde: Primera fila en cada RA se refiere al ajuste por mínimos cuadrados ordinarios, la segunda a modelos de efectos mixtos. Mod.: Modelo. RA: relación alométrica. P. efecto: Parámetro de efecto. *dt*: diámetro de tocón (cm). *dn*: diámetro normal (cm). *dc*: diámetro de copa (m). *At*: altura total (m). *Afl*: altura de fuste limpio (m). *V*: volumen fustal (m³). Covariable: variable que usualmente no se controla durante la toma de datos, pero influye en la variable dependiente. R^2 : coeficiente de determinación. RCME: la raíz del cuadrado medio del error. AIC: criterio de información de Akaike.

Las relaciones entre $dn-dt$, $At-dt$, $Afl-dt$, $dc-dt$, $At-dn$, $Afl-dn$ y $dc-dn$ en *Pinus pseudostrobus* resultaron con una ganancia estadística promedio en los valores de R^2 , $RCME$ y AIC , fueron de 1.0 %, 2.4 %, 7.8 %, 5.0 %, 4.2 %, 9.5 % y 4.5 %, respectivamente, al utilizar MEM, mientras que, para *Pinus montezumae* la ganancia promedio en los estadísticos fueron de 0.7 %, 4.0 %, 19.6 %, 19.7 %, 3.8 %, 20.6 % y 17.5 %, respectivamente, en el mismo orden mencionado en las relaciones alométricas. El Ep en todos los casos se encontró por debajo de las 1.5 unidades, mientras que, el Er en particular para estimar la Afl fue alto probablemente debido a la heterogeneidad en la forma y tiempo de aplicación de podas en los individuos de ambas especies dentro de las plantaciones evaluadas (Cuadro 1.4). Cabe mencionar que, para el ajuste de volumen fustal por individuo se dejó el resultado por MCO, ya que se utilizó una ecuación previamente generada.

Cuadro 1.4. Ganancia estadística e indicadores de precisión para los modelos seleccionados en las relaciones alométricas de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en plantaciones forestales.

Esp.	Mod.	RA	Covariable	P. efecto	Ganancia estadística (%)			Precisión	
					R^2	RCME	AIC	Ep	Er (%)
<i>Pinus pseudostrobus</i>	[1.3]	<i>dn-dt</i>	Edad	a_0	0.2	2.2	0.6	-0.019 cm	-0.089
		<i>At-dt</i>	Exposición	a_0	2.7	3.4	1.0	0.343 m	2.806
	[1.4]	<i>Afl-dt</i>	Altitud	a_0	10.4	3.1	9.8	1.420 m	31.588
		<i>dc-dt</i>	Altitud	a_0	6.6	4.3	4.1	0.076 m	1.482
		<i>At-dn</i>	Exposición	a_0	2.6	2.8	7.2	0.054 m	0.438
	[1.5]	<i>Afl-dn</i>	Densidad	a_0	14.5	4.8	9.3	1.359 m	30.233
	<i>dc-dn</i>	Altitud	a_0	5.8	3.9	3.7	0.094 m	1.830	
<i>Pinus montezumae</i>	[1.3]	<i>dn-dt</i>	Altitud	a_0	0.3	1.4	0.3	0.023 cm	0.133
		<i>At-dt</i>	Densidad	a_0	5.7	4.8	1.5	-0.281 m	-3.053
	[1.4]	<i>Afl-dt</i>	Densidad	a_0	46.0	8.2	4.5	-0.288 m	-8.478
		<i>dc-dt</i>	Densidad	a_1	51.7	5.3	2.1	0.238 m	4.874
		<i>At-dn</i>	Exposición	a_0	5.0	4.7	1.8	0.035 m	0.378
	[1.5]	<i>Afl-dn</i>	Densidad	a_0	48.3	8.7	4.8	-0.288 m	-8.475
	<i>dc-dn</i>	Densidad	a_0	44.3	5.8	2.4	0.107 m	2.186	

Donde: Esp.: especie. Mod.: Modelo. RA: relación alométrica. P. efecto: Parámetro de efecto. *dt*: diámetro de tocón (cm). *dn*: diámetro normal (cm). *dc*: diámetro de copa (m). *At*: altura total (m). *Afl*: altura de fuste limpio (m). *V*: volumen fustal (m³). covariable: variable que usualmente no se controla durante la toma de datos, pero influye en la variable dependiente. R^2 : coeficiente de determinación. RCME: la raíz del cuadrado medio del error. AIC: criterio de información de Akaike. Ep : sesgo promedio. Er : sesgo relativo (%).

La inclusión del efecto aleatorio en la relación alométricas *dn-dt* para *Pinus pseudostrobus* indica que la edad influye directamente en la ordenada al origen o constante del modelo lineal (a_0). Para los casos *At-dt*, *Afl-dt*, *dc-dt*, *At-dn*, *Afl-dn* y *dc-dn* el parámetro referido al máximo crecimiento asintótico de cada variable en el modelo de Chapman-Richards (Cuadro 1.2) fue el de mayor influencia (a_0), en el cual la exposición, altitud y densidad son los factores que determinan en mayor medida las dimensiones y dinámica de agrupación de las variables (Cuadro 1.3). Los parámetros globales de cada

relación alométrica ajustada fueron significativos ($p < 0.05$), tal como se muestran en el cuadro 1.5.

Las relaciones alométricas de *Pinus montezumae* muestran que las covariables tienen una mayor influencia sobre el parámetro relacionado a la pendiente (a_1) dentro del modelo lineal, mientras que, en el modelo de Chapman-Richards (Cuadro 1.2), de acuerdo con la covariable afecta tanto a la asíntota del modelo (a_0), como a las distintas velocidades de cambio en las dimensiones del arbolado (a_1); en este caso, la densidad (N_a) es la característica que mayor influencia ejerce en las relaciones alométricas y por lo tanto en el crecimiento y rendimiento de la especie (Cuadro 1.3). Al ajustar las relaciones alométricas $At-dt$, $Afl-dt$, $At-dn$ y $Afl-dn$ el parámetro a_2 se fijó con un valor de 1 para poder ajustar la expresión, y la estructura del modelo de Chapman-Richards se convierte en el modelo Monomolecular, $y = a_0(1 - e^{-a_1x})$ (Cuadro 1.5).

La estimación del V en función del dt y dn para las dos especies, mostró que no existe mejora en las estimaciones al incluir dentro de la expresión [1.5] los efectos con MEM, ya que el valor de la R^2 disminuye, los valores de $RCME$ y AIC aumentan, y se incrementan los errores expresados por el error promedio y error promedio relativo. Por esta situación y aunado a que los volúmenes se estimaron a través de ecuaciones ya existentes, se decidió proponer solo los parámetros del modelo ajustado por MCO (Cuadro 1.5) y no realizar correcciones por distribución heterocedástica de los residuales como se observa en la figura 1.1 (j y r) para *Pinus pseudostrobus* y para *Pinus montezumae* en la figura 1.2 (j y r).

La prueba de Shapiro-Wilks para cada relación alométrica indica normalidad, ya que en todos los casos los valores fueron mayores a 0.91; además, la distribución en la frecuencia de los residuales tiene una forma de campana de Gauss (Figuras 1.1 y 1.2). Para ambas especies en las relaciones $dn-dt$, $At-dt$, $At-dn$ y $dc-dn$, se observó homocedasticidad con respecto a los datos predichos, mientras que para las demás relaciones alométricas se tiene un aumento del residual a medida que incrementa la dimensión de la variable dependiente, sin que ésta repercuta en las estimaciones al aplicar la expresión propuesta, ya que con el ajuste de MEM se redujo la distribución de

los residuos y además, se tuvo el cuidado de que los ajustes y estimaciones fueran lógicos y coherentes, sin caer en un sobre ajuste de los modelos (Figuras 1.1 y 1.2).

Cuadro 1.5. Modelos y parámetros estimados para cada relación alométrica en las especies de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* establecidos en plantaciones forestales.

<i>Pinus pseudostrobus</i>							<i>Pinus montezumae</i>						
Mod.	RA	Par.	Valor	Ee	Valor t	Valor p	Mod.	RA	Par.	Valor	Ee	Valor t	Valor p
[1.3]	<i>dn-dt</i>	<i>a</i> ₀	-1.33887	0.392	-3.42	<0.001	[1.3]	<i>dn-dt</i>	<i>a</i> ₀	-0.50605	0.243	-2.08	0.0375
		<i>a</i> ₁	0.85379	0.008	113.65	<0.001			<i>a</i> ₁	0.80594	0.008	100.94	<0.001
	<i>At-dt</i>	<i>a</i> ₀	28.01379	1.413	19.83	<0.001		<i>At-dt</i>	<i>a</i> ₀	51.03184	10.216	5.00	<0.001
<i>a</i> ₁		0.03931	0.004	9.96	<0.001	<i>a</i> ₁	0.00942		0.002	4.43	<0.001		
<i>a</i> ₂		1.69166	0.128	13.20	<0.001	<i>a</i> ₂	1						
[1.4]	<i>Afl-dt</i>	<i>a</i> ₀	6.55798	0.875	7.50	<0.001	[1.4]	<i>Afl-dt</i>	<i>a</i> ₀	4.80798	0.291	16.52	<0.001
		<i>a</i> ₁	0.05915	0.015	3.86	<0.001			<i>a</i> ₁	0.07319	0.006	12.26	<0.001
		<i>a</i> ₂	1.47554	0.452	3.27	<0.001			<i>a</i> ₂	1			
	<i>dc-dt</i>	<i>a</i> ₀	10.09109	0.797	12.67	<0.001		<i>dc-dt</i>	<i>a</i> ₀	6.17212	0.174	35.45	<0.001
		<i>a</i> ₁	0.03479	0.006	5.80	<0.001			<i>a</i> ₁	0.12021	0.020	6.04	<0.001
		<i>a</i> ₂	1.26791	0.146	8.68	<0.001			<i>a</i> ₂	2.76228	0.632	4.37	<0.001
[1.5]	<i>V-dt</i>	<i>a</i> ₀	0.00008	0.000	9.08	<0.001	[1.5]	<i>V-dt</i>	<i>a</i> ₀	0.00001	0.000	6.13	<0.001
		<i>a</i> ₁	2.46700	0.028	87.30	<0.001			<i>a</i> ₁	3.04600	0.046	66.55	<0.001

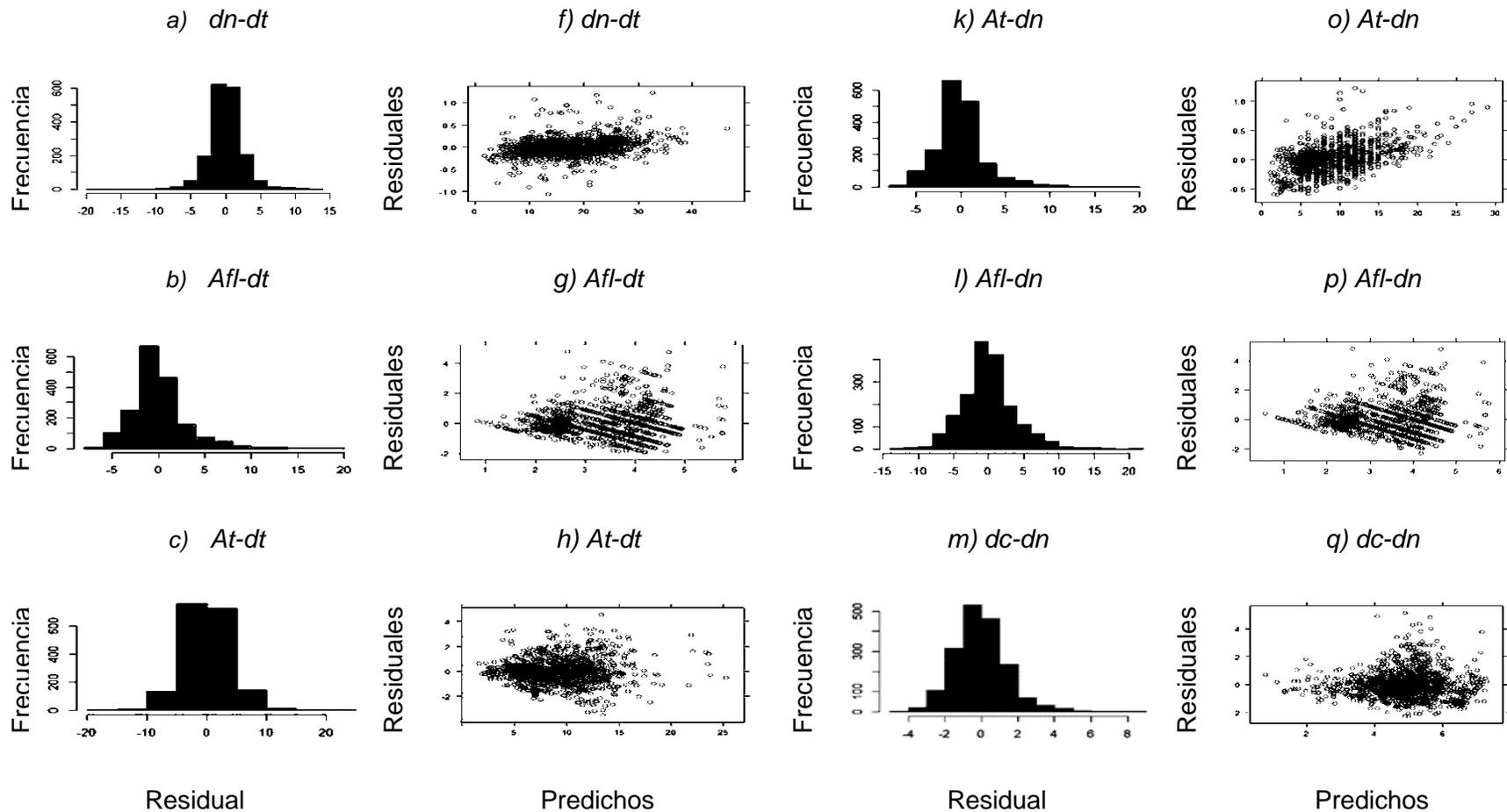
Donde: Mod.: Modelo. RA: relación alométrica. Par.: parámetro. *dt*: diámetro de tocón (cm). *dn*: diámetro normal (cm). *dc*: diámetro de copa (m). *At*: altura total (m). *Afl*: altura de fuste limpio (m). *V*: volumen fustal (m³). covariable: variable que usualmente no se controla durante la toma de datos, pero influye en la variable dependiente. *Ee*: error estándar.

Continúa...

Continuación ... Cuadro 1.5. Modelos y parámetros estimados para cada relación alométrica en las especies de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* establecidos en plantaciones forestales.

<i>Pinus pseudostrobus</i>							<i>Pinus montezumae</i>						
Mod.	RA	Par.	Valor	Ee	Valor t	Valor ρ	Mod.	RA	Par.	Valor	Ee	Valor t	Valor ρ
[1.4]	<i>At-dn</i>	a_0	20.45834	1.637	12.50	<0.001	<i>At-dn</i>	a_0	44.17740	6.528	6.77	<0.001	
		a_1	0.04296	0.008	5.60	<0.001		a_1	0.01407	0.002	5.93	<0.001	
		a_2	0.96530	0.122	7.93	<0.001		a_2	1				
	<i>Afl-dn</i>	a_0	6.37581	0.813	7.85	<0.001	<i>Afl-dn</i>	a_0	4.73948	0.280	16.92	<0.001	
		a_1	0.04892	0.021	2.29	0.0221		a_1	0.09854	0.007	13.19	<0.001	
		a_2	0.66186	0.229	2.89	0.0040		a_2	1				
	<i>dc-dn</i>	a_0	11.66599	1.342	8.69	<0.001	<i>dc-dn</i>	a_0	6.17476	0.381	16.20	<0.001	
		a_1	0.02265	0.007	3.47	<0.001		a_1	0.11352	0.022	5.25	<0.001	
		a_2	0.81362	0.081	10.09	<0.001		a_2	1.29943	0.263	4.94	<0.001	
[1.5]	<i>V-dt</i>	a_0	0.00027	0.000	13.58	<0.001	<i>V-dt</i>	a_0	0.00003	0.000	11.90	<0.001	
		a_1	2.26100	0.020	114.97	<0.001		a_1	2.93900	0.025	118.00	<0.001	

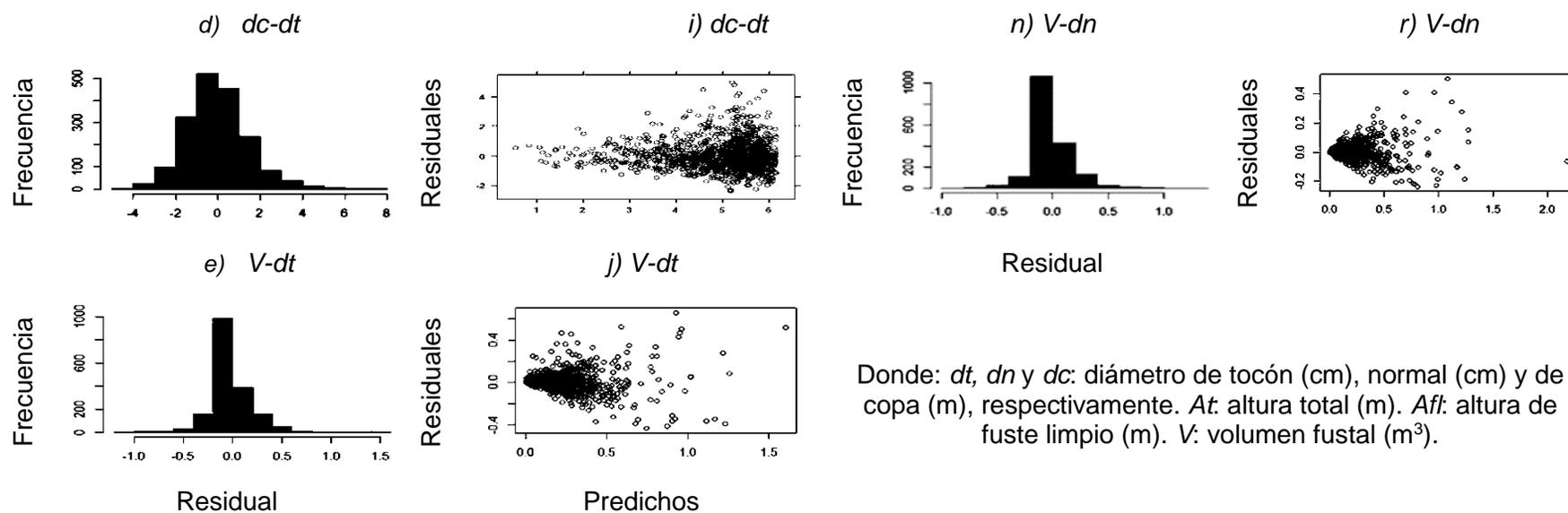
Donde: Mod.: Modelo. RA: relación alométrica. Par.: parámetro. *dt*: diámetro de tocón (cm). *dn*: diámetro normal (cm). *dc*: diámetro de copa (m). *At*: altura total (m). *Afl*: altura de fuste limpio (m). *V*: volumen fustal (m³). covariable: variable que usualmente no se controla durante la toma de datos, pero influye en la variable dependiente. *Ee*: error estándar.



Donde: dt , dn y dc : diámetro de tocón (cm), normal (cm) y de copa (m), respectivamente. At : altura total (m). Afl : altura de fuste limpio (m). V : volumen fustal (m^3).

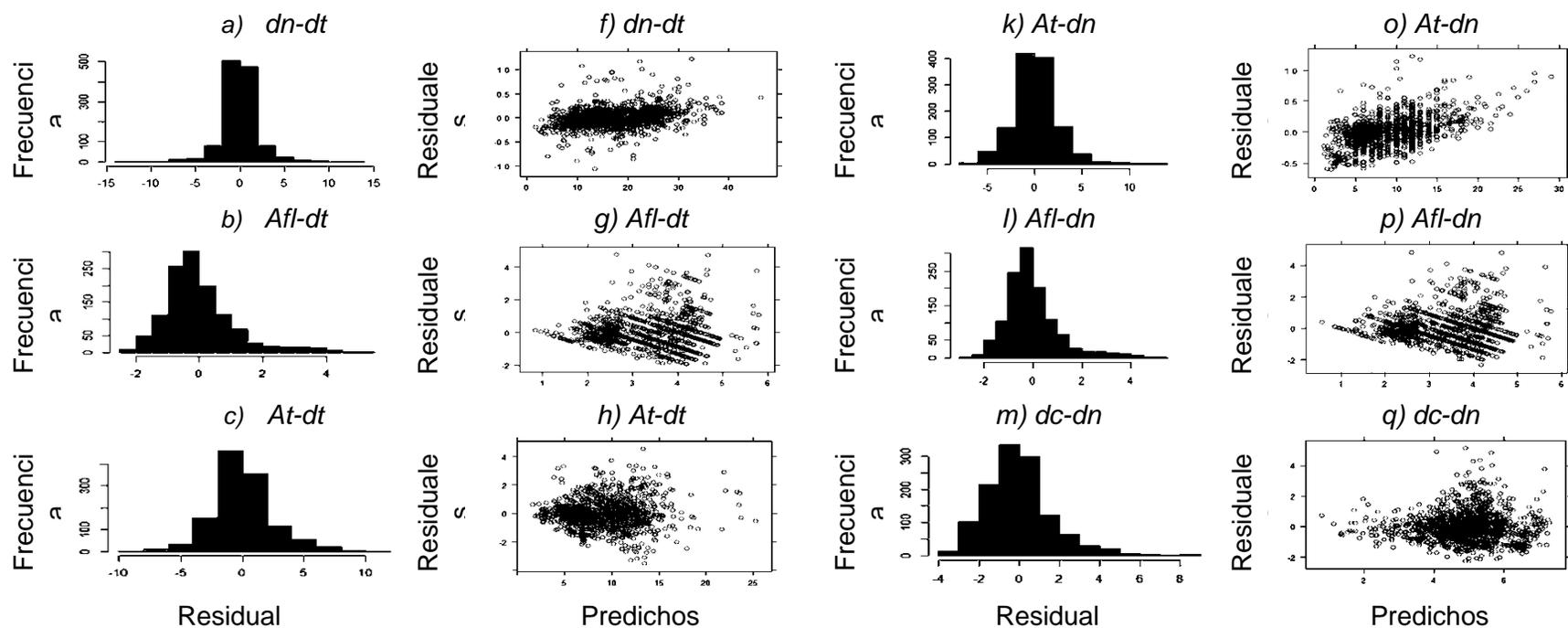
Figura 1.1. Frecuencia y distribución de residuales de los modelos ajustados para las variables alométricas en *Pinus pseudostrobus* establecidas como plantaciones forestales.

Continúa...



Donde: dt , dn y dc : diámetro de tocón (cm), normal (cm) y de copa (m), respectivamente. At : altura total (m). Afl : altura de fuste limpio (m). V : volumen fustal (m^3).

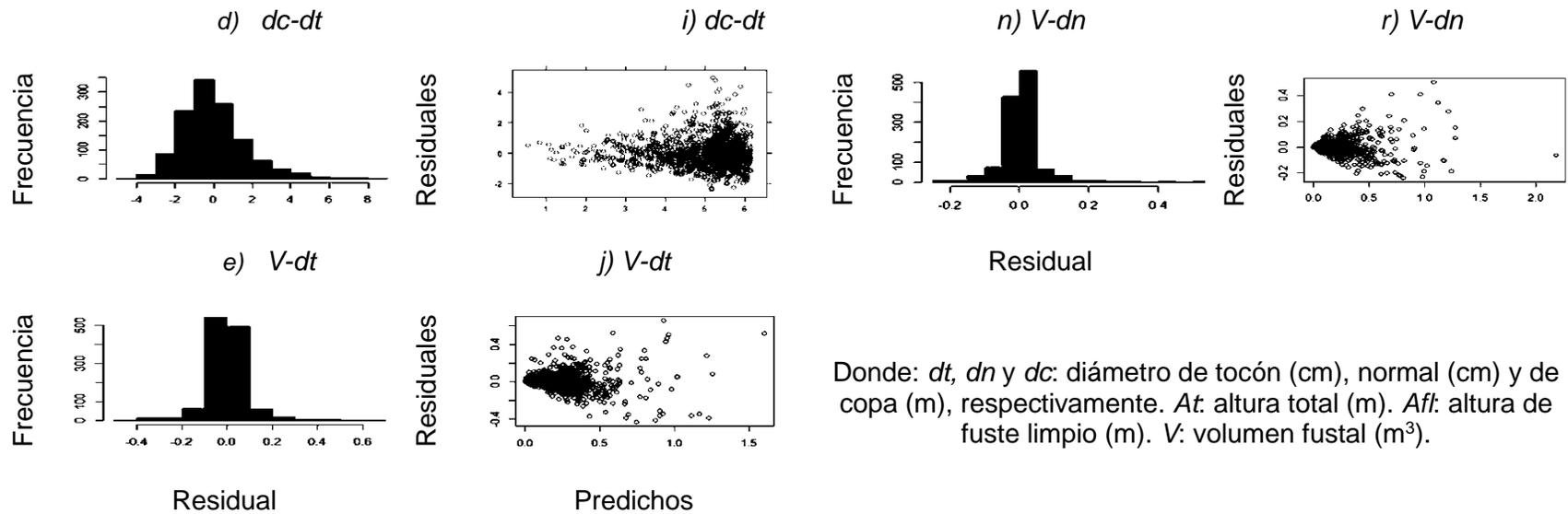
Continuación ... Figura 1.1. Frecuencia y distribución de residuales de los modelos ajustados para las variables alométricas en *Pinus pseudostrobus* establecidas como plantaciones forestales.



Donde: dt , dn y dc : diámetro de tocón (cm), normal (cm) y de copa (m), respectivamente. At : altura total (m). Afl : altura de fuste limpio (m). V : volumen fustal (m^3).

Figura 1.2. Frecuencia y distribución de residuales de los modelos ajustados para las variables alométricas en *Pinus montezumae* establecidas como plantaciones forestales.

Continúa...



Donde: dt , dn y dc : diámetro de tocón (cm), normal (cm) y de copa (m), respectivamente. At : altura total (m). Afl : altura de fuste limpio (m). V : volumen fustal (m^3).

Continuación ... Figura 1.2. Frecuencia y distribución de residuales de los modelos ajustados para las variables alométricas en *Pinus montezumae* establecidas como plantaciones forestales.

Al utilizar el valor de los parámetros globales por especie en las expresiones obtenidas (Cuadro 1.5) y contrastar las estimaciones de dn , At , Afl , dc y V (Figura 1.3), se observó que la relación $dn-dt$ para las dos especies gráficamente fue similar (Figura 1.3a). En las relaciones entre las variables de At , dc y V en función del dt y dn , respectivamente, *Pinus pseudostrabus* fue superior cuantitativamente en las proporciones alométricas a *Pinus montezumae* reflejando un menor desarrollo y crecimiento en PFs de esta última especie. Además, de manera consistente los modelos basados en el tocón fueron más conservadores que los que emplean el dn (Figura 1.3 b, d, c y e).

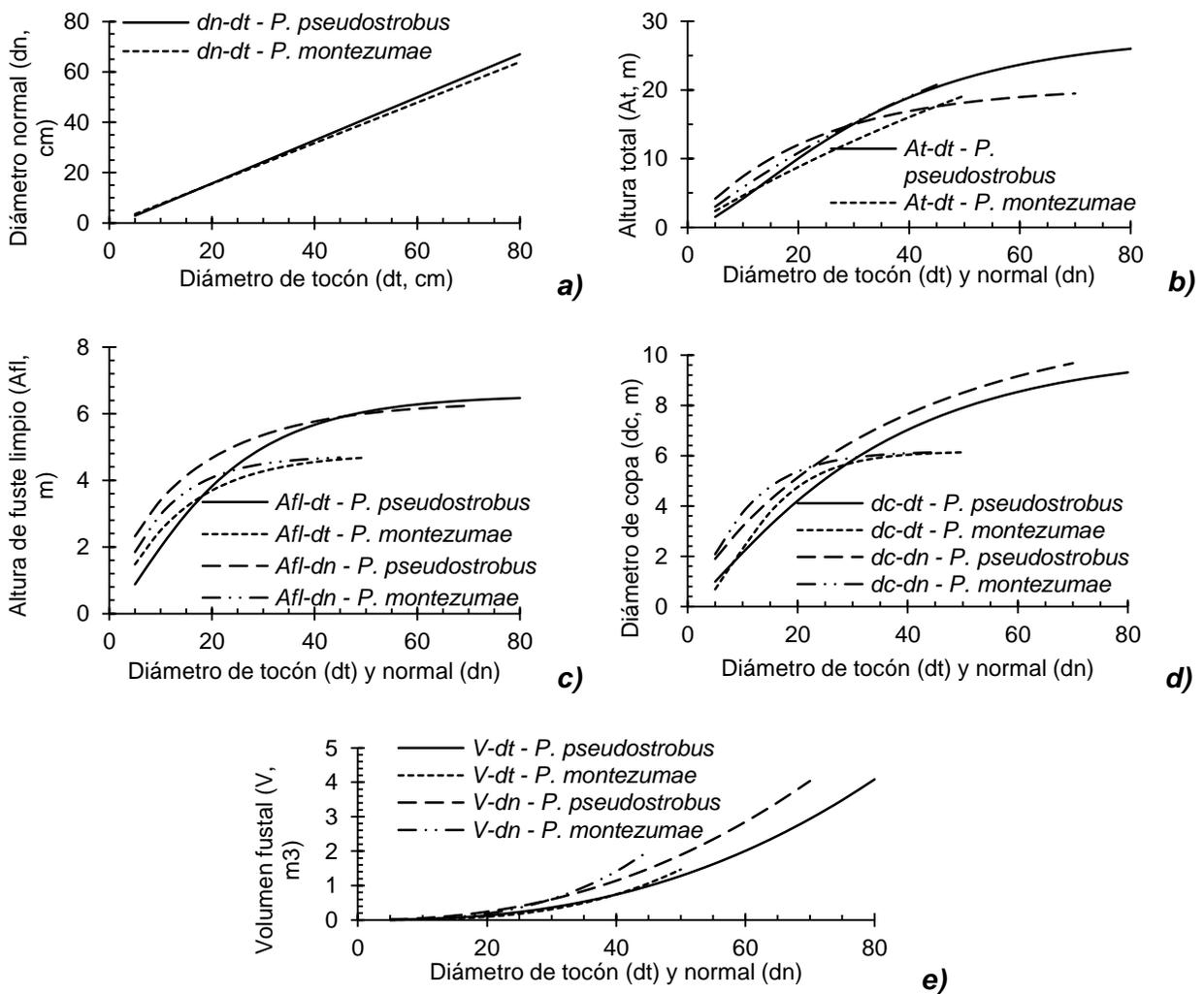


Figura 1.3. Estimación de variables alométricas para las especies de *Pinus pseudostrabus* y *Pinus montezumae* establecidas en plantaciones forestales.

Al graficar las relaciones alométricas ajustadas por MEM, la relación $dn-dt$ no mostró diferencias evidentes por nivel de agrupación en ambas especies, pero sí una mejora estadística, por lo cual, no se incluyen en las figuras 1.4 y 1.5. Para las relaciones $Afl-dt$, $dc-dt$, $At-dn$ y $dc-dn$, *Pinus pseudostrobus* presenta un mejor desarrollo entre las altitudes de 2,400-2,600 m pero menor a los 3,000 m (Figura 1.4 b, c, d y g), en tanto, la At en función del dt muestra mayores dimensiones en las exposiciones orientadas al sur (Figura 1.4a) y la Afl en función del dn tiene menores dimensiones a partir de la densidad de 600 árboles ha^{-1} en adelante (Figura 1.4f); sin embargo, este último resultado deberá de ser tomado con precaución, ya que la aplicación de podas y manejo en las PFs no fue uniforme ni consistente a lo largo de su desarrollo.

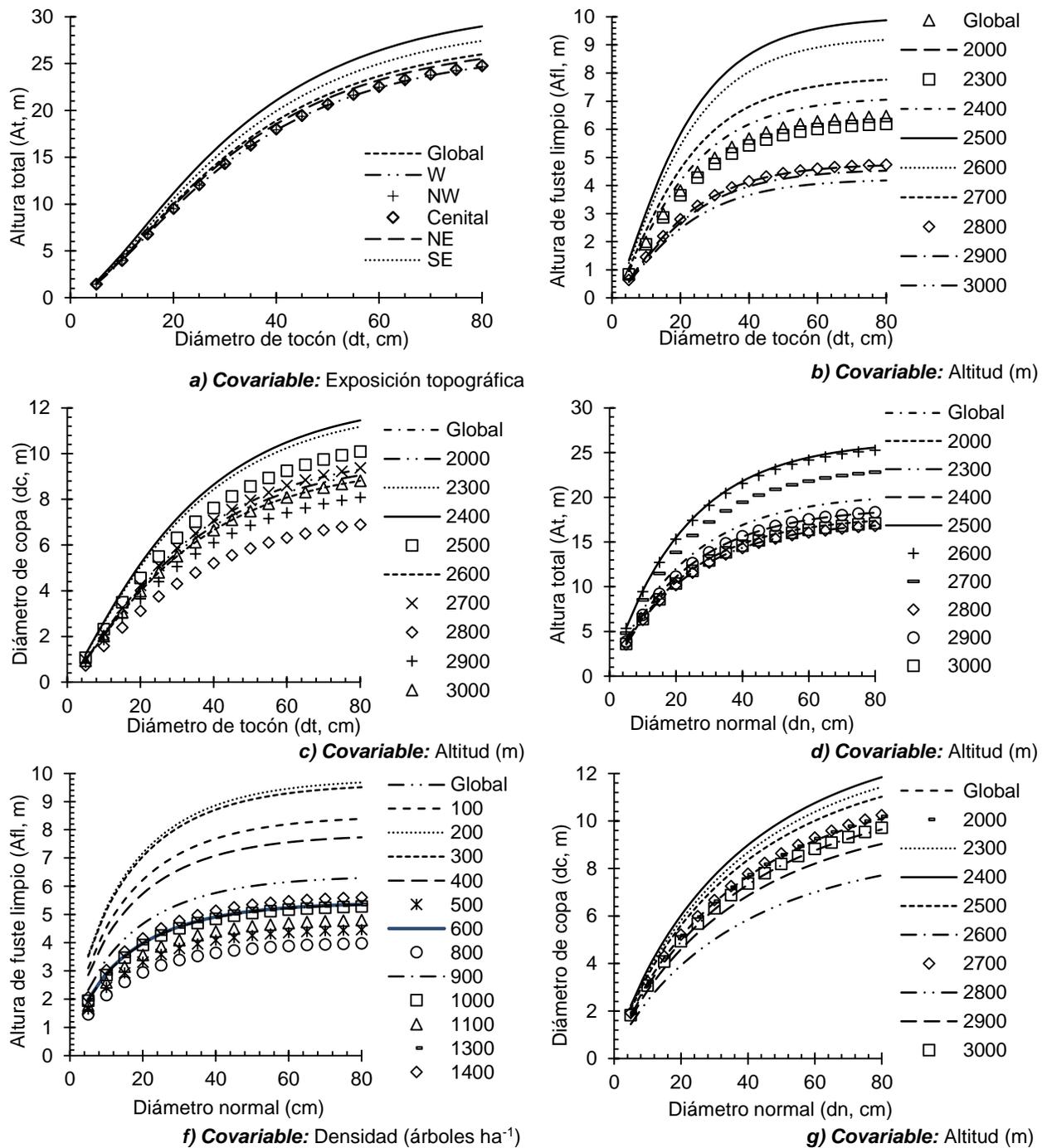
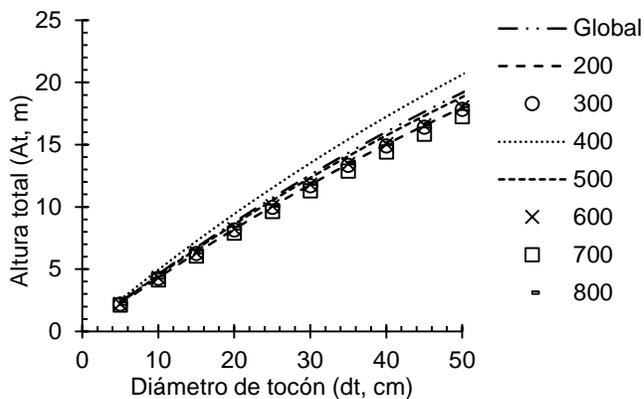


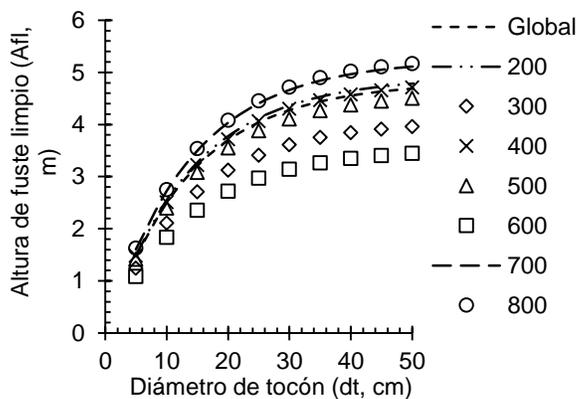
Figura 1.4. Tendencias entre las relaciones alométricas por covariable de *Pinus pseudostrobus* en plantaciones forestales.

Las relaciones alométricas en *Pinus montezumae* mostraron una densidad de 700 árboles ha⁻¹ de manera consistente es una de la que mayores dimensiones propicia para la *Afl- dt*, *dc-dt* y *Afl-dn* (Figuras 1.5b, c y e). En la relación *At-dt* la densidad mencionada

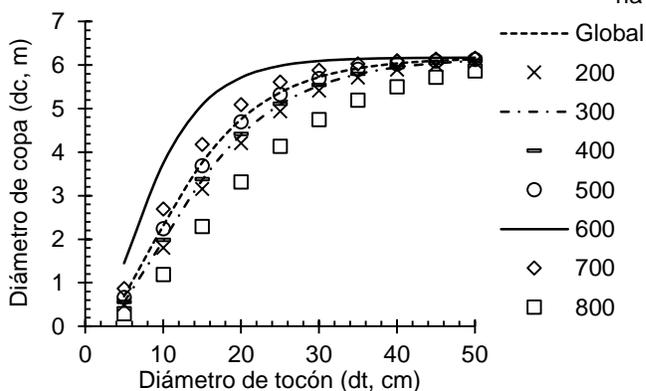
es junto con 800 árboles ha^{-1} la que menores alturas registra (Figura 1.5a), resultado que es posiblemente atribuible a la apertura de espacios de crecimiento debido al manejo silvícola de las PFs. Sin embargo, al evaluar las tendencias de la $At-dn$ la exposición topográfica sureste es la que mayores dimensiones registra (Figura 1.5d), entanto que, la relación alométrica entre el $dc-dn$ señala un desarrollo foliar mayor en el intervalo de altitud de 2,700 m a 2,900 m (Figura 1.5f).



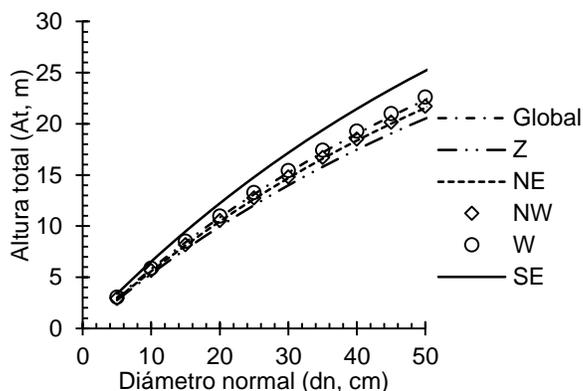
a) Covariable: Densidad (árboles ha⁻¹)



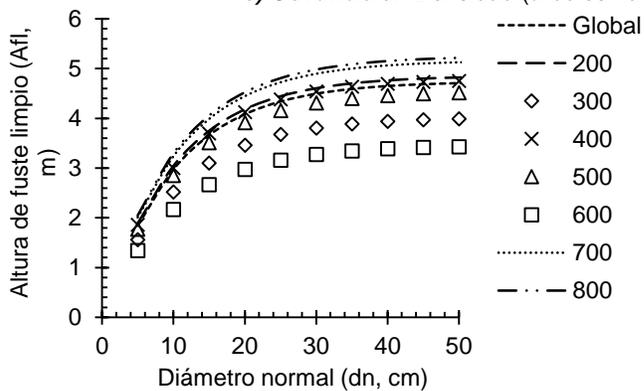
b) Covariable: Densidad (árboles ha⁻¹)



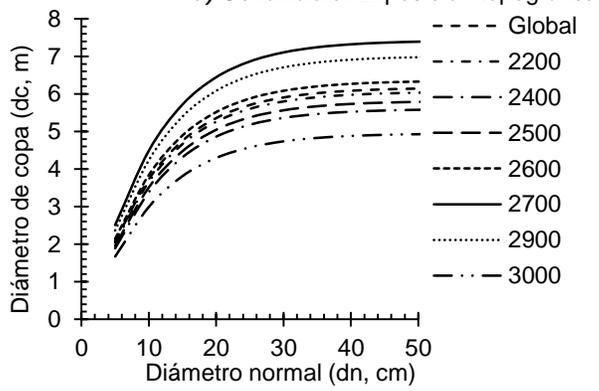
c) Covariable: Densidad (árboles ha⁻¹)



d) Covariable: Exposición topográfica



e) Covariable: Densidad (árboles ha⁻¹)



f) Covariable: Altitud (m)

Figura 1.5. Tendencias entre las relaciones alométricas por covariable de *Pinus montezumae* en plantaciones forestales.

1.6. DISCUSIÓN

Los MEM ayudaron en forma diferencial a mejorar el ajuste de las ecuaciones al agrupar la variabilidad específica por cada covariable y nivel de clasificación utilizado (Calama y Montero, 2004; Baty *et al.*, 2015; Correa y Salazar, 2016; Corral *et al.*, 2019); además, los ajustes mostraron parámetros específicos para cada condición que dan origen a tendencias específicas por condición particular de crecimiento (Figuras 1.4 y 1.5: Pinheiro y Bates, 1998; Castedo *et al.*, 2006; Tamarit *et al.*, 2014; Corral *et al.*, 2019).

El análisis de las relaciones alométricas con MEM, permitió deducir que el índice de esbeltez al considerar el dt de *Pinus pseudostrobus* es influenciada directamente por la exposición del lugar de crecimiento, en la que la orientación sur es la que propicia las mejores condiciones de desarrollo para la especie y que, el dc está limitado por la altitud específica del lugar o sitio.

La especie de *Pinus montezumae* mostró que la covariable con mayor influencia en At , Afl y dc en función del dt , y $Afl-dn$ es la densidad absoluta (número de árboles por unidad de superficie), mientras que, la velocidad de cambio de las proporciones en las relaciones de ambas especies entre el $dn-dt$ disminuye con respecto a la edad o la altitud, pero linealmente consistente en *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, respectivamente. Estas variaciones alométricas y las distintas tendencias de desarrollo por covariable, se pueden atribuir a las múltiples condiciones de crecimiento que generan en conjunto la altitud, clima y topografía una respuesta de rendimiento particular para cada plantación.

Körner y Paulsen (2004) señalan que la variación de temperatura causada por la altitud y condiciones topográficas (isotermas) delimitan el área de distribución y desarrollo de las especies, además de que condiciones micro climáticas específicas propiciadas por la exposición del terreno, los vientos o radiación solar tienen una influencia importante en la mortalidad de plántulas y en consecuencia en la densidad (Smith *et al.*, 2009). Anthelme y Dangles (2012) apuntan que las características bióticas y abióticas son determinantes en las interacciones planta-planta y las limitantes ambientales generan respuestas diversas de crecimiento y nicho en los organismos; por

ejemplo, los efectos de la altitud y condiciones de sitio sobre la sobrevivencia y crecimiento de plántulas en distintos gradientes altitudinales han sido documentados por Ayma-Romay *et al.*, (2015).

El modelo de Chapman-Richards (Cuadro 1.2) ajustado con MEM fue eficiente a la mayoría de relaciones alométricas e indica que en la relación entre $dc-dt$ el parámetro de efecto fue el relacionado a la velocidad de cambio para la muestra (a_1) en *Pinus montezumae*, mientras que, en las relaciones restantes para ambas especies de estudio (A , Alf y $dc - dn$ y dt) fue en el parámetro asintótico relacionado a la mayor dimensión que se puede alcanzar en cada relación alométrica (a_0) (Kiviste *et al.*, 2002; Chiappa *et al.*, 2009; Gutiérrez y Sánchez, 2017).

Lo anterior respalda que la elección del lugar de plantación es crucial para obtener un crecimiento diferencial y rendimientos máximos de estas especies, ya que las condiciones específicas de microclima que dependen de la altitud, exposición y pendiente en conjunto determinan la dinámica en las relaciones alométricas en las PFs de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*. Esta información puede ser una pauta para el establecimiento de nuevas plantaciones con estas dos especies, en las condiciones que incrementen las posibilidades de éxito y mejoren su rendimiento maderable, al considerar los gradientes altitudinales (Smith *et al.*, 2009), las características particulares de cada lugar (Anthelme y Dangles, 2012) o las condiciones climáticas (Ayma-Romay *et al.*, 2015), factores que en conjunto hacen posible el hábitat óptimo de cada especie.

1.7. CONCLUSIONES

La inclusión de covariables en el ajuste de los modelos de efectos mixtos (MEM), con sus excepciones, resultó en una mayor robustez estadística con respecto de los modelos ajustados por el método de mínimos cuadrados ordinarios, ya que en el caso del volumen se eligió este último enfoque por utilizar una ecuación previamente ajustada para realizar estos ajustes. A través de los MEM, se demostró la influencia cuantitativa de las covariables en la ordenada al origen del modelo lineal y en la máxima dimensión (asíntota: a_0) y velocidad de crecimiento (a_1) del modelo de Chapman-Richards, la cual es propiciada por las condiciones específicas de altitud y topografía (variables aleatorias) en donde se desarrollan las plantaciones forestales de las especies en estudio.

La diferencia de edad y densidad entre las plantaciones, así como las distintas condiciones ambientales de cada lugar de establecimiento propiciadas por la altitud, exposición y pendiente, tienen una influencia directa en las relaciones alométricas entre las variables de diámetro de tocón, diámetro normal, diámetro de copa, altura de fuste limpio, altura total y por consecuencia en volumen (rendimiento maderable) en las plantaciones forestales de estas dos especies.

CAPÍTULO II. MORFOMETRÍA DE COPA EN PLANTACIONES DE *Pinus pseudostrobus* Y *Pinus montezumae* EN MICHOACÁN, MÉXICO³

2.1. RESUMEN

Las dimensiones y características morfológicas de la copa de los árboles son indicadores de la capacidad fotosintética y estas varían por efecto de la competencia en el rodal o plantación. Además, los índices morfométricos (IM) y las asociaciones entre las variables dasométricas pueden ser empleadas dentro del manejo forestal. Por lo anterior, los objetivos de este estudio fueron calcular y correlacionar algunos IM, y modelar la relación proporcional de copa (pc%) en función del diámetro normal (dn), con modelos de efectos mixtos (MEM) en plantaciones forestales de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, en Michoacán, México. Se estimaron 11 índices y valores morfométricos con datos del dn , diámetro de la proyección de la copa, altura de fuste limpio y altura total (At). También, se ajustó un MEM con las variables clasificatorias de altitud, exposición y pendiente, para estimar la pc%. El índice de esbeltez (At/dn) y el área de proporción de copa fueron de 0.65 m cm^{-1} y 31.19 m^2 para *Pinus pseudostrobus*, y de 0.55 m cm^{-1} y 21.85 m^2 en *Pinus montezumae*, mientras que, la dimensión del diámetro de copa fue 25 y 31 veces el dn para estas dos especies. Las mejores condiciones de desarrollo para *Pinus pseudostrobus* se presentaron entre los intervalos de elevación de 2,750-2,950 m, mientras que para *Pinus montezumae* las exposiciones oeste y suroeste mostraron valores superiores. Los IM y el ajuste por MEM permiten tener una alternativa para calcular parámetros esenciales en la gestión forestal y establecimiento de las plantaciones forestales en estas dos especies.

Palabras clave: capacidad fotosintética, densidad, efectos mixtos, índices morfométricos, gestión forestal.

³Hernández-Ramos, J., V. J. Reyes-Hernández, A. M. Fierros-González, E. Buendía-Rodríguez, G. Quiñonez-Barraza, y H. M. De los Santos-Posadas. 2022. Morfometría de copa en plantaciones de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en Michoacán, México. BOSQUE, 43(3): 309-320. DOI: 10.4067/S0717-92002022000300309.

CHAPTER II. CROWN MORPHOMETRY IN PLANTATIONS OF *Pinus pseudostrobus* AND *Pinus montezumae* IN MICHOACÁN, MEXICO⁴

2.2. ABSTRACT

The dimensions and morphological characteristics of the tree canopy are indicators of the photosynthetic capacity, and these vary due to the effect of competition in the stand or plantation. Also, the morphometric indices (*MI*) and the associations between the dasometric variables can be used in forest management. Therefore, the objectives of this study were to calculate and correlate some *MI*, and to model the proportional relationship of the cup (*pc%*) as a function of the diameter normal (*dn*), with mixed effects models (*MEM*) in forest plantations of *Pinus pseudostrobus* and *Pinus montezumae*, in Michoacán, Mexico. Consequently, 11 indices and morphometric values were estimated with information on *dn*, crown projection diameter, clean stem height and total height (*At*). Also, a *MEM* was adjusted with the classificatory variables of altitude, exposure, and slope, to estimate the *pc%*. The slenderness index (*At/dn*) and the crown proportion area were 0.65 m cm⁻¹ and 31.19 m² for *Pinus pseudostrobus*, and 0.55 m cm⁻¹ and 21.85 m² in *Pinus montezumae*, while the dimension of the crown diameter was 25 and 31 times the *dn* for these two species. The best development conditions for *Pinus pseudostrobus* occurred between the elevation intervals of 2,750-2,950 m, while for *Pinus montezumae* the west and southwest exposures showed higher values. The *IM* and the adjustment by *MEM* allow having an alternative to calculate essential parameters in forest management and establishment of forest plantations in these two species.

Keywords: density, forest management, mixed effects, morphometric indices, photosynthetic capacity.

⁴Hernández-Ramos, J., V. J. Reyes-Hernández, A. M. Fierros-González, E. Buendía-Rodríguez, G. Quiñonez-Barraza, y H. M. De los Santos-Posadas. 2022. Morfometría de copa en plantaciones de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en Michoacán, México. BOSQUE, 43(3): 309-320. DOI: 10.4067/S0717-92002022000300309.

2.3. INTRODUCCIÓN

La copa es una estructura que determina el desarrollo de los árboles, se considera el motor fotosintético de cada individuo y define la producción primaria de las especies; pero es afectada por cambios ambientales (Li *et al.*, 2015) y por la competencia aérea y radicular, por el espacio vertical y horizontal, así como, por la disponibilidad de luz y los nutrimentos (Lang *et al.*, 2010), mismos que tienen influencia en la dominancia, vitalidad, estabilidad mecánica y rendimiento de los árboles en un sitio (Cunha y Finger, 2013). Los requerimientos fisiológicos de cada individuo ocasionan la poda natural de las ramas en los árboles (Arias, 2005), lo que facilita la entrada de luz en el dosel y sotobosque que en consecuencia propician menor competencia y mayor crecimiento radial (Cunha y Finger, 2013; Cisneros *et al.*, 2019).

La competencia en una población se presenta cuando la disponibilidad de recursos es menor a la demanda que los árboles en conjunto requieren para el crecimiento óptimo (Lang *et al.*, 2010). En la gestión forestal, es fundamental describir, evaluar y cuantificar la competencia para establecer esquemas de aprovechamiento en rodales o plantaciones forestales (PF) (Hess *et al.*, 2016). Además, las dimensiones de la copa como: longitud vertical, diámetro promedio, porcentaje con respecto a la altura total del árbol y forma, son utilizados para generar índices de competencia o modelos de interacción entre individuos en un sitio específico (Cunha y Finger, 2013), debido a que estas dimensiones cambian durante el desarrollo y son sensibles a los niveles de competencia de cada sitio forestal (Cunha y Finger, 2013; Hess *et al.*, 2016).

La importancia que representa el conocimiento de la morfometría de la copa y la generación de índices morfométricos (IM) de las dimensiones de copa de los árboles es debido a que son indicadores de crecimiento, rendimiento, competencia y eficiencia fotosintética, y se han desarrollado descripciones morfométricas de especies forestales de interés comercial (Arias, 2005; Nájera-Luna y Hernández-Hernández, 2008; Castaño *et al.*, 2013), así como ecuaciones alométricas de diámetro de copa (dc , m) en función del diámetro normal (dn , cm) (Sanquetta *et al.*, 2014), modelos de competencia e interacción entre individuos (Lang *et al.*, 2010; Costa *et al.*, 2016), aunado a evaluar el crecimiento y adaptación de procedencias (Rodríguez *et al.*, 2008) y en rodales de

poblaciones fragmentadas (Hess *et al.*, 2016), cobertura del dosel en términos de estimación de inventarios forestales (McIntosh *et al.*, 2012), mapeo del índice de área foliar y arbórea (Aguirre-Salado *et al.*, 2011) y respuesta del crecimiento a la radiación solar en vías de su productividad (Castaño *et al.*, 2013).

El uso de técnicas específicas para cuantificar las interacciones climáticas en la producción primaria neta (Li *et al.*, 2015) o la dominancia vertical de los árboles dentro del sitio (Cunha y Finger, 2013; Cisneros *et al.*, 2019), con la arquitectura del dosel y el crecimiento de las copas, ha conducido a los investigadores a proponer el uso de distintos tipos de análisis estadísticos (Báez-Hernández *et al.*, 2016; Costa *et al.*, 2016; Hess *et al.*, 2016; Cisneros *et al.*, 2019). De ahí que el análisis de covarianza (ANCOVA) es un ejemplo de lo anterior y sirve para verificar si las pendientes alométricas de las especies son semejantes e identificar las interacciones que tienen con la cobertura de copa específica de cada especie (Báez-Hernández *et al.*, 2016). Otro ejemplo, es la inclusión de variables clasificatorias (*Dummy*) de acuerdo con la dominancia vertical de los árboles en dominantes, codominantes o suprimidos, para estimar las relaciones morfométricas en *Prosopis alba* Griseb y *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze en Brasil y Argentina, respectivamente (Costa *et al.*, 2016; Hess *et al.*, 2016; Cisneros *et al.*, 2019).

Otros enfoques que se han utilizado corresponden al ajuste de modelos de efectos mixtos (MEM) en el cual se incluye información adicional, como la riqueza local y funcional de las especies, la competencia y la edad, como variables bióticas, mientras que, la pendiente, la inclinación del terreno y la profundidad del suelo como variables abióticas. Lo cual ha permitido la verificación de la influencia de la dimensión sobre la arquitectura de la copa en cinco especies de un bosque subtropical en China (Lang *et al.*, 2010), aunque también la diferenciación de la proporción de copa (*pc%*) en tres sitios de crecimiento para *Araucaria angustifolia* (Hess *et al.*, 2016). Sin embargo, la información disponible en este sentido para la gestión de las plantaciones forestales del género *Pinus* es escasa en México.

En Michoacán, México, *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* son las especies de este género que más se establecen como PFs en las 16 mil ha registradas de acuerdo con la CONAFOR (2018), y son las que tiene el mayor potencial de establecimiento

dentro del estado para incrementar la productividad maderable (Muñoz *et al.*, 2015). En este sentido, es importante destacar que ambas especies son clave en el desarrollo productivo y económico de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro (CINSJP), Michoacán, México, ya que se utilizan para el aserrío, la industria mueblara, la resinación y las artesanías (PNUD, 2012).

Los objetivos de esta investigación fueron: (1) calcular y correlacionar los índices morfométricos (IM) y, (2) modelar la relación proporcional de copa (*pc%*) en función del *dn* con MEM en las PFs de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en la CINSJP, Michoacán, México. En las hipótesis del trabajo se asumió que las variables fisiográficas determinan cambios morfométricos en los árboles de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* establecidos en PFs y que la relación funcional entre *pc%* y el *dn* se puede modelar con MEM. Lo anterior puede explicar la variabilidad de los IM por condición de crecimiento en las PF de las dos especies.

2.4. MATERIALES Y MÉTODOS

Las PFs establecidas en CINSJP, Michoacán, México se ubican entre las coordenadas 19° 17' y 19° 30' de latitud norte y 102° 06' y 102° 17' de longitud oeste y se encuentran en un relieve de tipo sierra con un intervalo altitudinal de 2,200-2,300 m, clima templado húmedo (*Cw*), con precipitación y temperatura media de 1,500 mm y 15° C, respectivamente y suelo de origen volcánico de la unidad Andosol, característico de la subprovincia fisiográfica Neovolcánica Tarasca (INEGI, 2017).

La evaluación incluyó a 34 PFs de *Pinus pseudostrobus* de entre siete y 37 años, y 14 de *Pinus montezumae* de siete a 32 años. En este sentido se ubicaron 196 sitios cuadrangulares de muestreo de manera sistemática de 400 m², esto al cuidar que fueran equidistantes a cada 100 m entre unidades de muestreo de acuerdo con la superficie, forma y condición de cada plantación evaluada. En cada unidad de muestreo, se registró la altitud (*Alt*), la exposición (*Expos*) y la Pendiente (*Pend*), y se midió el diámetro normal (*d_n*, cm), diámetro de copa promedio (*dc*, m), la altura de fuste limpio (*Afl*, m) y la altura total (*At*, m) de todos los árboles.

Se calcularon las estadísticas descriptivas con la información de campo de las variables de interés el índice de curtosis (IC) y el coeficiente de asimetría (CA); cuyos valores deben estar entre 3 y -3, respectivamente, para que los datos se puedan considerar como una distribución de error normal (Galán *et al.* 2016). Cabe mencionar que para muestras grandes ($n > 60$) y de acuerdo con el teorema del límite central los estimadores se aproximan a los de una distribución normal por lo cual, se puede asumir normalidad en la muestra debido a la sensibilidad de las pruebas estadísticas de Shapiro-Wilk o Kolmogorov-Smirnov (Martínez *et al.* 2014). También, se estimaron variables de morfometría de copa y algunos IM reportados en la literatura especializada (Daniels *et al.* 1986, Nájera-Luna y Hernández-Hernández 2008, Rodríguez *et al.* 2008, Hess *et al.* 2016, Cisneros *et al.* 2019), los cuales se enlistan a continuación:

$$\text{Radio medio de copa (m), } \underline{rc} = \sum_{i=1}^{n=4} \frac{rc}{4} \quad [2.1]$$

$$\text{Diámetro de copa (m), } dc = 2 \times \underline{rc} \quad [2.2]$$

$$\text{Área de proyección de copa (m}^2\text{), } apc = \pi \times \underline{rc}^2 \quad [2.3]$$

$$\text{Extensión de copa (m), } ec = At - Afl \quad [2.4]$$

$$\text{Índice de esbeltez (m cm}^{-1}\text{), } ie = At/dn \quad [2.5]$$

$$\text{Índice saliente (cm cm}^{-1}\text{), } is = dc/dn \quad [2.6]$$

$$\text{Índice de amplitud (m m}^{-1}\text{), } ia = dc/At \quad [2.7]$$

$$\text{Forma de copa (m m}^{-1}\text{), } fc = dc/ec \quad [2.8]$$

$$\text{Proporción de copa (\%), } pc\% = \frac{ec}{Afl} \times 100 \quad [2.9]$$

$$\text{Área de intercepción lumínica de copa (m}^2\text{), } ailc = \left(\frac{\pi \cdot rc}{6 \cdot ec^2}\right) \cdot [(4 \times ec^2 + rd^2)^{2/3} - rc^3] \quad [2.10]$$

$$\text{Índice de competencia, } ic_j = \frac{dn_j^2 \times n}{\sum_i dn_i^2} \quad [2.11]$$

La estimación del ic_j , de un árbol con respecto a los vecinos dentro de cada sitio, implica la medición de los diámetros normales de los árboles dentro del sitio (competidores) (dn_i), además del valor del individuo de mayor diámetro como dimensión objetivo (dn_j) (Álvarez *et al.*, 2003; Hess *et al.*, 2016). El ic_j es considerado un índice de competencia independiente de la distancia (Daniels *et al.*, 1986).

Se realizó además un análisis de correlación de *Pearson* para identificar a las variables con mayor relación entre sí y que puedan contribuir a describir las condiciones actuales en las PFs. También se consideraron como variables interactuantes y con efecto aquellas con correlaciones con valores mayores a 0.6 ($p < 0.05$) (Hess *et al.*, 2016).

La modelación entre la relación entre el porcentaje de copa ($pc\%$), en función del dn , se realizó a través de un modelo lineal (ML) [2.12] con tres estructuras para ser ajustadas bajo el enfoque de ML mixto (MLM) con el paquete R® y la herramienta *lm* (Cayuela, 2018). También se ajustó un modelo de efectos mixtos (MEM) para estimar de forma conjunta los parámetros específicos de cada agrupación, por lo que el error, la

varianza y el valor de los parámetros son específicos por nivel (Correa y Salazar, 2016).

$$pc\% = a + b \times dn \quad [2.12]$$

donde, $pc\%$: proporción del dosel, dn : diámetro normal, a y b : parámetros a estimar.

La inclusión de los efectos aleatorios, que representan a los distintos niveles de clasificación de las variables *Alt*, *Expos* y *Pend* dentro del MEM, asumió tres supuestos: (1) que la pendiente del modelo (b) de $pc\%$ es la misma para todas las condiciones, pero el intercepto es variable [2.13.1]; (2) que el intercepto es constante pero la pendiente es afectada por las variables de agrupación mencionadas [2.13.2]; y (3) que ni la constante ni la pendiente son las mismas para todas las condiciones analizadas [2.13.3]. La inclusión de los efectos (j) en los MEM, se realizó para estimar el efecto aleatorio de distintos niveles muestreados a través del sitio, el cual, tiene un intervalo de posibles niveles de agrupación para cada variable de clasificación (e.g. *Alt*, *Expos* o *Pend*), por lo que, se margina el valor específico para condición evaluada y se expresa de la manera siguiente:

$$pc\% = a_j + b \cdot dn + \varepsilon_{ij} \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \theta^2) \quad [2.13.1]$$

$$pc\% = a + b_j \cdot dn + \varepsilon_{ij} \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \theta^2) \quad [2.13.2]$$

$$pc\% = a_j + b_j \cdot dn + \varepsilon_{ij} \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \theta^2) \quad [2.13.3]$$

donde, $pc\%$: proporción del dosel, dn : diámetro normal, a y b : parámetros a estimar, j : efecto aleatorio relacionado a la covariables, N : número de observaciones, y θ^2 : varianza residual. ε_{ij} : error.

La inclusión de las covariables dentro de los MEM se realizó como variables categóricas de clasificación por nivel (e.g., *Expos*: Z, N, NE, E, SE, S, SO, O, NO; *Pend*: <5 %, >5 %<10 %, >10 % y *Alt*: 2,000, 2,100, 2,200, 2,300, 2,400, 2,500, 2,600, 2,700, 2,800, 2,900 y 3,000 m), para así obtener a través del mejor predictor lineal imparcial empírico (*EBLUP*'s, por sus siglas en inglés) un valor específico en los parámetros aleatorios para las agrupaciones propuesta (Correa y Salazar, 2016; Cayuela,

2018).

Los MEM asumen distribución normal con media igual a cero y una matriz de varianzas-covarianzas idónea para englobar la variabilidad de la muestra por nivel de agrupación: $Var[Y] = R = R_{\mu}^{0,5} A R_{\mu}^{0,5}$, donde R_{μ} es una matriz diagonal cuya i es un elemento diagonal $Var(\mu)$ en función de varianza para la observación i ; $R_{\mu}^{0,5}$ es una matriz diagonal de raíces cuadradas de los elementos correspondientes de R_{μ} , y A es la matriz de parámetros de escala (Littell *et al.*, 2006).

La selección del modelo más adecuado se sustentó en los criterios de información de Akaike y Bayesiano (AIC y BIC), además del valor de verosimilitud del modelo ($logLik$). La significancia ($P < 0.05$) de todos los parámetros también se consideró en el análisis (Galán *et al.*, 2016; Correa y Salazar, 2016). Además, a las estructuras seleccionadas como las mejores se les verificó la normalidad y la homocedasticidad de forma gráfica, al considerar una distribución de frecuencias normal y homocedástica de los residuales (Galán *et al.*, 2016; Cayuela, 2018). De manera adicional y debido a que la muestra utilizada para los ajustes es >60 , para verificar de forma estadística en el primer supuesto, se realizó la prueba de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) (D), mientras que, la distribución de los residuales se verificó mediante la prueba de Goldfeld-Quandt (GQ) (Martínez *et al.* 2014). El planteamiento de la hipótesis nula (H_0) fue que los residuos no se distribuyen de forma normal y homocedástica, mientras que, la hipótesis alternativa (H_a) señala que los residuales siguen una distribución normal y se distribuyen de manera homocedástica; ambas a un nivel de confiabilidad de 95% ($p < 0.05$).

2.5. RESULTADOS

Ninguna de las variables registradas en campo presentó problemas de distribución por presentar valores del IC y CA entre 3.0 y -0.7. Los valores promedio de dt , dn , At , Afl y dc para *Pinus pseudostrobus* fueron de 32.23 cm, 26.16 cm, 15.35 m, 6.15 m y 5.83 m, mientras que, en *Pinus montezumae* fueron de 22.25 cm, 17.44 cm, 9.31 m, 3.30 m y 4.88 m. El ie para *Pinus pseudostrobus* indicó que por cada centímetro que aumenta el dn el incremento en At es de 0.62 m, en tanto que, para *Pinus montezumae* el aumento fue de 0.55 m (Cuadro 2.1).

Cuadro 2.1. Características dimensionales e índices morfométricos para arboles establecidos en plantaciones forestales de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

<i>Pinus pseudostrobus</i>														
Estadístico /Variable	<i>dn</i>	<i>At</i>	<i>Afl</i>	<i>dc</i>	<i>rc</i>	<i>apc</i>	<i>ec</i>	<i>ie</i>	<i>is</i>	<i>ia</i>	<i>fc</i>	<i>pc%</i>	<i>ailc</i>	<i>lc_j</i>
Mínimo	2.5	1.3	1.0	0.13	0.09	0.09	0.3	0.18	0.02	0.09	0.09	8.33	0.02	1.06
Máximo	72.3	43.4	26.0	14.35	7.18	161.73	28.0	2.2	1.19	1.85	6.5	92.31	860.57	5.3
Media	26.16	15.35	6.15	5.83	2.91	31.19	9.2	0.62	0.25	0.43	0.75	59.95	131.42	1.93
<i>DS</i>	12.482	7.372	3.92	2.397	1.202	22.942	4.729	0.171	0.111	0.2	0.438	12.444	93.886	0.684
<i>IC</i>	-0.49	-0.69	1.11	0.07										
<i>CA</i>	0.05	0.16	1.08	0.01										

<i>Pinus montezumae</i>														
Estadístico /Variable	<i>dn</i>	<i>At</i>	<i>Afl</i>	<i>dc</i>	<i>rc</i>	<i>apc</i>	<i>ec</i>	<i>ie</i>	<i>is</i>	<i>ia</i>	<i>fc</i>	<i>pc%</i>	<i>ailc</i>	<i>lc_j</i>
Mínimo	1.85	1.4	1.0	0.38	0.19	0.11	0.4	0.15	0.05	0.11	0.13	10.0	0.43	0.03
Máximo	46.4	29.0	11.0	13.66	6.83	146.51	22.0	1.74	3.39	3.86	9.82	86.49	458.79	8.87
Media	17.44	9.31	3.3	4.88	2.44	21.85	6.01	0.55	0.31	0.59	1.03	62.06	71.97	3.08
<i>SD</i>	7.04	4.08	1.35	1.99	1.0	18.261	3.3	0.162	0.172	0.326	0.752	12.567	55.05	2.624
<i>IC</i>	0.06	1.26	2.86	1.14	1.14									
<i>CA</i>	0.49	0.91	1.22	0.73	0.73									

Donde: *SD*: desviación estándar; *IC*: índice de curtosis; *CA*: coeficiente de asimetría; *dn*: diámetro normal (cm); *At*: altura total (m); *Afl*: altura de fuste limpio(m); *dc*: diámetro de copa (cm); *rc*: radio medio de copa (m); *apc*: área de proyección de copa (m²); *ec*: extensión de copa (m); *ie*: índice de esbeltez(m/cm); *is*: índice saliente (cm cm⁻¹); *ia*: índice de amplitud (m m⁻¹); *fc*: forma de copa (m m⁻¹); *pc%*: proporción de copa en porcentaje (%); *ailc*: área de intersección de lumínica de copa (m²); *lc_j*: índice de competencia.

El área de proyección de la copa (apc : m^2), es un reflejo de la densidad del rodal y de las dimensiones de los individuos (ec y fc). El valor de apc fue superior para *Pinus pseudostrobus* con 31.19 m^2 , y para *Pinus montezumae* fue de 21.85 m^2 . Las estimaciones de la proporción de copa en porcentaje ($pc\%$), área de intercepción lumínica de copa ($ailc$) y el índice de competencia (icj) fueron mayores para *Pinus pseudostrobus* que para *Pinus montezumae* (Cuadro 2.1).

Las variables para *Pinus pseudostrobus* de At , Afl , dc , rc , apc , ec y $ailc$ tienen una correlación positiva >0.60 con el dn , e incrementan a medida que el dn aumenta. De igual manera, en todos los casos se obtuvieron correlaciones positivas entre el área de intersección lumínica de copa ($ailc$: m^2) con dn , At , dc , rc , ec y apc (>0.80); el área de proyección de copa (apc) con el dc y rc (>0.90); la At con la Afl , dc y ec (>0.60); y la forma de copa (fc) con is e ia (>0.60) (Cuadro 2.2).

Los resultados en *Pinus montezumae* resultaron con correlaciones positivas mayores a 0.70 para ia , fc y is ; dn con At , ec y $ailc$ (>0.60); el $ailc$ con la At , ec , dc , rc y apc (>0.70); At , ec y $pc\%$ (>0.60); apc y dc (>0.90); y la At con la Afl (>0.60). Sin embargo, el índice de competencia (icj) tiene una correlación negativa con el dn y At , lo que indica que el incremento de estas dos últimas variables tiene un efecto de reducción en el valor del icj a medida que incrementa el dn y la At (Cuadro 2.2).

Cuadro 2.2. Matriz de correlaciones entre características de copa e índices morfométricos para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

<i>Pinus pseudostrobus</i>														
	<i>dn</i>	<i>At</i>	<i>Afl</i>	<i>dc</i>	<i>rc</i>	<i>apc</i>	<i>ec</i>	<i>ie</i>	<i>is</i>	<i>ia</i>	<i>fc</i>	<i>pc%</i>	<i>ailc</i>	<i>lcj</i>
<i>dn</i>	1													
<i>A</i>	0.83	1												
<i>Afl</i>	0.66	0.82	1											
<i>dc</i>	0.76	0.64	0.50	1										
<i>rc</i>	0.76	0.64	0.50	0.99	1									
<i>apc</i>	0.70	0.58	0.47	0.96	0.96	1								
<i>ec</i>	0.76	0.88	0.45	0.58	0.58	0.51	1							
<i>ie</i>	-0.36	0.12	0.14	-0.31	-0.31	-0.25	0.07	1						
<i>is</i>	-0.50	-0.44	-0.34	0.08	0.08	0.09	-0.40	0.16	1					
<i>ia</i>	-0.27	-0.49	-0.40	0.23	0.23	0.21	-0.43	-0.40	0.79	1				
<i>fc</i>	-0.21	-0.39	-0.11	0.17	0.17	0.17	-0.51	-0.32	0.62	0.81	1			
<i>pc%</i>	0.05	0.00	-0.53	0.08	0.08	0.02	0.44	-0.08	0.02	0.03	-0.40	1		
<i>ailc</i>	0.80	0.82	0.49	0.83	0.83	0.83	0.87	-0.07	-0.20	-0.17	-0.24	0.28	1	
<i>lcj</i>	-0.50	-0.48	-0.39	-0.44	-0.44	-0.36	-0.42	0.13	0.22	0.14	0.13	0.00	-0.42	1

<i>Pinus montezumae</i>														
	<i>dn</i>	<i>At</i>	<i>Afl</i>	<i>dc</i>	<i>rc</i>	<i>apc</i>	<i>ec</i>	<i>ie</i>	<i>is</i>	<i>ia</i>	<i>fc</i>	<i>pc%</i>	<i>ailc</i>	<i>lcj</i>
<i>dn</i>	1													
<i>A</i>	0.80	1												
<i>Afl</i>	0.59	0.69	1											
<i>dc</i>	0.41	0.35	0.10	1										
<i>rc</i>	0.41	0.35	0.10	0.99	1									
<i>apc</i>	0.32	0.26	0.04	0.96	0.96	1								
<i>ec</i>	0.74	0.95	0.44	0.40	0.40	0.31	1							
<i>ie</i>	-0.25	0.30	0.14	-0.12	-0.12	-0.11	0.31	1						
<i>is</i>	-0.43	-0.33	-0.39	0.49	0.49	0.52	-0.25	0.18	1					
<i>ia</i>	-0.31	-0.47	-0.45	0.57	0.57	0.60	-0.40	-0.31	0.83	1				
<i>fc</i>	-0.32	-0.51	-0.24	0.25	0.25	0.29	-0.53	-0.35	0.56	0.76	1			
<i>pc%</i>	0.31	0.45	-0.26	0.38	0.38	0.32	0.66	0.24	0.08	-0.05	-0.51	1		
<i>ailc</i>	0.68	0.80	0.34	0.76	0.76	0.73	0.84	0.14	0.08	0.02	-0.19	0.56	1	
<i>lcj</i>	-0.61	-0.61	-0.48	-0.10	-0.10	-0.02	-0.55	-0.07	0.41	0.44	0.34	-0.20	-0.39	1

Donde: *Todos los valores de correlación de *Pearson* superiores a 0.60 y -0.60 presentaron efecto a un nivel de p 0.05. *dn*: diámetro normal (cm); *At*: altura total (m); *Afl*: altura de fuste limpio (m); *dc*: diámetro de copa (cm); *rc*: radio medio decopa (m); *apc*: área de proyección de copa (m²); *ec*: extensión de copa (m); *ie*: índice de esbeltez (m/cm); *is*: índice saliente (cm cm⁻¹); *ia*: Índice de amplitud (m m⁻¹); *fc*: forma de copa (m m⁻¹); *pc%*: proporción de copa en porcentaje; *ailc*: área de intersección de lumínica de copa (m²); *lcj*: índice de competencia.

El is obtenido para *Pinus pseudostrobus* indica que el dc es en promedio 25 veces el dn , y 31 veces en el caso de *Pinus montezumae*. Es así como, un árbol de *Pinus montezumae* con 35 cm de dn tendría 10.85 m de dc , y bajo el supuesto de copas redondeadas, la densidad en la cual teóricamente no existe ninguna competencia lateral entre las copas es de aproximadamente 108 individuos por hectárea, ya que no se consideran los espacios sin cobertura arbórea entre los individuos. Por su parte, para *Pinus pseudostrobus*, con estas mismas dimensiones el dc será de 8.75 m y la densidad óptima de crecimiento sería de 166 árboles ha^{-1} .

Los resultados del ajuste de los modelos lineal (ecuación 2.12) y con efectos mixtos (ecuaciones 2.13.1, 2.13.2 y 2.13.3) para las dos especies, mostraron parámetros diferentes de cero ($p < 0.05$). El enfoque con MEM, en comparación con mínimos cuadrados ordinarios (MCO), permite obtener parámetros específicos para cada nivel de agrupación. Además, se puede distinguir una contribución porcentual como ganancia estadística al utilizar la expresión 2.13.3 en ambas especies en los valores AIC , BIC y $logLik$ de 1.25 %, 0.63 % y 1.47 %, respectivamente, para *Pinus pseudostrobus*, mientras que en *Pinus montezumae* es de 1.79 %, 1.15 % y 2.04 %, respectivamente (Cuadros 2.2 y 2.3).

El ajuste con MEM para *Pinus pseudostrobus* muestra que la inclusión del efecto aleatorio en ambos parámetros, la covariable Alt , es la que contribuye con más efecto sobre la variable $pc\%$ (Cuadro 2.3, covariable Alt , modelo 2.13.3). Esta situación indica que tanto el intercepto (a) como la pendiente (b) del modelo son diferentes para cada nivel de clasificación por altitud (Cuadro 2.3), y que es entre 2,750-2,950 m donde la especie tiene las mejores condiciones de crecimiento y desarrollo de copa, por lo cual presenta las mayores dimensiones (Figura 2.2a).

Cuadro 2.3. Estadísticos de ajuste con efectos mixtos para el modelo de proporción de copa en porcentaje (*pc%*) en árboles de *Pinus pseudostrobus* establecidos en plantaciones forestales.

Covar.	Mod.	P. efecto	Variable	Valor F	Pr(F)	AIC	BIC	logLik
		ML		4.0823	0.04348	14209	14225	-7101
Alt	13.1	a	dn	4.4115	0.03584	14077	14137	-7027
			factor(Alt)	19.1577	<0.001			
	13.2	b	dn	4.4483	0.03507	14062	14122	-7020
			factor(Alt)	21.1864	<0.001			
	13.3	a y b	dn	4.5433	0.03318	14032	14136	-6997
			factor(Alt)	19.7297	<0.001			
			dn:factor(Alt)	7.6921	<0.001			
Expos	13.1	a	dn	4.2267	0.03994	14151	14195	-7067
			factor(Expos)	13.7424	<0.001			
	13.2	b	dn	4.1683	0.04133	14176	14220	-7080
			factor(Expos)	8.5916	<0.001			
	13.3	a y b	dn	4.4150	0.0358	14077	14149	-7025
			factor(Expos)	14.3550	<0.001			
			dn:factor(Expos)	17.0030	<0.001			
Pend	13.1	a	dn	4.1790	0.04107	14171	14209	-7078
			factor(Pend)	11.6640	<0.001			
	13.2	b	dn	4.1571	0.04161	14180	14218	-7083
			factor(Pend)	9.2485	<0.001			
	13.3	a y b	dn	4.1968	0.04065	14167	14227	-7072
			factor(Pend)	11.7141	<0.001			
			dn:factor(Pend)	2.9194	0.02019			

Donde: Covar.: Covariable. Mod.: Modelo. P. efecto: Parámetro de efecto. AIC y BIC: criterios de información de Akaike y Bayesiano; logLik: valor de log-verosimilitud del modelo.

Los resultados para *Pinus montezumae* muestran que la exposición (*Expos*) es la covariable que tiene un mayor efecto en la *pc%*, dado que, tanto el valor del intercepto (*a*), como la pendiente (*b*) son distintos en cada nivel de clasificación de la covariable (Cuadro 2.4: covariable *Expos*, modelo 13,3). Además, se observa que en las exposiciones oeste y suroeste en donde se obtiene el mejor desarrollo de las copas para esta especie (Figura 2.2b).

Cuadro 2.4. Estadísticos de ajuste con efectos mixtos del modelo de proporción de copa en porcentaje (pc%) en arboles de *Pinus montezumae* establecidos en plantaciones forestales.

Covar.	Mod.	P. efecto	Variable	Valor de F	AIC	BIC	$logLik$
		ML		133.710	9594	9610	-4794
Alt	13.1	a	dn	141.115	9535	9586	-4757
			factor(Alt)	10.715			
	13.2	b	dn	140.968	9536	9588	-4758
			factor(Alt)	10.522			
	13.3	a y b	dn	145.757	9502	9589	-4734
			factor(Alt) dn:factor(Alt)	11.067 6.737			
Expos	13.1	a	dn	152.289	9440	9486	-4711
			factor(Expos)	29.437			
	13.2	b	dn	152.360	9440	9486	-4711
			factor(Expos)	29.540			
	13.3	a y b	dn	155.233	9423	9500	-4696
			factor(Expos) dn:factor(Expos)	30.006 4.938			
Pend	13.1	a	dn	136.784	9570	9600	-4779
			factor(Pend)	10.407			
	13.2	b	dn	135.328	9583	9613	-4785
			factor(Pend)	5.952			
	13.3	a y b	dn	140.373	9541	9587	-4761
			factor(Pend) dn:factor(Pend)	10.680 11.716			

Donde: Covar.: Covariable. Mod.: Modelo. P. efecto: Parámetro de efecto. AIC y BIC : criterios de información de Akaike y Bayesiano; $logLik$: valor de log -verosimilitud del modelo. En todos los casos el valor de probabilidad de F resultado <0.001 .

Al verificar los supuestos de regresión de las expresiones seleccionadas para *Pinus pseudostrobus* (Cuadro 2.3, covariable *Alt*, modelo 13.3) y *Pinus montezumae* (Cuadro 2.4: covariable *Expos*, modelo 13.3), se observa una distribución tendiente a la normal (Figuras 2.1, a y c) y homocedástica de los residuales (Figuras 2.1, b y d). Esta situación se ratifica de manera estadística ya que en las pruebas de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) (D) y Goldfeld-Quandt (GQ) los valores de prueba resultados no significativos por lo que se acepta H_0 y se rechaza H_a para ambas especies (Figura 1).

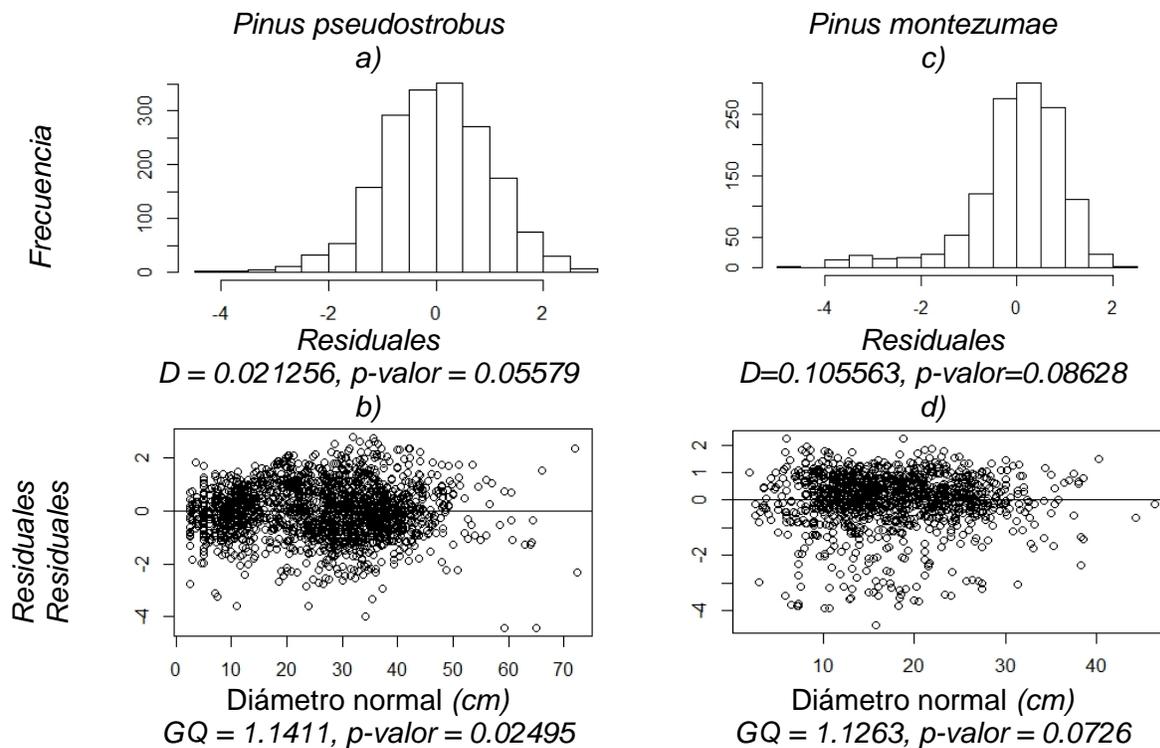


Figura 2.1. Análisis gráfico y estadístico de normalidad (a y c) y homocedasticidad (b y d) de los modelos seleccionados para estimar la $pc\%$ en árboles de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* establecidos en plantaciones forestales.

Los parámetros del modelo aportaron efecto en las dos especies de *Pinus* (Cuadro 2.5). Además, el valor específico de cada uno de estos por especie y nivel de agrupación estimados con la función *EBLUP'S* de la paquetería de ajuste estadístico *nlme* se muestra en el cuadro 2.6.

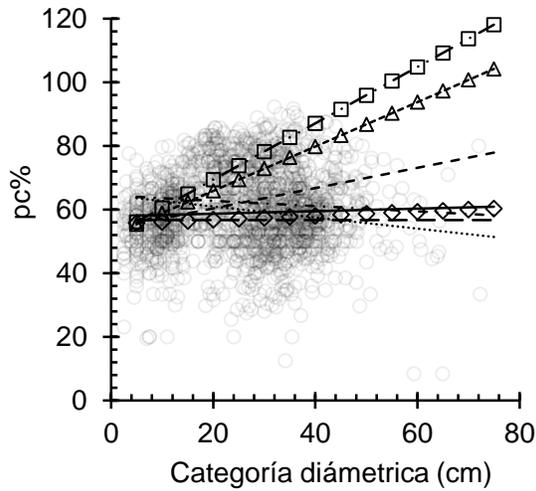
Cuadro 2.5. Valor de los parámetros del modelo 2.13.3 para estimar la *pc%* de árboles establecidos en plantaciones de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

Especie	Parámetros	Estimación	Error estándar	Valor <i>t</i>	Pr(> <i>F</i>)
<i>Pinus pseudostrobus</i>	<i>a</i>	55.81298	2.61348	21.35583	<0.001
	<i>b</i>	0.35232	0.15814	2.22792	0.026
<i>Pinus montezumae</i>	<i>a</i>	56.195	2.69483	20.85291	<0.001
	<i>b</i>	0.44787	0.19452	2.30243	0.0215

Cuadro 2.6. Valor de los parámetros específicos de la ordenada al origen (*a*) y la pendiente del modelo (*b*) por cada nivel de agrupación para estimar la *pc%* en arboles de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

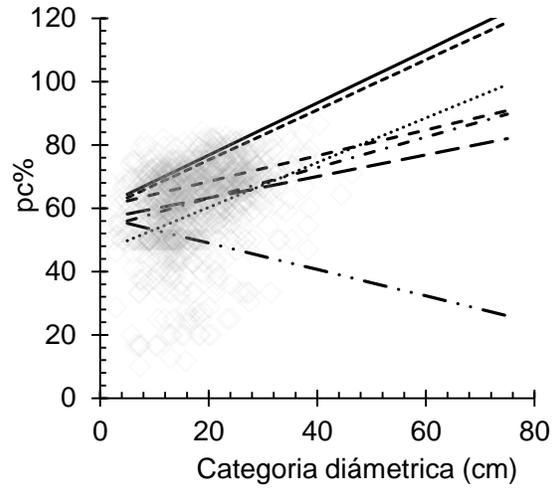
<i>Pinus pseudostrobus</i>			<i>Pinus montezumae</i>		
Parámetros específicos			Parámetros específicos		
Altitud (m)	<i>a</i>	<i>b</i>	Exposición	<i>a</i>	<i>b</i>
2,300	54.02	0.31	Este	57.34	-0.42
2,400	55.46	0.06	Noreste	53.49	0.48
2,500	64.40	-0.17	Noroeste	46.21	0.70
2,600	57.90	0.04	Sureste	60.29	0.41
2,700	64.36	-0.08	Suroeste	60.23	0.83
2,800	51.94	0.70	Oeste	59.37	0.79
2,900	51.64	0.89	Zenital	56.45	0.34
3,000	56.71	0.56			

La relación entre la categoría diamétrica y el *pc %* de cada especie, muestra que *Pinus pseudostrobus* entre 2,750 a 2,950 m de altitud, y *Pinus montezumae* en las exposiciones oeste y suroeste, es donde estas especies tienen más crecimiento y desarrollo de copa (Figura 2.2).



- 2300
- ◇ 2400
- 2500
- 2600
- · - · - 2700

a. *Pinus pseudostrobus*



- · - · - E
- NE
- NW
- SE
- SW
- W

b. *Pinus montezumae*

Figura 2.2. Estimación de la proporción de copa expresada en porcentaje (pc%) en árboles establecidos en plantaciones de *Pinus pseudostrobus* al emplear la variable de clasificación de altitud expresada en m (a) y *Pinus montezumae* con un nivel de agrupación por exposición (b).

2.6. DISCUSIÓN

El análisis de la morfometría de copa mostró correlaciones positivas entre las dimensiones del arbolado (diámetro de copa (dc), radio de copa (rc), área de proporción de copa (apc)) y algunos índices estimados, como el área de intercepción lumínica de copa ($ailc$) para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*. Por lo que, pueden ser considerados como indicadores para la gestión forestal (Hess *et al.*, 2016).

En términos de densidad las condiciones de alta densidad o de competencia dentro de la plantación propicia mayor crecimiento en altura total (At) y menor desarrollo lateral de los árboles, situación que causa una reducción de los valores del apc y $ailc$ y las copas pueden ser asimétricas (Lang *et al.*, 2010). En cambio, los árboles que crecen en PFs en donde hay menor crecimiento en las dimensiones de diámetro normal (dn) y dc por el efecto de la competencia dentro del sitio, deberán ser sujetos a prácticas silvícolas como las podas y los aclareos, los cuales promoverán mayor crecimiento del dn y el dc .

Lo anterior debido a que, entre mayores sean los valores en rc , dc , apc y $ailc$, el área fotosintética del árbol recibirá mayor radiación y su capacidad fotosintética y de crecimiento se incrementará (Rodríguez *et al.*, 2008). Estas dimensiones del dosel son componentes de la producción primaria neta de los árboles, reflejo de su vigor y rendimiento (Schomaker *et al.*, 1999). Por lo que, para evitar una reducción en las tasas de crecimiento, es indispensable disminuir la densidad y aumentar el espacio disponible para el desarrollo de cada individuo, acorde a las necesidades de los rodales (McIntosh *et al.*, 2012; Hess *et al.*, 2016).

Los indicadores de índice saliente (is) e índice de competencia (icj) disminuyen y el dn incrementa a medida que los árboles son más longevos, situación semejante a lo registrado por Nájera-Luna y Hernández-Hernández (2008) al describir la morfometría de copa de *Pinus cooperi* Blanco y *Pinus leiophylla* Schl. & Cham. en un bosque coetáneo de la región de El Salto, Durango, México, así como los resultados de Cisneros *et al.* (2019) para *Prosopis alba* Griseb en bosques nativos de la zona Centro-Norte de Argentina, tendencia que se mantiene aun cuando las especies son de géneros distintos y presentan hábitos de crecimiento diferentes.

El manejo de la densidad específica para cada sitio a través de los índices morfométricos (IM) se fundamenta en que, a medida que incrementa la competencia por espacio aéreo y se reduce la entrada de luz hacia el rodal, el crecimiento en dn disminuye y la copa se hace más pequeña si cesa el crecimiento en At y la densidad provoca poda natural. Sobre todo, en especies intolerantes, lo que repercute en el rendimiento (volumen maderable en $m^3 ha^{-1}$, biomasa o carbono en $Mg ha^{-1}$). Por lo cual, su aplicación es confiable para masas forestales homogéneas de la misma edad, tamaño y tasa de crecimiento (McIntosh *et al.*, 2012; Cunha y Finger, 2013; Cisneros *et al.*, 2019)

El índice de esbeltez ($ie: m cm^{-1}$) indica que *Pinus montezumae* ($ie = 0.55$) es más estable mecánicamente a daños por vientos, huracanes nevadas, en comparación con *Pinus pseudostrobus* ($ie = 0.65$). Puesto que, valores de ie cercanos a cero se asocian a fustes con forma cilíndrica y valores cercanos a la unidad corresponden a fustes cónicos (Arias, 2005; Nájera-Luna y Hernández-Hernández, 2008).

El incremento en At de 0.55 cm con respecto al aumento en el dn para *Pinus montezumae* es bajo en comparación con lo reportado para PFs de *Pinus caribaea* var. *Hondurensis* ($ie = 0.62$) en la región sur de Costa Rica (Arias, 2005), aunque semejante al reportado para un bosque coetáneo de *Pinus leiophylla* Schiede ex Schltdl. & Cham. ($ie = 0.55$) y *Pinus cooperi* Blanco ($ie = 0.55$) en Durango, México (Nájera-Luna y Hernández-Hernández, 2008). En cambio, *Pinus pseudostrobus* el incremento en At de 0.65 cm con respecto al dn fue superior a los mencionados, pero inferior al reportado por López y Nieto (2019) para *Pinus patula* Schl. Et Cham. ($ie = 0.73$) en un bosque de pino en Tlalnepantla, Morelos, México.

Los valores promedio en la forma de copa (fc) son bajos para *Pinus pseudostrobus* (0.75) y *Pinus montezumae* (1.03) en comparación con lo reportado por Cisneros *et al.* (2019) para *Prosopis alba* en tres localidades del Centro-Norte de Argentina (fc : 1.4, 1.9 y 2.0), situación que puede ser atribuible a las diferentes dinámicas y condiciones de crecimiento que requiere esta especie. Sin embargo, estos valores también son inferiores con lo reportado por Hess *et al.* (2016) para *Araucaria angustifolia* en dos sitios de crecimiento en el sur de Brasil (fc : 2.3 y 2.5). En tanto que, los valores obtenidos para

Pinus montezumae son semejantes a lo reportado por Nájera-Luna y Hernández-Hernández (2008) para *Pinus cooperi* en Durango, México (fc : 0.96); mientras que, para *Pinus pseudostrobus* fueron semejantes a lo reportado por estos autores para *Pinus leiophylla* (fc : 0.75). Además, los valores de fc indican que las copas en general son esbeltas (no achatadas), aun con una alta capacidad fotosintética y productividad (Cisneros *et al.*, 2019). Esto se puede relacionar con el turno técnico en altura (Incremento corriente anual = Incremento medio anual), en el cual, la copa tiende a adquirir una forma más plana y extendida. Por lo que, la tasa de asimilación de nutrimentos se reduce y posteriormente el rendimiento maderable de las especies.

La tasa de asimilación de nutrimentos y el rendimiento maderable de cada individuo en una plantación forestal estará en función de una disminución del valor en el fc a medida que incremente la At . Aunado a la reducción de competencia a lo largo de la vida de los árboles, así como de la etapa de desarrollo de cada individuo o intensidad de las practicas silvícolas aplicadas previamente (McIntosh *et al.*, 2012; Costa *et al.*, 2016). Así que para decidir qué individuo se requiere remover por aclareo o corta entre dos árboles de la misma especie en etapa de fustal y similar dominancia vertical (*e.g.*, dominantes, codominantes o intermedios), cuyas dimensiones de dn y dc son semejantes, el criterio principal será cortar el de mayor fc , puesto que es un indicador de copas con forma elipsoide, plana o umbela (Costa *et al.*, 2016).

Respecto a los valores morfométricos registrados, se indica que la reducción muestra un dosel con copas cónicas y de mayor productividad, debido a que la arquitectura de copa está mejor distribuida dentro del dosel (Hess *et al.*, 2016), en donde la At es superior y la eficiencia fotosintética es mayor con una misma apc e igual proporción de copa en porcentaje ($pc\%$). Sin embargo, en los árboles jóvenes (brinzal, monte bravo, vardascal o latizal) el crecimiento en At es mayor que el de ramas laterales, además tienen copa cónica y un menor valor de fc , lo que indica mayor capacidad de asimilación fotosintética y rendimiento inferiores (Hess *et al.*, 2016).

La proporción de copa ($pc\%$) en las plantaciones forestales está influenciada por la densidad, condiciones ambientales donde se desarrollan y prácticas silvícolas aplicadas previamente (Lang *et al.*, 2010; McIntosh *et al.*, 2012; Sanquetta *et al.*, 2014;

Cisneros *et al.*, 2019). Por lo que, esta variable morfométrica incrementa de forma consistente conforme aumentan las dimensiones del *dn* en ambas especies analizadas, en las mejores condiciones de crecimiento, y es un reflejo directo de una capacidad fotosintética superior (Figura 2.3). Para *Pinus pseudostrobus*, el intervalo de altitud en donde mejor se desarrolla la especie se presenta entre los 2,750 a 2,950 m, mientras que, para *Pinus montezumae* las condiciones de las exposiciones oeste y suroeste son propicias para un mayor desarrollo de las dimensiones de copa.

El intervalo altitudinal de 2,750 a 2,950 m y las exposiciones oeste y suroeste, identificadas como las que propician las mejores condiciones de crecimiento y desarrollo para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, respectivamente, pueden utilizarse como indicadores para el establecimiento de plantaciones forestales de ambas especies, lo cual para la región representa un área de amplio potencial para ampliar la superficie de estos cultivos forestales (Muñoz *et al.*, 2015).

Los resultados de los diferentes lms son una muestra en el manejo forestal, o en el planteamiento de nuevas investigaciones que contribuyan al implemento de herramientas silvícolas cuantitativas de aplicabilidad. Por lo tanto, esta información contribuye a la comprensión de las interacciones de competencia en las plantaciones, y permitiría incrementar la productividad y rendimiento de las PFs establecidas en Michoacán con estas dos especies del género *Pinus*.

2.7. CONCLUSIONES

Las diferencias entre los índices morfométricos (IM) y la relación proporcional del dosel en función del diámetro normal en las plantaciones forestales de *Pinus* de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro (CINSJP), Michoacán, México, son definidas principalmente por la altitud en el caso de *Pinus pseudostrobus*, y por la exposición para *Pinus montezumae*.

Los indicadores e IMs estimados, así como, los modelos propuestos pueden servir como indicadores de la productividad en las plantaciones forestales, además de ser referencia para definir índices de competencia, indicadores en la aplicación de prácticas silvícolas acorde a la etapa de desarrollo o factores para definir la densidad específica de estas plantaciones, ya que son parámetros indirectos que registran la velocidad de asimilación fotosintética en cada condición de crecimiento.

La información generada puede ser incluida en la planeación de las actividades silvícolas dentro la gestión forestal en las plantaciones de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en la CINSJP, Michoacán, México.

CAPÍTULO III. MODELOS GENERALIZADOS DE ALTURA-DIÁMETRO PARA *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus pseudostrobus* Lindl. EN PLANTACIONES FORESTALES DE MICHOACÁN, MÉXICO⁵

3.1. RESUMEN

La altura total de los árboles (A_t) de una plantación forestal (PF) es una variable indispensable en el manejo forestal. El uso de expresiones matemáticas que estimen la A_t en función del diámetro normal (dn) o alguna variable a nivel de rodal es una herramienta de apoyo en los inventarios forestales. El objetivo de esta investigación fue, ajustar un modelo generalizado A_t-dn para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* en las PFs de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. Mediante mínimos cuadrados no lineales (MCNL) se ajustaron 10 modelos generalizados A_t-dn , se usaron 883 y 1,226 pares de datos de A_t-dn de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente. El mejor modelo se reajustó con el enfoque de modelos de efectos mixtos (MEM) por máxima verosimilitud, al incluir al sitio como variable de clasificación y una estructura de varianza conocida. El modelo de Wang y Tang fue seleccionado como el mejor por MCNL para posteriormente utilizar MEM e incluir un efecto aditivo en dos de sus parámetros y una función exponencial de varianza mejora los estadísticos de ajuste para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente. La validación mostró igualdad de medias para ambas especies, entre las estimaciones y una muestra independiente del ajuste. La calibración del MEM fue eficiente y amplía la aplicabilidad de estos resultados. La inclusión de la altura dominante y el enfoque de MEM contribuyó a disminuir sesgos en las estimaciones y a explicar de mejor la variabilidad muestral de las parcelas.

Palabras clave: covariable aleatoria; estructura de varianza; inventarios forestales; manejo forestal; modelos mixtos.

⁵Enviado a la revista Forest Science and Technology.

CHAPTER III. GENERALIZED HEIGHT-DIAMETER MODELS FOR *Pinus montezumae* Lamb. AND *Pinus pseudostrobus* Lindl. IN PLANTATIONS IN MICHOACÁN, MEXICO⁶

3.2. ABSTRACT

The height of the tree (H) of a forest plantation (FP), is a indispensable variable in management. The use of mathematical expressions that estimate H as a function of diameter at breast height (dn) or some variable at the stand level is a support tool in forest inventories. To fit and propose a generalized H - dn model for *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus* established in a FP de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. Using nonlinear least squares (NLSQ), 10 generalized A - dn models were fitted with 883 and 1,226 pairs of H - dn data from *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus*, respectively. The best model was refitted with the maximum likelihood mixed effects model (MEM) approach by including the site as a classification variable and a known variance structure. The Wang and Tang (2002) model was selected as the best with MCNL; When using MEM and including an additive effect in two of its parameters and an exponential variance function improved the fit statistics are for *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus*, respectively. The validation showed equality of means for both species between the estimates and an independent sample of the adjustment. The MEM calibration was efficient and broadened the applicability of these results. The inclusion of dominant height in MEM approach contributed to reduce bias in the estimates and to better explain the variability of the plots.

Keywords: forest inventories; forest management; mixed models, random effects; variance structure.

⁶Submitted to the Journal Forest Science and Technology.

3.3. INTRODUCCIÓN

La altura total de los árboles (At ; m), en un rodal o plantación forestal (PF) es una variable que ayuda para realizar estimaciones maderables, evaluar la productividad del rodal o parcela, proyectar escenarios de crecimiento y rendimiento, o realizar tablas de distribución de productos aprovechables (Crecente *et al.*, 2010; Santiago-García *et al.*, 2017; Santiago-García *et al.*, 2020). En un inventario forestal, la medición de la At de todos los árboles dentro de una unidad de muestreo representa una demanda importante de recursos, tiempo y esfuerzo, por lo cual, generalmente se obtiene una submuestra de las alturas (Mehtätalo, 2005; Bronisz y Mehtätalo, 2020).

Una opción para disminuir el error al estimar la At y reducir los costos de medir esta variable en campo, es el ajuste y uso de ecuaciones de altura en función del diámetro normal (dn ; cm), mismas que, pueden ser de tipo local o generalizadas, ya que proveen una solución confiable, precisa y de bajo costo (Zambrano *et al.*, 2001; Barrio *et al.*, 2004; Diéguez-Aranda *et al.*, 2005). Además, no se generan costos adicionales en el levantamiento de información y se utiliza la submuestra de árboles referida para estimar las dimensiones de los árboles restantes dentro de cada parcela, y en donde las expresiones generalizadas consideran características a nivel de rodal (Diéguez-Aranda *et al.*, 2005; Crecente *et al.*, 2010; Gómez-García *et al.*, 2015).

Los modelos generalizados de $At-dn$ permiten evaluar las respuestas de la altura a diferentes condiciones de crecimiento, manejo forestal o características del rodal (Sharma & Parton, 2007; Crecente *et al.*, 2010; Bronisz y Mehtätalo, 2020). El ajuste estadístico se ha realizado con mínimos cuadrados no lineales (MCNL) (Misir, 2010; García-Cuevas *et al.*, 2013), modelos de efectos mixtos (MEM) (Vargas-Larreta, Castedo-Dorado *et al.*, 2009; Corral-Rivas *et al.*, 2014; Corral *et al.*, 2019) y redes neuronales (Correia *et al.*, 2018).

Los MEM se caracterizan por presentar parámetros fijos y aleatorios en la estructura matemática, en donde los primeros corresponden a una respuesta media de los datos utilizados, y los efectos aleatorios representan la diferencia de la parcela promedio con respecto de cada unidad o variable de clasificación (Sharma y Parton,

2007; Gómez-García *et al.*, 2015). Debido a esto, puede explicarse de manera eficiente la variabilidad de la respuesta en la dimensión de altura a distintas condiciones de crecimiento y estimarla con mayor certeza (Corral *et al.*, 2019; Bronisz y Mehtätalo, 2020). Lo anterior representa una opción eficaz para resolver la falta de independencia de las mediciones dentro de una unidad de muestreo (Calama y Montero, 2004; Corral *et al.*, 2019) y de reducir el error de estimación en la que se incurre al emplear MCNL en el proceso de optimización de los estimadores de los parámetros (Bronisz y Mehtätalo, 2020).

Debido a la utilidad práctica de los modelos generalizados de *At-d* en el manejo forestal, este tipo de estructuras se han ajustado para distintas especies de coníferas y latifoliadas en bosques de Durango (Vargas-Larreta *et al.*, 2009; Corral-Rivas *et al.*, 2014; Corral, Silva & Quiñonez, 2019), Michoacán (García-Cuevas *et al.*, 2013; Hernández *et al.*, 2018) e Hidalgo (Hernández *et al.*, 2015), así como para rodales homogéneos en bosques de Ixtlán de Juárez, Oaxaca (Santiago-García *et al.*, 2020) e Ixhuacán de los Reyes, Veracruz (Hernández *et al.*, 2020); sin embargo, hasta el momento, ningún trabajo se ha realizado en PFs.

Dentro de la superficie del estado de Michoacán, México se reportan 16 mil ha de PFs establecidas con el género *Pinus* (CONAFOR, 2018), en las cuales *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* son las especies más utilizadas y que cuentan con alto potencial para extender la superficie establecida y elevar el rendimiento maderable del estado (Muñoz *et al.*, 2011; Muñoz *et al.*, 2015). En Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP) estas especies son de primer orden para las actividades de manejo forestal, resinación, aserrío, industria de muebles y artesanías (González *et al.*, 2014), por lo cual, se planteó el objetivo de ajustar un modelo generalizado de *At-dn* para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* en las PFs de NSJP, Michoacán, México.

3.4. MATERIALES Y MÉTODOS

Las PFs evaluadas se encuentran en los bosques de Nuevo San Juan Parangaricutiro, entre las coordenadas 19° 17' y 19° 30' de latitud norte y 102° 06' y 102° 17' de longitud oeste, en un intervalo altitudinal de 2,000-3,100 m. El relieve es de tipo sierra, con una geología ígnea extrusiva y suelo dominante de tipo Andosol característico de la subprovincia fisiográfica Neovolcánica Tarasca. El clima es de tipo Cw con precipitación media anual de 1,500 mm y temperatura promedio de 15° C (INEGI, 2017).

Se evaluaron 14 plantaciones de entre 7 a 32 años de *Pinus montezumae*, y 34 plantaciones de 7 a 37 años de *Pinus pseudostrobus*, en las cuales se ubicaron de manera sistemática 191 parcelas cuadrangulares de muestreo de 400 m²(20 × 20 m). Además, se midieron el *dn* y *At* de cada árbol dentro de cada parcela, para después calcular por parcela la altura promedio (*Ap*; m), altura dominante promedio de los cinco árboles más altos (*Ad*; m), diámetro cuadrático (*Dq*; cm), área basal (*Ab*; m²) y densidad por parcela de muestreo (*N*; árboles parcela⁻¹). Los estadísticos descriptivos se presentan en el Cuadro 3.1.

Cuadro 3.1. Estadística descriptiva de las variables de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* utilizadas en el estudio.

Estadístico	<i>dn</i>	<i>At</i>	<i>dp</i>	<i>Ap</i>	<i>Ad</i>	<i>Dq</i>	<i>Ab</i>	<i>N</i>
<i>Pinus montezumae</i>								
Mínimo	1.85	2.00	10.15	2.86	4.25	10.66	0.18	7.00
Media	17.43	9.17	17.44	9.17	12.46	18.02	0.62	24.70
Máximo	46.40	29.00	37.59	25.86	29.00	37.82	1.45	40.00
Desviación estándar	7.04	4.21	5.33	3.63	4.42	5.34	0.33	8.07
Varianza de la muestra	49.60	17.75	28.46	13.18	19.51	28.51	0.11	65.08
Curtosis	0.1	1.00	-0.10	2.00	0.70	-0.30	-0.10	-0.80
Coefficiente de asimetría	0.5	0.80	0.50	1.00	0.60	0.40	1.00	-0.20
<i>Pinus pseudostrobus</i>								
Mínimo	2.50	2.50	6.26	3.98	6.60	7.16	0.10	5.00
Media	26.16	15.34	26.29	15.34	19.41	26.78	0.80	16.76
Máximo	72.30	43.40	58.22	32.20	43.40	58.83	2.31	34.00
Error típico	0.29	0.17	0.27	0.16	0.19	0.26	0.01	0.20
Desviación estándar	12.48	7.38	11.36	6.90	7.93	11.08	0.40	8.32
Varianza de la muestra	155.80	54.40	129.10	47.57	62.85	122.74	0.16	69.19
Curtosis	-0.50	-0.70	-0.60	-1.00	-0.60	-0.70	-0.30	-0.90
Coefficiente de asimetría	0.00	0.20	-0.10	0.00	0.20	-0.20	0.00	0.70

Donde: *dn* = diámetro normal (cm). *At* = altura total (m). *dp* = diámetro normal promedio de la parcela (cm). *Ap* = altura promedio de la parcela (m). *Ad* = altura dominante de la parcela (m). *Dq* = diámetro cuadrático (cm). *Ab* = área basal de la parcela (m² sitio⁻¹). *N* = número de árboles de la parcela.

De los 1,261 y 1,751 pares de datos de *At-dn* de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente, se tomó el 70 % de manera aleatoria para el ajuste estadístico, para lo que se seleccionaron diez modelos generalizados utilizados en estudios semejantes (Cuadro 3.2). El 30 % restante de los datos se utilizó para validar los modelos ajustados.

Cuadro 3.2. Ecuaciones generalizadas altura-diámetro ($At-dn$) seleccionadas para el ajuste de ecuaciones para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

ID - nombre	Estructura	Referencia
[3.1] – Gaffrey (1988)	$At = 1.3 + (A_0 - 1.3) e^{a_0(1-\frac{Dq}{dn})} + a_1 \left(\frac{1}{Dq} - \frac{1}{dn} \right)$	Sánchez-González, Cañellas & Montero (2007) y Hernández <i>et al.</i> (2015).
[3.2] – Nilson (1999)	$At = \frac{A_0}{1 + a_0 \left(1 - \left(\frac{dp}{dn} \right)^{a_1} \right)}$	Sánchez-González <i>et al.</i> (2007) y García-Cuevas <i>et al.</i> (2013).
[3.3] - Chapman & Richards modified (2007)	$At = 1.3 + a_0 + Ap^{a_1} \left(1 - e^{a_2 dn} \right)^{a_3 \left(\frac{N}{Dq} \right)^3}$	Corral-Rivas <i>et al.</i> (2014) y Ercanli (2015).
[3.4] – Mirkovic (1958)	$At = 1.3 + (a_0 + a_1 A_0 + a_2 Dq) e^{\frac{-a_3}{dn}}$	García-Cuevas <i>et al.</i> (2013) y Santiago-García <i>et al.</i> (2020).
[3.5] - Hui y Gadow (1993)	$At = 1.3 + a_0 A_0^{a_1} dn^{a_2 A_0^{a_3}}$	Vargas-Larreta <i>et al.</i> (2009) y García-Cuevas <i>et al.</i> (2013).
[3.6] - Harrison <i>et al.</i> (1986)	$At = A_0 (1 + a_0 e^{a_1 Dq}) \left(1 - e^{\frac{-a_2 dn}{A_0}} \right)$	García-Cuevas <i>et al.</i> (2013) y Hernández <i>et al.</i> (2015).
[3.7] - Temesgen and von Gadow modified (2004)	$At = 1.3 + (a_0 + a_1 Ab) Dq^{a_2} dn^{a_3} A_0^{a_4}$	Vargas-Larreta <i>et al.</i> (2009) y Liu <i>et al.</i> (2017).
[3.8] - Sharma and Parton (2007)	$At = 1.3 + a_0 A_0^{a_1} \left(1 - e^{-a_2 Dq^{a_3} dn} \right)^{a_4}$	Vargas-Larreta <i>et al.</i> (2009) y Santiago-García <i>et al.</i> (2020).
[3.9] - Wang and Tang (2002)	$At = 1.3 + a_0 A_0 \left(a_1 e^{\frac{-a_2}{dn}} \right)$	García-Cuevas <i>et al.</i> (2013) y Hernández <i>et al.</i> (2015).
[3.10] - Schroeder y Álvarez II (2001)	$At = 1.3 + (a_0 + a_1 A_0 - a_2 Dq + a_3 Ab) e^{\frac{a_4}{\sqrt{dn}}}$	Vargas-Larreta <i>et al.</i> (2009) y Corral <i>et al.</i> (2019).

Donde: ID = identificador del modelo; a_0 , a_1 y a_2 = parámetros a estimar; e = base de los logaritmos neperianos; dn = diámetro normal (cm); At = altura total (m); A_0 : altura dominante (m). dp = diámetro normal promedio de la parcela (cm); Ap = altura promedio de la parcela (m); Ad = altura dominante de la parcela (m); Dq = diámetro cuadrático (cm); Ab = área basal de la parcela (m^2 sitio $^{-1}$); y N = número de árboles de la parcela $^{-1}$.

Se ajustaron en un primer enfoque las ecuaciones del Cuadro 3.2 a través de MCNL mediante la función “*nls*” en el programa *R*® (R Core Team, 2021), con el objetivo

de seleccionar un modelo base para la inclusión de los efectos aleatorios. La selección del modelo más adecuado se realizó al evaluar el ajuste estadístico y la desviación en las estimaciones mediante los mayores valores del coeficiente de determinación (R^2 , [3.11]), los menores valores de la raíz cuadrada media del error ($RCME$, [3.12]) y el Criterio de Información de Akaike (AIC , [3.13]) (Crecente *et al.*, 2010; Corral *et al.*, 2019; Bronisz y Mehtätalo, 2020). Además, se verificó la significancia de los parámetros ($p > 0.05$) y se consideró la parsimonia de cada estructura (García-Cuevas *et al.*, 2013; Santiago-García *et al.*, 2020).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad [3.11]$$

$$RCME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-1}} \quad [3.12]$$

$$AIC = 2 \cdot p + n \cdot \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \right) \quad [3.13]$$

donde, y_i , \hat{y}_i y \bar{y}_i son los valores observados, estimados y promedio, respectivamente; n es el número total de datos utilizados en el ajuste de los modelos (Cuadro 3.2); p hace referencia al número de parámetros; y \ln es el logaritmo natural.

Una vez elegido el modelo base generalizado de *At-dn* de los modelos ajustados, y mediante el enfoque de MEM, se incluyó de manera aditiva en el modelo a la variable de clasificación correspondiente por parcela, para el ajuste con MEM. Este análisis permite incluir efectos fijos, los cuales son globales para la población y aleatorios si así se desea, los cuales son específicos para cada nivel de agrupación; además, reduce la variabilidad aleatoria que no explican los MCNL, agrupa la respuesta de la *At* por nivel de clasificación y disminuye el sesgo de estimación al eliminar las condiciones iniciales que intervienen en la dinámica de crecimiento dentro de cada parcela (Calama y Montero, 2004; Mehtätalo *et al.*, 2015; Ferraz *et al.*, 2018).

La estructura en los modelos no lineales fue: $Y_{ij} = f(X_{ij}, \theta_{ij}) + \varepsilon_{ij}$; donde f es la función no lineal (seleccionada del Cuadro 3.2), Y_{ij} y X_{ij} son la i -ésima observación dependiente e independiente, tomada de la i -ésima unidad de clasificación (parcela), y

θ_{ij} es el vector de parámetros $r \times 1$ donde r corresponde al número de parámetros en el modelo y es específico del j -ésimo nivel de clasificación. Además, este vector puede dividirse para los parámetros fijos y aleatorios definidos como $\theta_{ij} = A_i\gamma + B_ib_i$. A_i y B_i , los que corresponden a las matrices de tamaño $r \times p$ y $r \times q$ para los efectos fijos y aleatorios, respectivamente, que son específicos en cada nivel; γ y b_i corresponden al vector $p \times 1$ y $q \times 1$ de los parámetros fijos y aleatorios, respectivamente (Baty *et al.*, 2015; Corral *et al.*, 2019).

El ajuste de los MEM se realizó con la función *nlme* de R (R Core Team, 2021) y la aproximación marginal de máxima verosimilitud del mejor predictor lineal empírico insesgado (EBLUP) (Mehtätalo y Lappi, 2020). Además, para corregir la heterocedasticidad de los residuos y estabilizar la varianza del error inconsistente en las estimaciones, se evaluaron tres funciones de varianza: (i) función de potencia (*varPower* [3.14]); (ii) función exponencial (*varExp* [3.15]); y (iii) función constante y de potencia (*varConstPower* [3.16]) (Pinheiro y Bates, 2000; Zuur *et al.*, 2009; Gałeczki y Burzykowski, 2013; Mehtätalo y Lappi, 2020).

$$\mathit{var}(\varepsilon_{ij}) = v_i^{2 \cdot \delta_1} \quad [3.14]$$

$$\mathit{var}(\varepsilon_{ij}) = \exp^{2 \cdot \delta_1 \cdot v_i} \quad [3.15]$$

$$\mathit{var}(\varepsilon_{ij}) = (\delta_1 + |v_i|^{\delta_2})^2 \quad [3.16]$$

donde $\mathit{var}(\varepsilon_{ij})$ es la función de varianza evaluada en la covariable de varianza de los residuales del predictor (v_i), mientras que, δ_1 y δ_2 se refieren a los coeficientes de la función de varianza, los cuales serán específicos para cada nivel (δ_i).

La selección de la mejor estructura se realizó al evaluar el ajuste estadístico con los valores de R^2 , *RCME* y *AIC*, así como la significancia de los parámetros ($p < 0.05$) (Corral *et al.*, 2019; Bronisz y Mehtätalo, 2020). De igual manera, se verificó la proporción de verosimilitud de cada ajuste a través de la prueba de *ANOVA* incluida en la función *nlme* (Pinheiro y Bates, 2000). En caso de empate o igualdad, se le dará prioridad al análisis que presente menor desviación y que proporcione mayor explicación de la

variabilidad muestral con el primer criterio mencionado, ya que una evaluación integral entre ambos criterios, como el sistema de evaluación del ajuste estadístico es la mejor alternativa (Sakici *et al.*, 2008). A la estructura seleccionada como la mejor, se le calculó el sesgo por estimación [3.17] para verificar las desviaciones cuantitativas al aplicar el modelo.

$$\text{Sesgo} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{n} \right) \quad [3.17]$$

Se realizó una comparación de medias como poblaciones independientes con la prueba de t a un $p = 0.05$ (Infante y Zarate, 2012), para lo cual se utilizó el 30% de la muestra seleccionada de manera aleatoria, que no se utilizó para la validación del modelo al emplear los parámetros fijos, esto es, 378 y 525 pares de datos de *At-dn* para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente. Las hipótesis fueron: Hipótesis nula (H_0), no existe diferencia entre las alturas de ambas poblaciones independientes ($\mu_1 = \mu_2$), Hipótesis alternativa (H_a) el valor real de la media poblacional (A) es distinto del valor que establece la H_0 ($\mu_1 \neq \mu_2$).

La calibración del MEM y la estimación de los parámetros aleatorios del vector b_i , se utilizó una submuestra (m_i) de los datos de *At-dn* (Vonesh y Chinchilli, 1997; Corral-Rivas *et al.*, 2014; Corral *et al.*, 2019), por lo que se usaron datos de 9 y 12 parcelas de muestreo, independientes al ajuste y validación para las PF de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente. La ecuación empleada fue la siguiente:

$$\hat{b}_i = \hat{D} \hat{Z}_i^T (\hat{R}_i \hat{D} \hat{Z}_i^T)^{-1} \hat{\varepsilon}_i \quad [3.18]$$

Dónde \hat{D} ; matriz de varianzas-covarianzas común de los parámetros aleatorios para los cual $q \times q$ se refiere al número de parámetros con el efecto mixto, Z_i : matriz $m \times q$ de los valores de las derivadas parciales, correspondientes a la dimensión de los árboles seleccionados para la calibración de acuerdo con el criterio elegido, y evaluados como $\hat{b}_i = 0$, \hat{R}_i : matriz de varianzas-covarianzas del error global del modelo ajustado ($m_j \times m_j$); $\hat{\varepsilon}_i$: vector de error del modelo fijo, el cual representa a los residuales entre los valores observados menos los predichos ($m \times 1$), y Z^T ; hace referencia a la matriz transpuesta de cada expresión.

Se analizaron cuatro opciones de calibración (*C*) o localización de los MEM, para obtener la mejor estrategia de estimación de los parámetros aleatorios para cada unidad de muestreo (parcela), y ajustar la respuesta de la expresión fija del modelo a cada condición específica de crecimiento en las PF (Sharma *et al.*, 2016). Los criterios que se incluyeron, para calibrar la respuesta específica por unidad de muestreo del MEM y obtener un valor con el cual se ajustara de manera aditiva el parámetro aleatorio ($+a_i$) para estimar la altura de los árboles en función del diámetro normal, fueron los siguientes:

C1: Medir las alturas de los dos árboles más gruesos en diámetro normal (*dn*) dentro de la parcela.

C2: Medir las alturas de los dos árboles más delgados en *dn* dentro de cada parcela.

C3: Medir la altura del árbol más grueso y el más delgado en *dn* por parcela.

C4: Medir las alturas de los tres árboles más gruesos en *dn* dentro de cada parcela.

Una vez realizada la calibración, se estimó la altura de los árboles de cada parcela por estrategia (*C1*, *C2*, *C3* y *C4*); las estimaciones se evaluaron a través de los valores de la *RCME* (3.12), *Sesgo* (3.17) y el error porcentual absoluto medio (*E%AM*: 3.19) (Mayer y Butler, 1993).

$$E\%AM = 100 \cdot \left[\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i / y_i)}{n} \right] \quad [3.19].$$

3.5. RESULTADOS

Los modelos de dos parámetros [3.1] y [3.2] fueron los que menor precisión y explicación de la variabilidad presentaron. El modelo de Wang y Tang ([3.9]), que incluye al dn y la Ad como variables explicativas, se eligió como el mejor de acuerdo con los mejores valores estadísticos de ajuste y la parsimonia de la expresión, además, de que todos sus parámetros fueran significativos, al contrario de la expresión 3.10 no presentó. Por lo tanto, esta expresión se tomó como base en el análisis con MEM (Cuadro 3.3).

Cuadro 3.3. Estadísticos de ajuste para los modelos generalizados altura-diámetro.

ID	<i>Pinus montezumae</i>			<i>Pinus pseudostrobus</i>		
	R^2	RCME (m)	AIC	R^2	RCME (m)	AIC
3.1	0.3075	3.480	4711.9	0.5518	4.788	7684.9
3.2	0.3473	3.378	4659.7	0.5788	4.713	7605.2
3.3	0.7627	2.039	3770.1	0.8769	2.550	6035.1
3.4	0.8004	1.870	3617.4	0.8684	2.636	6119.9
3.5	0.8025	1.860	3608.2	0.8656	2.665	6147.4
3.6	0.8034	1.855	3601.9	0.8719	2.601	6084.2
3.7	0.8037	1.856	3604.7	0.8705	2.617	6102.1
3.8	0.8041	1.854	3602.8	0.8706	2.616	6100.9
3.9	0.8051	1.847	3594.2	0.8726	2.593	6076.3
3.10	0.8054	1.848	3597.0	0.8748	2.572	6058.0

Donde: ID = identificador del modelo; R^2 = coeficiente de determinación; RCME = raíz del cuadrado medio del error; y AIC = criterio de Información de Akaike.

El efecto aleatorio por parcela (a_i) se incluyó de manera aditiva dentro de la estructura generalizada de $At-dn$ en las variantes del modelo de Wang y Tang ([3.9.1], [3.9.2] y [3.9.3]); sin embargo, al incluir a_i en el parámetro a_0 o de manera conjunta con a_1 y a_2 , el ajuste resultó con parámetros no significativos, por lo cual éstos no se presentaron.

$$At = 1.3 + a_0 A_0 \left((a_1 + a_i) e^{-\frac{a_2}{dn}} \right) \quad [3.9.1]$$

$$At = 1.3 + a_0 A_0 \left(a_1 e^{-\frac{(a_2+a_i)}{dn}} \right) \quad [3.9.2]$$

$$At = 1.3 + a_0 A_0 \left((a_1+a_i) e^{-\frac{(a_2+a_i)}{dn}} \right) \quad [3.9.3]$$

La inclusión de un efecto aditivo (+ a_i) en los MEM dentro del modelo de Wang y Tang en el parámetro a_1 y en la combinación de a_1 y a_2 arrojó buenos resultados. Estos resultados indican que la inclusión en donde se obtiene la mejor calificación se da en la combinación de estos parámetros y se obtiene una ganancia estadística en el ajuste con respecto a MCNL en R^2 , $RCME$ y AIC de 4.3 %, 10.9 % y 3.2 %, respectivamente, para *Pinus montezumae*, mientras que para *Pinus pseudostrobus* resultó ser de 4.9 %, 24.8 % y 6.5 %. Para ambas especies, la inclusión de la estructura *varExp* en los MEM mejoró los resultados, ya que disminuyó las desviaciones de estimación e incrementó la explicación de la variabilidad (Cuadro 3.4).

Cuadro 3.4. Indicadores estadísticos de la bondad de ajuste para los modelos generalizados altura total-diámetro normal ($At-dn$) bajo modelos de efectos mixtos.

ID	Parámetro de efecto	Estructura de corrección	R^2	RCME (m)	AIC
<i>Pinus montezumae</i>					
3.9		Sin estructura	0.8227	1.759	3578.2
3.9.1	a_1	<i>varPower</i>	0.8260	1.743	3504.1
3.9.2		<i>varExp</i>	0.8258	1.744	3516.9
3.9.3		<i>varConstPower</i>	0.8260	1.743	3506.1
3.9		Sin estructura	0.8281	1.733	3572.1
3.9.1	a_2	<i>varPower</i>	0.8299	1.723	3487.0
3.9.2		<i>varExp</i>	0.8299	1.724	3503.9
3.9.3		<i>varConstPower</i>	0.8299	1.723	3489.0
3.9		Sin estructura	0.8349	1.698	3574.5
3.9.1	a_1, a_2	<i>varPower</i>	-	-	-
3.9.2		<i>varExp</i>	0.8412	1.665	3484.1
3.9.3		<i>varConstPower</i>	0.8299	1.723	3489.0
3.9		Sin estructura	0.9105	2.172	5884.3
3.9.1	a_1	<i>varPower</i>	0.9097	2.182	5653.1
3.9.2		<i>varExp</i>	0.9101	2.177	5720.2
3.9.3		<i>varConstPower</i>	0.9097	2.182	5655.1
3.9		Sin estructura	0.9096	2.182	5901.1
3.9.1	a_2	<i>varPower</i>	0.9065	2.220	5681.4
3.9.2		<i>varExp</i>	0.9076	2.207	5743.1
3.9.3		<i>varConstPower</i>	0.9065	2.220	5683.4
3.9		Sin estructura	0.9104	2.050	5882.1
3.9.1	a_1, a_2	<i>varPower</i>	0.9174	2.086	5640.0
3.9.2		<i>varExp</i>	0.9181	2.078	5707.7
3.9.3		<i>varConstPower</i>	0.9174	2.086	5642.0
3.9		Sin estructura	0.9104	2.050	5882.1

Donde: ID = identificador de la variante del modelo; R^2 = Coeficiente de determinación; $RCME$ = Raíz del cuadrado medio del error; AIC = Criterio de Información de Akaike.

Los resultados del ANOVA para verificar la proporción de verosimilitud, en el caso de *Pinus montezumae* ratifican que la expresión de Wang y Tang con el efecto en los parámetros a_1 y a_2 , así como la estructura de corrección de heterocedasticidad de tipo *varExp* es la que arroja mejores resultados (Cuadro 3.5). Sin embargo, para *Pinus pseudostrobus*, la prueba señala que al incluir las estructuras de tipo *varPower* y *varConstPower* se pueden obtener ajustes más verosímiles (Cuadro 3.5) pero con mayores desviaciones al estimar la variable respuesta y con menor explicación de la variabilidad muestral (Cuadro 3.4). Por lo anterior, se decidió seleccionar el ajuste 3.9.2> *varExp* con la inclusión del efecto aleatorio en los parámetros a_1 y a_2 .

Cuadro 3.5. Indicadores estadísticos de la bondad de ajuste para los modelos generalizados altura total-diámetro normal ($At-dn$) bajo modelo de efectos mixtos.

No	ID	Parámetro de efecto	Estructura de corrección	BIC	logLik	Test	L.ratio	p-value
<i>Pinus montezumae</i>								
1		a_1		3602.1	-1784.1			
2	3.9.0	a_2	Sin estructura	3596.0	-1781.1			
3		a_1 y a_2		3608.0	-1780.3	2 vs 3	1.55	0.4596
4	3.9.1	a_1	varPower	3532.8	-1746.1	2 vs 4	69.96	<0.0001
5		a_2		3515.7	-1737.5			
6		a_1		3545.6	-1752.5			
7	3.9.2	a_2	varExp	3532.6	-1745.9			
8		a_1 y a_2		3522.4	-1734.0	5 vs 8	6.88	0.032
9		a_1		3539.6	-1746.1	8 vs 9	24.06	<0.0001
10	3.9.3	a_2	varConstPower	3522.5	-1737.5	8 vs 10	6.89	0.0087
11		a_1 y a_2		3525.7	-1735.8			
<i>Pinus pseudostrobus</i>								
1		a_1		5910.1	-2937.1			
2	3.9.0	a_2	Sin estructura	5926.9	-2945.6			
3		a_1 y a_2		5918.2	-2934.0	1 vs 3	6.206	0.0449
4		a_1		5684.0	-2820.6	3 vs 4	227	<0.0001
5	3.9.1	a_2	varPower	5712.4	-2834.7			
6		a_1 y a_2		5681.2	-2812.0	4 vs 6	17.15	<0.0001
7		a_1		5751.1	-2854.1	6 vs 7	84.21	<0.0001
8	3.9.2	a_2	varExp	5774.0	-2865.5	6 vs 8	107.1	<0.0001
9		a_1 y a_2		5748.9	-2845.8			
10		a_1		5691.2	-2820.6	9 vs 10	50.58	<0.0001
11	3.9.3	a_2	varConstPower	5719.5	-2834.7	9 vs 11	22.26	<0.0001
12		a_1 y a_2		5688.4	-2812.0	9 vs 12	67.73	<0.0001

Donde: ID = identificador de la variante del modelo; AIC = Criterio de Información de Bayesiano. logLik: logaritmo de verosimilitud.

Al examinar el cumplimiento de los supuestos de regresión, se observa una frecuencia de los residuales con forma de campana de Gauss en ambas especies (Figura 3.1, a y b), el cual es un patrón deseable. Al analizar la homocedasticidad y contrastar los ajustes realizados (MCNL y MEM), se observa que la distribución de los residuales se vuelve más compacta (cercana a cero), y la tendencia de incremento a medida que el valor predicho aumenta se corrige y la hace constante al implementar el enfoque de MEM y la estructura que modela la varianza de tipo *varExp* (Figura 3.3, c y d).

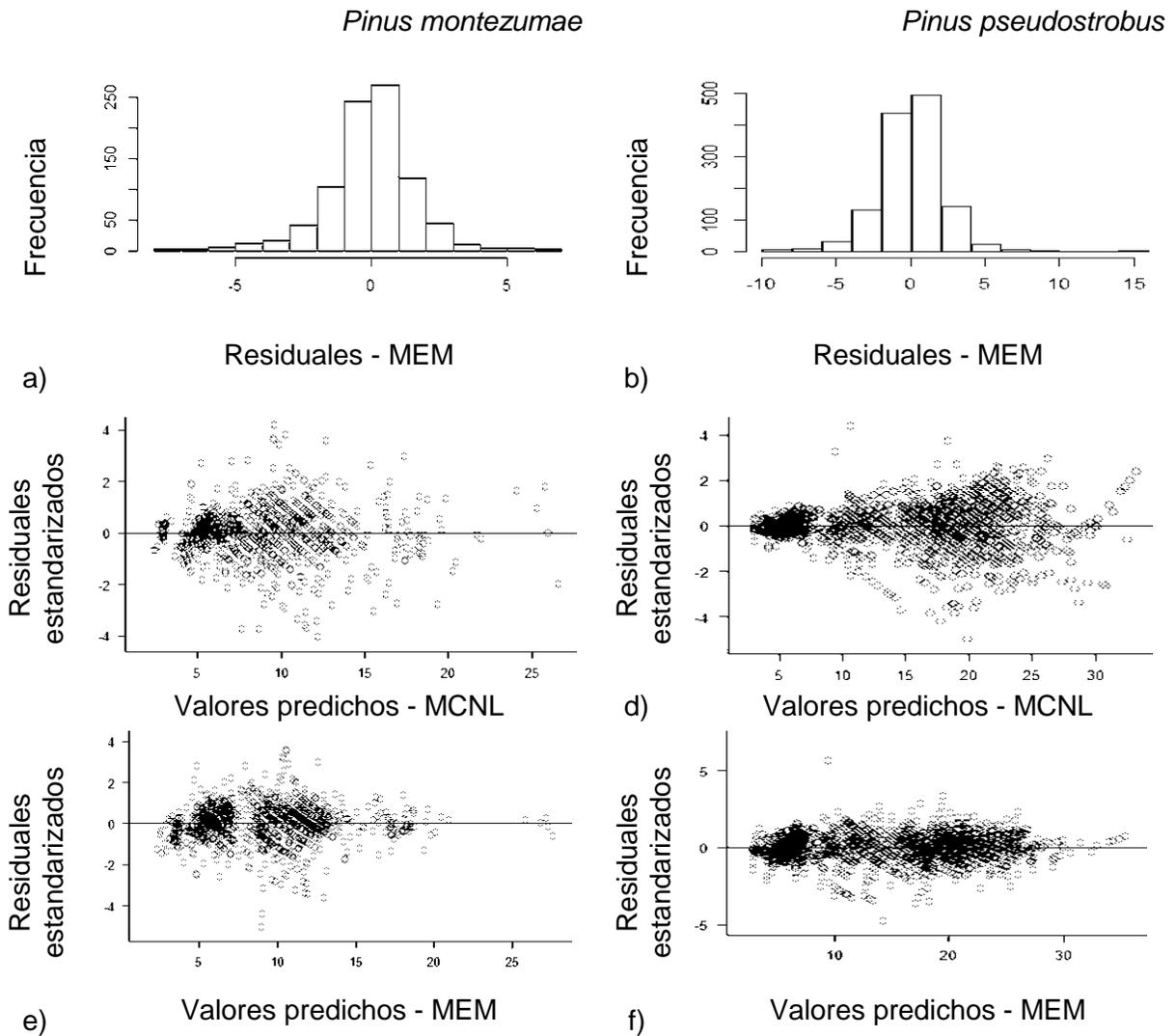


Figura 3.1. Frecuencia y distribución de los residuales del modelo generalizado de Wang y Tang por tipo de ajuste estadístico: Mínimos cuadrados no lineales (MCNL) y Modelos de efectos mixtos (MEM).

Al realizar las estimaciones de *At* con los parámetros fijos obtenidos para cada especie (Cuadro 3.6) y verificar la precisión a través del sesgo, se observó una desviación individual de -0.0192 m para *Pinus montezumae* y de 0.0065 m para *Pinus pseudostrobus*. El cuadro 3.7 muestra los valores de la matriz de varianza-covarianza (*vco*), el valor de la función incluida para modelar la distribución de residuos y el error estándar dentro de cada grupo (*intervals(model, level=0.95)*) para cada uno de los parámetros de ajuste estimado con la función *nlme* utilizada para ajustar el MEM.

Cuadro 3.6. Parámetros fijos por especie del modelo generalizado de Wang y Tang.

Especie	Parámetro	Valor	Error estándar	valor-t	valor-p
<i>Pinus montezumae</i>	a_0	0.6559	0.078	8.369	<0.0001
	a_1	1.2115	0.043	28.414	<0.0001
	a_2	3.5400	0.381	9.282	<0.0001
<i>Pinus pseudostrobus</i>	a_0	1.2180	0.100	12.194	<0.0001
	a_1	0.9719	0.024	41.183	<0.0001
	a_2	4.1490	0.354	11.720	<0.0001

Además, la evaluación por clase de diámetro indicó desviaciones inferiores a la unidad en todos los casos, así como el mayor sesgo en aquellas categorías con datos limitados (Figura 3.2).

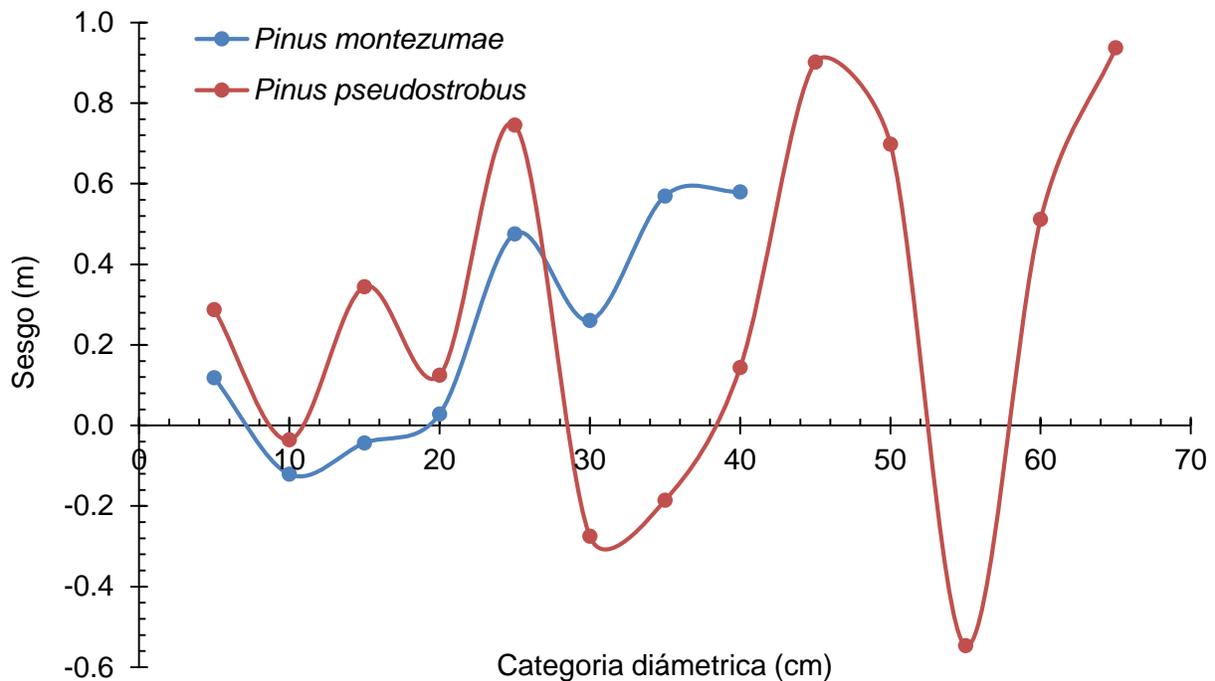
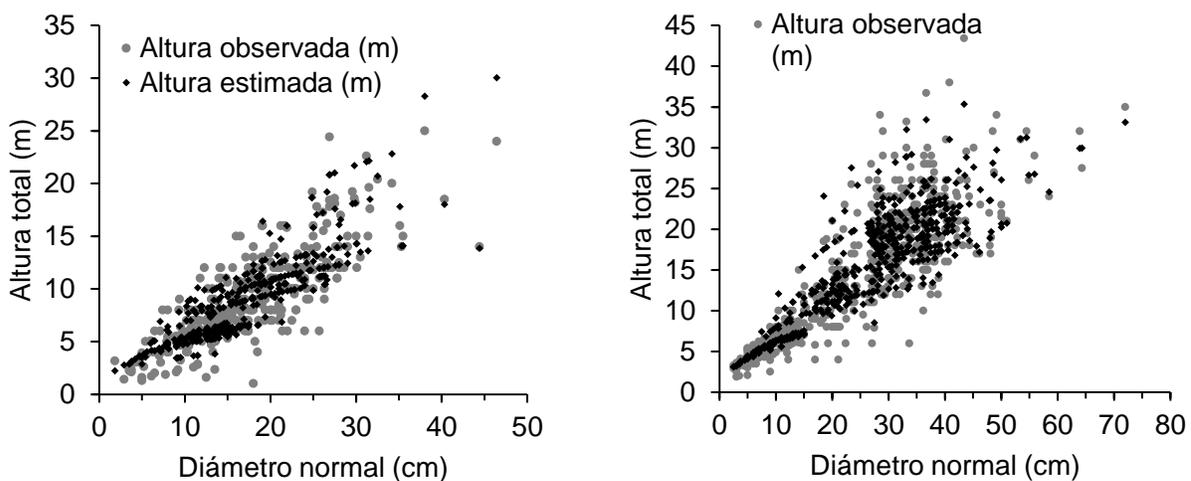


Figura 3.2. Sesgo por categoría de diámetro (Cd) al aplicar el modelo generalizado de Wang y Tang para las dos especies de *Pinus*.

Cuadro 3.7. Valores de la matriz de varianza-covarianza, valor de la función incluida y error estándar dentro de cada grupo para cada uno de los parámetros de ajuste.

Parámetros	<i>Pinus montezumae</i>			<i>Pinus pseudostrobus</i>		
	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_2
a_0	0.00612	-0.00305	0.02068	0.00995	-0.00220	0.02662
a_1	-0.00305	0.00181	-0.00600	-0.00220	0.00056	-0.00410
a_2	0.02068	-0.00600	0.14495	0.02662	-0.00410	0.12504
Función de varianza	0.06510	0.08232	0.09953	0.04200	0.04886	0.05571
Error estándar dentro del grupo	0.63651	0.75493	0.89537	0.86519	0.96558	1.07763
Residual de los efectos aleatorios			0.75493			0.29982

La prueba de t entre los datos observados de la muestra separada para la validación y las estimaciones al utilizar el modelo propuesto, indican que se acepta H_a : ($\mu_1 = \mu_2$) para ambas especies (*Pinus montezumae*: $t = -0.8354$ y $p = 0.4038$; *Pinus pseudostrobus*: $t = -0.0792$ y $p = 0.9369$). Esta situación se confirma al graficar los valores observados y estimados *versus* el dn en donde se ratifica una tendencia adecuada (Figura 3.3).



a) *Pinus montezumae*

b) *Pinus pseudostrobus*

Figura 3.3. Tendencia de las estimaciones de altura en función del diámetro normal y la altura media dominante al emplear el modelo de generalizado de Wang y Tang.

La calibración de las predicciones con las alternativas de calibración muestra que las desviaciones globales menores para *Pinus montezumae* se obtienen al incluir las

alturas de dos árboles, el de mayor y el de menor dn dentro de la parcela; para para calibrar el valor del parámetro aleatorio para *Pinus pseudostrobus* se deben de usar las alturas de los tres árboles con mayor dn dentro de la parcela (Cuadro 3.8).

Cuadro 3.8. Estadísticos para las alternativas de calibración del modelo de generalizado de Wang y Tang para estimar la altura total en función del diámetro normal.

Calibración	<i>RCME</i>	<i>Sesgo</i>	<i>E%AM</i>	<i>RCME</i>	<i>Sesgo</i>	<i>E%AM</i>
	<i>Pinus montezumae</i>			<i>Pinus pseudostrobus</i>		
<i>C1</i>	2.0931	0.4126	-5.1874	2.5179	-0.1964	-2.7876
<i>C2</i>	2.0730	0.3390	-4.4834	2.5457	-0.0266	-3.3126
<i>C3</i>	2.0441	0.0641	-1.9587	2.6539	0.1262	-5.5435
<i>C4</i>	2.0714	0.2988	-4.2469	2.4907	-0.1092	-3.1220

Donde: *C1*: Medir la dimensión de las alturas de los dos árboles más gruesos en diámetro normal (dn) dentro de la parcela. *C2*: Medir la dimensión de las alturas de los dos árboles más delgados en dn dentro de la parcela. *C3*: Medir la altura del árbol más grueso y delgado en dn dentro de la parcela. *C4*: Medir la dimensión de las alturas de los tres árboles más gruesos en dn dentro de la parcela. *RCME*: raíz del cuadrado medio del error. *E%AM*: error porcentual absoluto medio.

3.6. DISCUSIÓN

La At es una variable indispensable para realizar estimaciones maderables, evaluar la productividad, proyectar escenarios de crecimiento y rendimiento, o realizar tablas de distribución de productos aprovechables (Crecente *et al.*, 2010; Santiago-García *et al.*, 2017; Santiago-García *et al.*, 2020). Estimar la altura a través de su relación alométrica con el dn representa una alternativa de ahorro de recursos, tiempo y esfuerzo (Mehtätalo, 2005; Bronisz y Mehtätalo, 2020). Mientras que, los modelos generalizados de $At-dn$ permiten evaluar las respuestas de la altura a diferentes condiciones de crecimiento, manejo forestal o características del rodal (Sharma & Parton, 2007; Crecente *et al.*, 2010; Bronisz y Mehtätalo, 2020).

Bronisz y Mehtätalo (2020) y Liu *et al.* (2017) apuntan que los modelos con dos parámetros presentan desventajas de exactitud con respecto a los modelos de tres parámetros, por lo cual, la elección de estas últimas estructuras se recomienda para estimar la altura del arbolado en función del diámetro normal. El modelo de Wang y Tang propuesto aquí difiere de las estructuras seleccionadas por Misir (2010) para *Populus tremula* L. y Bronisz y Mehtätalo (2020) para *Eucalyptus globulus* L. en las cuales se incluye al diámetro dominante (Dd) para el modelo de Schnute, y el Dcp y Ab como variables predictoras para una expresión tipo Schumacher, ya que en este estudio las ecuaciones en las cuales se incluye al Dq (3.1, 3.6, 3.7, 3.8 y 3.10) presentaron parámetros no significativos ($p > 0.05$) para ambas especies. Sin embargo, este resultado concuerda con lo reportado por Liu *et al.* (2017) en *Metasequoia glyptostroboides* Hu & Cheng, ya que al ajustar 16 modelos generalizados deducen que la inclusión de valores de densidad como variables explicativas no contribuye significativamente a una mejora en los modelos.

La inclusión de un efecto aditivo ($+a_i$) en los MEM dentro del modelo de Wang y Tang, es similar al procedimiento aplicado por Sharma y Parton (2007), Vargas *et al.* (2009), Corral *et al.* (2014) y Corral *et al.* (2019); éstos también muestran ganancia estadística en el ajuste con respecto a MCNL en los valores del R^2 , $RCME$ y AIC . Los resultados son semejantes también a lo reportado por Crecente *et al.* (2010) al utilizar el modelo de Bertalanffy–Richards para estimar la At en función del dn y Ad , con el cual

obtuvieron ganancias promedio de 6.4% y 18.0% en los valores de R^2 y $RCME$, respectivamente. El uso de MEM e incluir el efecto aleatorio permite modelar la variabilidad aleatoria dada por las distintas condiciones de crecimiento de cada sitio, además de obtener predictores más eficientes y precisos, lo que se ve reflejado en los valores de bondad (Crecente *et al.*, 2010; Ercanli, 2015).

Los valores de R^2 y la $RCME$ fueron superiores a los reportados por Santiago-García *et al.* (2020) quienes utilizaron una función potencial que pondera la varianza al modelar esta relación en *Pinus patula* Schiede ex Schlttdl. et Cham. ($R^2 = 0.75$, $RCME = 4.3$ m), *Pinus oaxacana* Mirov ($R^2 = 0.82$, $RCME = 4.3$ m), *Pinus ayacahuite* Ehren. ($R^2 = 0.83$, $RCME = 3.5$ m), *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. ($R^2 = 0.80$, $RCME = 3.6$ m), y *Pinus leiophylla* Schiede & Deppe ($R^2 = 0.83$, $RCME = 3.4$ m), y emplear para las primeras tres especies la expresión de Sharma y Parton, y la de Wang y Tang y Nilson para las demás. Además, los resultados coinciden también con lo mencionado por Álvarez-González *et al.* (2007) quienes refieren que la inclusión de una estructura que modele la varianza dentro del ajuste estadístico contribuye a corregir problemas de heterocedasticidad en la distribución de los residuales. De igual manera lo encontrado en el estudio es consistente con lo reportado por Ercanli (2015) y Corral *et al.* (2019), quienes refieren que la inclusión del efecto aleatorio en dos parámetros dentro del modelo generalizado de Schnute y Chapman-Richards mejora los indicadores de ajuste y precisión.

La corrección por heterocedasticidad aplicada al modelo generalizado de Wang y Tang en comparación con los ajustes por MCNL y MEM sin una estructura de varianza, permitió disminuir las desviaciones en la estimación de la variable dependiente y maximizar la explicación de la variabilidad muestral (Bronisz y Mehtätalo, 2020; Santiago-García *et al.*, 2020), además, de tener un menor error de estimación con el mismo esfuerzo de muestreo en campo (Corral *et al.* 2019). Mientras que, los sesgos calculados para ambas especies son semejantes a lo reportado por Corral *et al.* (2014, 2019) de -0.013 m y -0.009 m al emplear un modelo generalizado que consideró el dn , Ad , densidad y Dq como variables predictoras de la At en siete especies de pino en Durango, México.

La consideración de variables inherentes a la población (Dq , Ap , $A0$, Ab o edad) para explicar la tendencia de crecimiento de la At en distintos rodales es una alternativa de mejora en la calidad de las estimaciones e incrementa la aplicabilidad de las expresiones propuestas sobre las ecuaciones locales $At-dn$ (Misir, 2010; Liu *et al.*, 2017), solo presenta diferencias en la o las variables explicativas referentes al rodal o PF por las condiciones y requerimientos ecológicos particulares de cada especie estudiada.

La inclusión de la Ad como variable explicativa ayuda a disminuir los sesgos en las estimaciones y es una de las variables que mayor aporte tienen para explicar la variabilidad muestral y la dinámica de la At por rodal o PF. La Ad está directamente relacionada a la calidad de sitio, es sensible a las condiciones medioambientales donde se desarrollan las especies, se mantiene constante posterior a un aclareo, siempre y cuando no sea por lo alto, y ha demostrado mejores resultados que al utilizar la Ap , además, no representa un mayor esfuerzo en campo para el registro (Crecente *et al.*, 2010; Ferraz *et al.*, 2018; Santiago-García *et al.*, 2020).

Debido a la robustez estadística y precisión del modelo propuesto, éste puede ser una herramienta cuantitativa confiable para ser utilizada en los inventarios forestales para la elaboración de planes de manejo forestal o al ser incluido en la modelación del crecimiento y rendimiento, al combinarlo con un modelo de índice de sitio Ercanli (2015) y Santiago-García *et al.* (2020). Además, con la finalidad de ampliar la aplicabilidad de esta investigación y que los resultados puedan ser aplicados fuera del área de estudio o en plantaciones no evaluadas, pueden tomarse los parámetros específicos para calcular la altura dominante propuestos por Hernández *et al.* (2022-En revisión) por nivel de clasificación de altitud-pendiente y altitud-exposición para las dos especies en estudio.

La calibración de un MEM mediante una submuestra que no genere costos adicionales en las actividades de muestreo, permite estimar la altura de todo el arbolado dentro de una parcela de muestreo, en función del dn de una submuestra independiente a la utilizada en el estudio, o aplicar estos resultados fuera del área de investigación; además, es una alternativa que proporciona el enfoque de MEM para el ahorro de tiempos y costos en la planeación y ejecución de programas de manejo forestal (Castedo *et al.*, 2006; Corral *et al.*, 2019). Aun cuando existen varios criterios de calibración para este

tipo de ajustes (Calama y Montero, 2004; Crecente *et al.*, 2010; Corral-Rivas *et al.*, 2014), varios autores concuerdan que, el empleo de pocos árboles (<4 individuos) en este proceso de localización arroja resultados específicos para cada condición de sitio o parcela, reduce las desviaciones en las estimaciones y mejora la capacidad predictiva de la ecuación propuesta.

3.7. CONCLUSIONES

Los ajustes de los modelos generalizados de altura-diámetro ($At-dn$) mostraron una mejora estadística importante al utilizar modelos de efectos mixtos (MEM) en comparación con mínimos cuadrados no lineales (MCNL).

La inclusión de una función para modelar la varianza en los MEM disminuyó el valor de los residuales, y ayudó a corregir la tendencia de incremento de los residuos a medida que aumenta la variable

Los indicadores estadísticos de bondad de ajuste, los valores del sesgo, la prueba de comparación de medias y la distribución de las estimaciones, sugieren que el modelo Wang y Tang que utiliza el d y la altura dominante, es preciso y confiable para estimar la At en las plantaciones forestales de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* en Nuevo Parangaricutiro, Michoacán, México.

El proceso de calibración o localización de los MEM, permite la aplicación de la expresión propuesta para plantaciones forestales de estas dos especies que no fueron incluidas en el análisis, reduce el error de estimación en estos sitios de muestreo y mejora las estimaciones de la relación alométrica $At-dn$. Esto no representa un esfuerzo adicional de muestreo o tiempo invertido en esta actividad.

CAPITULO IV. ÍNDICE DE SITIO PARA PLANTACIONES DE *Pinus pseudostrobus* Lind. y *Pinus montezumae* Lamb. EN MICHOACÁN, MÉXICO⁷

4.1. RESUMEN

Dentro del manejo forestal es fundamental clasificar las plantaciones forestales (PFs) de acuerdo con la productividad. Los objetivos fueron ajustar modelos de crecimiento en altura dominante (*Ad*) con efectos mixtos y construir curvas de índice de sitio (*IS*) para las PFs de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. En este contexto, se evaluaron 34 PFs de *Pinus pseudostrobus* (7-37 años), y 16 PFs de *Pinus montezumae* (7-32 años) a través de un muestreo sistemático (206 sitios cuadrangulares de 400 m²) y la selección de los seis árboles superiores en *Ad*. Se definió la edad (*E*) de cada plantación y se registró la altitud (*Alt*), exposición (*Exp*) y pendiente (*Pend*). El modelo de Hossfeld I modificado mostró tendencias polimórficas de crecimiento en *Ad* a los *IS* de 9, 14, 18, 23 y 28 m para *Pinus pseudostrobus* a una edad base (*E0*) de 20 años; y anamórficas para *Pinus montezumae* en los *IS* de 10, 14, 18, 22 y 26 m con *E0* de 25 años. Al combinar la *Alt-Pend* y *Alt-Exp* se explica mejor la *Ad*. Se observó en promedio un turno técnico en altura y edad de máximo incremento corriente para *Pinus pseudostrobus* de 13-6 años, respectivamente, mientras que, para *Pinus montezumae* es de 6 años. El ajuste por MEM elimina la variabilidad aleatoria en la *Ad* causada por las condiciones del sitio y reduce las desviaciones de estimación al mejorar el ajuste estadístico.

Palabras clave: aprovechamiento forestal, calidad de estación, crecimiento en altura, productividad forestal, rendimiento maderable.

⁷ Enviado a la revista CERNE.

CHAPTER IV. SITE INDEX FOR Plantations of *Pinus pseudostrobus* Lind. And *Pinus montezumae* Lamb. IN MICHOACAN, MEXICO⁸

4.2. ABSTRAC

In forest management, it is essential to classify forest plantations (PFs) according to productivity. The objectives were to fit models of dominant height growth (Ad) with mixed effects and to construct curves of site index (IS) labels for *Pinus pseudostrobus* and *Pinus montezumae* PFs in Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, Mexico. In this context, 34 PFs of *Pinus pseudostrobus* (7-37 years) and 16 PFs of *Pinus montezumae* (7-32 years) were evaluated through systematic sampling (206 quadrangular sites of 400 m²) and selection of the six top trees in Ad . The age (E) of each plantation was defined and the altitude (Alt), exposure (Exp), and slope ($Pend$) were recorded. The modified Hossfeld I model showed polymorphic growth trends in Ad at IS of 9, 14, 18, 23, and 28 m for *Pinus pseudostrobus* at a base age ($E0$) of 20 years; and anamorphic for *Pinus montezumae* at IS of 10, 14, 18, 22, and 26 m with $E0$ of 25 years. The $Alt-Pend$ and $Alt-Exp$ combined, explains better the Ad . On average, a technical shift in height and age of maximum current increment was observed for *Pinus pseudostrobus* of 13-6 years, respectively, whereas, for *Pinus montezumae* it is 6-3 years. The adjustment using MEM eliminates the random variability in Ad caused by site conditions and reduces the estimation deviations by improving the statistical fit.

Key words: forest harvesting, forest productivity, height growth, site quality, timber yield.

⁸ Submitted to the Journal CERNE.

4.3. INTRODUCCIÓN

La clasificación de áreas forestales de acuerdo con su productividad es una tarea básica para el manejo adecuado de los recursos forestales (Skovsgaard y Vanclay, 2008). El índice de sitio (*IS*) como medida cuantitativa de la clasificación productiva de los terrenos forestales, es un reflejo de la influencia del suelo, la fisiografía y el clima del sitio específico en el que se desarrollan las especies (Senilliani *et al.*, 2019).

Los factores ambientales como la precipitación, el suelo, la temperatura, la humedad ambiental, la protección contra vientos o las barreras naturales del lugar, son fundamentales para definir la productividad de áreas de regeneración o de plantación. Este potencial puede ser modificado mediante actividades como el control de la vegetación competitiva, la preparación del terreno, la elección de las especies, la procedencia y la genética del germoplasma, la técnica de producción de planta o la densidad de plantación inicial (Skovsgaard y Vanclay, 2008; Scolforo *et al.*, 2013; Scolforo *et al.*, 2017).

El potencial de producción maderable puede ser evaluado a través de modelos dendrocéntricos y geocéntricos (Skovsgaard y Vanclay, 2008; Cosenza *et al.*, 2017). Los modelos dendrocéntricos se basan en condiciones específicas del lugar, como la altura dominante (*Ad*, m) o el volumen (*V*, m³), mientras que, los modelos geocéntricos utilizan variables del sitio, como el espaciamiento o la densidad, las características del suelo, el clima, la fisiografía o la radiación solar (Cosenza *et al.*, 2017; Senilliani *et al.*, 2019).

Los modelos dendrocéntricos son los que se usan más en el área forestal, debido a la facilidad de ajuste y comprensión (Skovsgaard y Vanclay, 2008). Sin embargo, la combinación de ambas vertientes, al incluir características geocéntricas en los modelos mencionados, ha demostrado una mejor comprensión de la productividad y dinámica entre las interacciones de la *Ad* con las características ambientales o geográficas del lugar (Scolforo *et al.*, 2013; Scolforo *et al.*, 2017).

La combinación de ambos enfoques es satisfactoria para analizar relaciones de productividad, tal y como lo documentaron Snowdon *et al.* (1998) al incluir índices climáticos en un enfoque de modelos de efectos mixtos (MEM) y describir las variables

Ad para *Pinus radiata* D. Don. en Australia. Delgado *et al.* (2009) modelan el *IS* al usar un modelo segmentado basado en el contenido de arena en el suelo en plantaciones forestales (PFs) de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maide. y *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake en del sureste de México; Scolforo *et al.* (2013) al incluir a la altitud (*Alt*, m), características del suelo y clima como covariables en un MEM para estimar la *Ad* y determinar los *IS* en PFs de *Eucalyptus grandis* en Brasil y, finalmente, Scolforo *et al.* (2017) incorporaron datos del régimen de lluvias en un modelo de crecimiento mediante MEM y determinaron la productividad (*IS*) para clones de eucalipto, establecidos en el oriente de Brasil.

Debido, a que la variabilidad de los factores fisiográficos, biofísicos, edáficos y climáticos que determinan en gran medida la productividad forestal (Fries *et al.*, 2000; Hamel *et al.*, 2004; Sharma *et al.*, 2012) y a que es necesario conocer con mayor detalle sus interacciones con la *Ad* (Sabatia y Burkhart, 2014), en este trabajo se plantearon los objetivos siguientes: (1) ajustar modelos de crecimiento en altura dominante (*Ad*) mediante Modelos de Efectos Mixtos (MEM) que incluyan características geocéntricas del sitio; y (2) construir familias de curvas de de Índice de Sitio (*IS*) para plantaciones forestales (PFs) de *Pinus pseudostrobus* Lindl. y *Pinus montezumae* Lamb. en Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP), Michoacán, México.

Se plantearon dos hipótesis: 1) las características fisiográficas del sitio influyen sobre el crecimiento de la *Ad* en los árboles de *Pinus* establecidos en PFs como hipótesis nula (H_0), y 2) como hipótesis alternativa (H_a) aunque las clases de *IS* pueden ser globales para las plantaciones, la velocidad del incremento y la tendencia de crecimiento varían en cada condición de crecimiento.

4.4. MATERIALES Y MÉTODOS

Las PFs evaluadas se ubican en relieve de tipo sierra característico de la subprovincia fisiográfica Neovolcánica Tarasca, cuya geología es del tipo ígnea extrusiva con suelos de tipo Andosol. Se ubican entre las altitudes de 2200-3100 m, con clima templado húmedo (Cw), precipitación y temperatura media anuales de 1,500 mm y 15 °C, respectivamente (INEGI, 2017).

Se analizaron datos procedentes de 34 PFs de *Pinus pseudostrobus* con edades de 7-37 años, y 16 PFs de *Pinus montezumae* con edades de 7-32 años. La información se obtuvo de 206 sitios cuadrados con dimensión de 400 m² (20 x 20 m), establecidos bajo un diseño de muestreo sistemático. En algunas PFs evaluadas se aplicaron podas o tratamientos de eliminación de individuos muertos por ser suprimidos debido al efecto de la densidad y en otras, la apertura de claros o espacios de crecimiento fueron debido al aprovechamiento clandestino del arbolado.

La edad (*Ed*) de cada PF se determinó a través del del conteo promedio de anillos de un núcleo de crecimiento radial extraído a la altura de 1.3 m sobre el fuste de tres árboles dominantes (D) y codominantes (CodD) en cada sitio; además, dentro de cada uno se seleccionaron los seis árboles más altos con base en la dominancia vertical (D y CodD), para ser utilizados en el análisis (Chauchard *et al.*, 2001). Se registraron también las características del lugar como altitud (*Alt*) la cual se agrupó en intervalos de 2,200-2,450 m (2,300 m), 2,451-2750 m (2,600 m) y 2,751-3100 m (2,900 m), la exposición (*Expos*: Zenital (Z), norte (N), noreste (NE), este (E), sureste (SE), sur (S), suroeste (SO), oeste (W) y noroeste (NO)), y la pendiente (*Pend*: < 5 %, >5 % <10 %, >10 % <15 %, >15 % <20 %, y >20 % < 25 %).

Con las variables *Ad* y *Ed*, se calcularon el índice de curtosis (IC) y el coeficiente de asimetría (CA) cuyos valores deben estar entre 3 y -3 para que la distribución de los datos se considere "normal" (Martínez *et al.*, 2006). Para modelar la relación $Ad=f(Ed)$ y se probó el modelo de Hossfeld con diversas modificaciones (Scolforo *et al.*, Galindo *et al.*, 2017; 2016; Murillo *et al.*, 2017) (Cuadro 4.1), ya que ha demostrado ser eficiente para modelar el *IS* (Kiviste *et al.*, 2002; Martínez *et al.*, 2015; Murillo *et al.*, 2017; Moreno

et al., 2018). El ajuste estadístico se hizo con la función de modelos no lineales (*nls*) y el método de mínimos cuadrados no lineales (MCNL) del programa R[®] Versión 1.4.1106 (Baty et al., 2015; R Core Team, 2016).

Cuadro 4.1. Modelos de crecimiento utilizados para modelar la *Ad*.

Ecuación	Modelo	Expresión
[4.1]	Hossfeld I	$Ad = \frac{Ed^2}{a_0 + a_1 \cdot Ed + a_2 \cdot Ed^2}$
[4.2]	Hossfeld I modificado	$Ad = \frac{Ed^2}{(a_0 + a_1 \cdot Ed)^2}$
[4.3]	Hossfeld II	$Ad = \frac{Ed \cdot (a_0 + a_1 \cdot Ed^2)}{a_2 + Ed^3}$
[4.4]	Hossfeld III	$Ad = \frac{Ed}{a_0 + a_1 \cdot \ln(Ed) + a_2 \cdot Ed}$
[4.5]	Hossfeld IV	$Ad = \frac{a_0}{1 + \exp(a_1) \cdot \exp(-a_2 \cdot \ln(Ed))}$

Ad: altura dominante (m). *Ed*: Edad (años). a_0 , a_1 y a_2 : parámetros a ser estimados. *ln*: logaritmo natural.

Como no cuenta con datos procedentes de parcelas con remediciones, se recurrió al ajuste de un modelo base que sirvió para seleccionar la estructura matemática que explicara mejor la variabilidad de la *Ad* y ajustarlo posteriormente bajo MEM. Se verificó que todos los parámetros del modelo base fueran significativamente diferentes de cero ($\alpha < 0.05$), y que presentaran los menores valores en la raíz del cuadrado medio del error (*RCME*), el logaritmo de verosimilitud y en los criterios de información de Akaike (*AIC*) y Bayesiano (*BIC*), así como el mayor coeficiente de determinación (R^2) (Barreto et al., 2011).

Una vez elegido el modelo base por MCNL, se procedió a realizar el ajuste por MEM a través de máxima verosimilitud (*ml*) en el software R[®] versión 1.4.1106, en el cual se incluyeron como variables categóricas por nivel de clasificación de forma combinada la *Alt*, *Expos* y la *Pend* en cada parámetro fijo (a_0 y a_1) de manera individual y la combinación entre ellos, e.g. Hossfeld I: $Ad = \frac{Ed^2}{(a_0 + a_{0i}) + a_1 \cdot Ed + a_2 \cdot Ed^2}$, $Ad = \frac{Ed^2}{a_0 + (a_1 + a_{1i}) \cdot Ed + a_2 \cdot Ed^2}$, $Ad = \frac{Ed^2}{(a_0 + a_{0i}) + (a_1 + a_{1i}) \cdot Ed + (a_2 + a_{2i}) \cdot Ed^2}$, donde *i* se refiere al nivel de

clasificación utilizado para la i -ésima observación y define el parámetro aleatorio en el modelo.

La modelación bajo MEM garantiza que los estimadores de los parámetros serán insesgados (Pérez y Correa, 2008), intenta agrupar la variabilidad por cada unidad de clasificación y estima simultáneamente el valor de los parámetros por cada nivel mediante el mejor predictor lineal imparcial empírico (EBLUP's) (Pinheiro y Bates, 1998; Correa y Salazar, 2016).

La estructura del modelo de crecimiento de Hossfeld empleado fue;

$$Y_{ij} = f(\theta_{ij}, X_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad [4.6]$$

Donde f es la función no lineal (Cuadro 4.1); Y_{ij} y X_{ij} son la i -ésima observación dependiente e independiente, tomada de la i -ésima unidad de clasificación; y θ_{ij} es el vector de parámetros $rx1$, r corresponde al número de parámetros en el modelo y es específico del j -ésimo nivel de agrupación, además, este vector puede ser dividido para los parámetros fijos y aleatorios definidos como $\theta_{ij} = A_i\gamma + B_ib_i$, A_i y B_i corresponden a las matrices de tamaño rxp y rxq para los efectos fijos y aleatorios, respectivamente, específicos en cada nivel de clasificación; γ y b_i corresponden al vector $px1$ y $qx1$ de los parámetros fijos y aleatorios (e.g. covariable), respectivamente, donde $px1$ es el número de parámetros fijos y $qx1$ son los parámetros aleatorios (Baty *et al.*, 2015; Corral *et al.*, 2019).

Adicionalmente, se incluyó dentro del ajuste una estructura de función de varianza de potencia (*varPower*) definida como $\text{Var}(\varepsilon_{ik}) = \sigma^2 |v_{ik}|^{2 \cdot \delta}$, donde v_{ik} se refiere a la covariable de la varianza del valor ajustado para Ad en función de la edad para cada observación (k) en cada nivel de agrupación utilizado (i), δ es el parámetro sin restricción y σ^2 es el factor de escala (Pinheiro y Bates, 2000).

La elección de la estructura ajustada bajo MEM, fue a través de un sistema de calificación(SC) para cada estadístico de ajuste y precisión (R^2 , AIC , BIC , $loglik$ y $RCME$) en el cual se jerarquizaron los valores al asignar un valor de uno al mejor estadístico y n al peor, para posterior sumar las calificaciones y obtener como mejor modelo aquel de

menor valor global en la suma de todos sus estadísticos (Sakici *et al.*, 2008; Tamarit *et al.*, 2014). En dado caso de obtener el mismo resultado, se elegirá la expresión que tenga el menor valor en el sesgo en la estimación de los modelos evaluados.

Después de seleccionar la estructura del mejor modelo de Hossfeld, obtenido con base en los mejores resultados estadísticos y aun cuando los MEM asumen distribución normal con media igual a cero y matriz de varianzas-covarianzas capaz de englobar la variabilidad por covariable utilizada (Littell *et al.*, 2006), se verificaron de forma gráfica los supuestos de normalidad con la distribución de la frecuencia de los residuales y homocedasticidad de la distribución de los residuos (Sabatia y Burkhart, 2014; Cosenza *et al.*, 2017). La matriz de varianza-covarianza de los parámetros principales del modelo ajustado fue calculada con la función *nlme>vcov* donde los elementos de la diagonal de la matriz contienen las varianzas de los parámetros estimados en la regresión, y los elementos que se encuentran fuera de la diagonal se refieren a las covarianzas entre todos los pares posibles de parámetros (Pinheiro y Bates, 2000).

Las familias de curvas de crecimiento en *Ad* de tipo anamórficas y polimórficas, se generaron a través del empleo del mejor modelo seleccionado con los parámetros globales del ajuste por MEM y la metodología de la curva guía (Barreto *et al.*, 2011). Se utilizó una edad base (E_0) para *Pinus pseudostrobus* de 20 años (García *et al.*, 2019) y 25 años para *Pinus montezumae*, esta última de acuerdo con las proyecciones de manejo que tiene la comunidad. Además, se estimó de forma cuantitativa el turno técnico en *Ad* (T_t), la asíntota o dimensión máxima que puede alcanzarse en *Ad* la edad de inflexión y máximo incremento corriente en las distintas condiciones de crecimiento de las dos especies se estimara el crecimiento corriente y medio con el modelo seleccionado, respectivamente (Kiviste *et al.*, 2002).

4.5. RESULTADOS

La estadística descriptiva de la muestra señala que en ninguna de las dos especies de *Pinus* se tienen problemas de distribución de los datos, ya que el CA e IC presentan valores inferiores a dos desviaciones estándar. Además, se observa mayor variabilidad en la *Ad* en *Pinus pseudostrobus* que en *Pinus montezumae*, una diferencia en *Ad* media de 4.5 m y *E* de cuatro años (Cuadro 4.2).

Cuadro 4.2. Medidas estadísticas de las variables utilizadas en el ajuste de los modelos de índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

Estadístico / Variable	<i>Pinus pseudostrobus</i>		<i>Pinus montezumae</i>	
	Edad (<i>Ed</i>)	Altura dominante (<i>Ad</i>)	Edad (<i>Ed</i>)	Altura dominante (<i>Ad</i>)
Mínimo	7.00	2.50	7.00	3.5.00
Máximo	37.00	39.00	32.00	29.00
Media	19.00	16.50	15.00	12.00
Desviación estándar	8.39	6.97	6.32	3.89
Varianza de la muestra	70.48	48.68	39.96	15.21
Curtosis	0.63	-0.70	0.44	1.96
Coficiente de asimetría	0.16	0.13	0.67	0.60

El modelo de Hossfeld I modificado (Cuadro 4.1, Ecuación 4.2) fue el adecuado para describir la *Ad* en las PFs de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*. En dicho modelo, todos los parámetros fueron significativamente diferentes de cero, lo cual no sucedió en todas las expresiones del cuadro 1, y se obtuvo la mayor eficiencia en los valores de R^2 , *AIC*, *BIC*, *Loglik* y *RCME* (Cuadro 4.3). La no significancia de algunos parámetros para *Pinus pseudostrobus* en las ecuaciones 1 (a_0), 4 ($a_1 - a_2$) y 5 (a_1), y para *Pinus montezumae* en las expresiones 1 (a_1) y 5 (a_1) probablemente se deba a que se trabajó con datos procedentes de parcelas sin remediciones y a que no se tienen observaciones cercanas a la asíntota calculada por los modelos.

Cuadro 4.3. Estadísticos de bondad de ajuste para los modelos de crecimiento base en altura dominante (Ad) para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

Ecuación	R^2	AIC	BIC	Loglik	RCME
<i>Pinus pseudostrobus</i>					
[4.1]	0.782	5396.5	5416.3	-2694.2	3.1
[4.2]	0.776	5425.3	5440.1	-2709.6	3.2
[4.3]	0.646	5907.0	5926.8	-2949.5	4.0
[4.4]	0.782	5396.6	5416.4	-2694.3	3.1
[4.5]	0.782	5396.6	5416.4	-2694.3	3.1
<i>Pinus montezumae</i>					
[4.1]	0.552	1657.8	1673.2	-824.9	2.6
[4.2]	0.546	1660.2	1671.7	-827.1	2.6
[4.3]	0.542	1664.7	1671.3	-827.7	2.6
[4.4]	0.546	1662.1	1677.5	-827.1	2.6
[4.5]	0.551	1658.4	1673.8	-825.2	2.6

Donde: R^2 : coeficiente de determinación. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano. Loglik: logaritmo de verosimilitud. RCME: raíz cuadrada media del error.

Una vez seleccionado el modelo de Hossfeld I modificado, como la mejor alternativa dado que todos sus parámetros son estimables, se procedió a incluir a las covariables como variables categóricas por nivel de clasificación (*Alt/Expos*, *Alt/Pend* y *Expos/Pend*) en los parámetros, *i. e.* $Ad = \frac{Ed^2}{((a_0+a_{0j})+a_1 \cdot Ed)^2}$; $Ad = \frac{Ed^2}{(a_0+(a_1+a_{1j}) \cdot Ed)^2}$; y $Ad =$

$$\frac{Ed^2}{((a_0+a_{0j})+(a_1+a_{1j}) \cdot Ed)^2}$$

Los resultados de acuerdo con el menor valor en el SC utilizado indican que la *Alt* en combinación con la *Pend* y la *Expos* de cada PFs son factores que determina con mayor medida el crecimiento de la *Ad* para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, respectivamente (Cuadro 4.4). En *Pinus montezumae*, se eligió el segundo mejor modelo dado que las estimaciones del primero estaban fuera de la tendencia de la información de campo, debido a presentar no significancia en el parámetro a_1 .

Cuadro 4.4. Estadísticos de ajuste y calificación para el modelo de Ad de Hossfeld I modificado al incluir niveles de clasificación en plantaciones de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

Variablen de clasificación	Parámetro de efecto	R^2	AIC	BIC	loglik	RCME (m)	Cal.	No.
<i>Pinus pseudostrobus</i>								
Altitud/ Exposición	a_0	0.787	5117.1	5146.8	-2552.5	2.40	21	4.2.1
	a_1	0.786	5130.4	5160.1	-2559.2	2.36	34	4.2.2
	a_0, a_1	0.794	5099.4	5148.9	-2539.7	2.38	18	4.2.3
Altitud/ Pendiente	a_0	0.790	5124.1	5153.8	-2556.1	2.45	33	4.2.4
	a_1	0.792	5131.9	5161.7	-2560.0	2.43	37	4.2.5
	a_0, a_1	0.805	5075.1	5124.7	-2527.5	2.45	12	4.2.6
Exposición/ Pendiente	a_0	0.795	5129.8	5159.6	-2558.9	2.44	30	4.2.7
	a_1	0.800	5117.5	5147.2	-2552.7	2.54	25	4.2.8
	a_0, a_1	0.809	5097.8	5147.4	-2538.9	2.45	15	4.2.9
<i>Pinus montezumae</i>								
Altitud/ Exposición	a_0	0.680	1454.9	1478.0	-721.5	1.99	16	4.2.1
	a_1	0.655	1461.3	1484.4	-724.6	2.06	30	4.2.2
	a_0, a_1	0.710	1442.7	1481.2	-711.3	2.04	10	4.2.3
Altitud/ Pendiente	a_0	0.645	1490.2	1513.3	-739.1	2.04	36	4.2.4
	a_1	0.629	1498.6	1521.6	-743.3	2.06	43	4.2.5
	a_0, a_1	0.676	1482.3	1520.8	-731.2	2.04	30	4.2.6
Exposición/ Pendiente	a_0	0.671	1451.7	1474.8	-719.8	2.03	17	4.2.7
	a_1	0.661	1445.8	1468.9	-716.9	2.12	21	4.2.8
	a_0, a_1	0.679	1448.5	1487.0	-714.2	2.12	22	4.2.9

Donde: Ad: altura dominante (m). R^2 : coeficiente de determinación. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano. loglik: logaritmo de verosimilitud. RCME: raíz del cuadrado medio del error. Cal. Calificación.

En *Pinus pseudostrobus* la ganancia estadística al aplicar el enfoque de MEM en

el modelo de Hossfeld I modificado en comparación con MCNL fue de 3.7 %, 6.5 %, 5.80 %, 6.72 % y 23.51 % en los valores del R^2 , AIC , BIC , $Loglik$ y $RCME$, respectivamente. En *Pinus montezumae* la ganancia entre MCNL y MEM es de 24.59 %, 12.36 %, 11.59 %, 12.77 % y 23.50 % en los valores del R^2 , AIC , BIC , $Loglik$ y $RCME$. Como se observa, las mayores ganancias estadísticas se obtienen en *Pinus montezumae*.

Al evaluar el cumplimiento de los supuestos de regresión se observó una tendencia lineal en los cuantiles *versus* los residuales estandarizados (normalidad) y homocedasticidad en la distribución de los residuos vs los valores estimados en ambas especies (Figura 4.1).

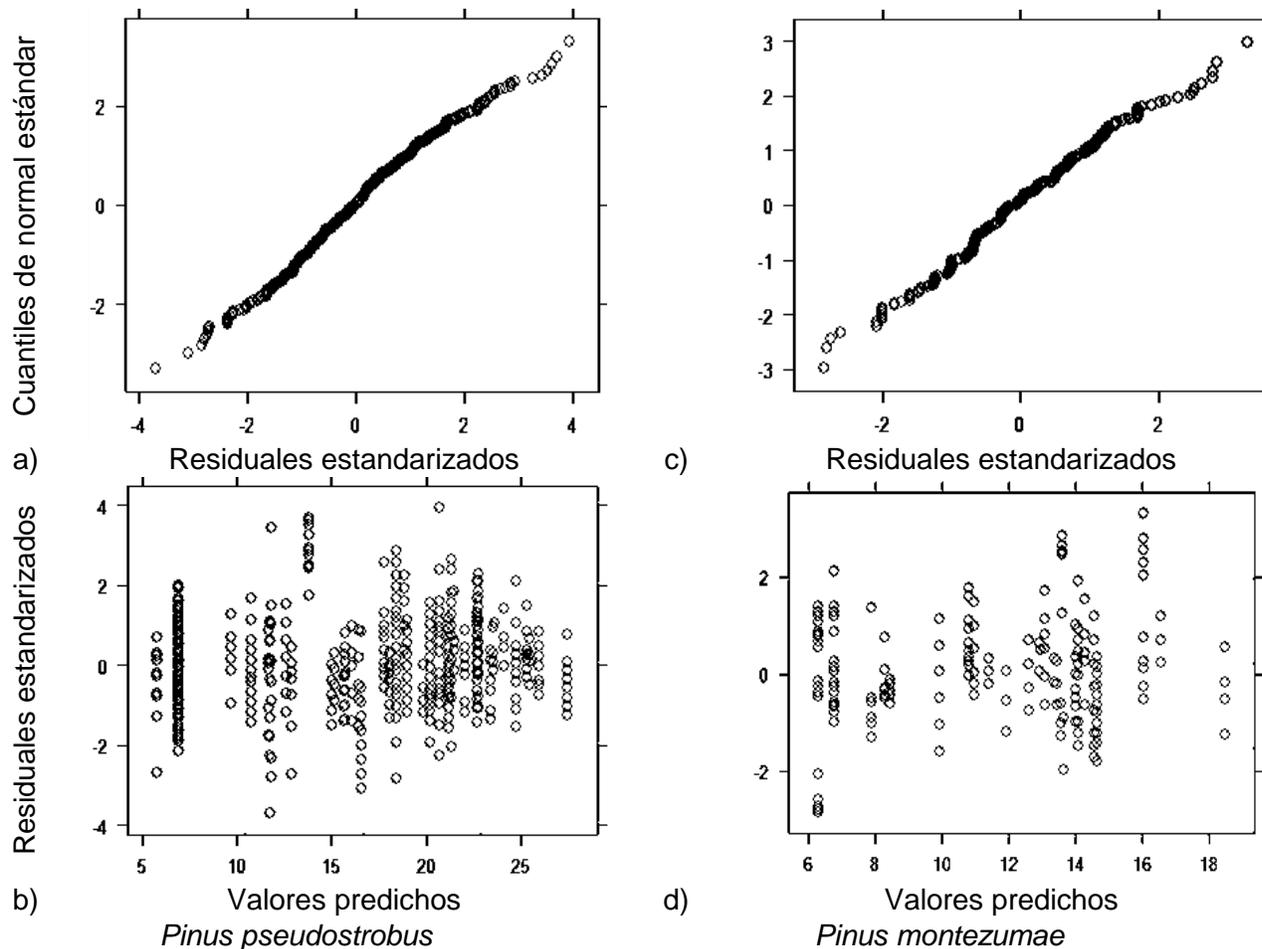


Figura 4.1. Análisis gráfico de los supuestos de regresión de normalidad (a y c) y homocedasticidad (b y d) del modelo de Hossfeld I modificado para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

Los parámetros fijos estimados para las formulaciones promedio con la inclusión de efectos aleatorios se presentan el Cuadro 4.5. Una vez ajustado el modelo base, ahora es posible derivar familias de curvas de tipo anamórficas al asumir que el parámetro a_1 es específico y constante en los sitios, y polimórficas al considerar una asíntota constante, pero con distintas velocidades de crecimiento en el sitio (a_0) al asumir el estado inicial del modelo en altura como el IS y Ed por la edad base (E_0) se obtienen las siguientes expresiones matemáticas:

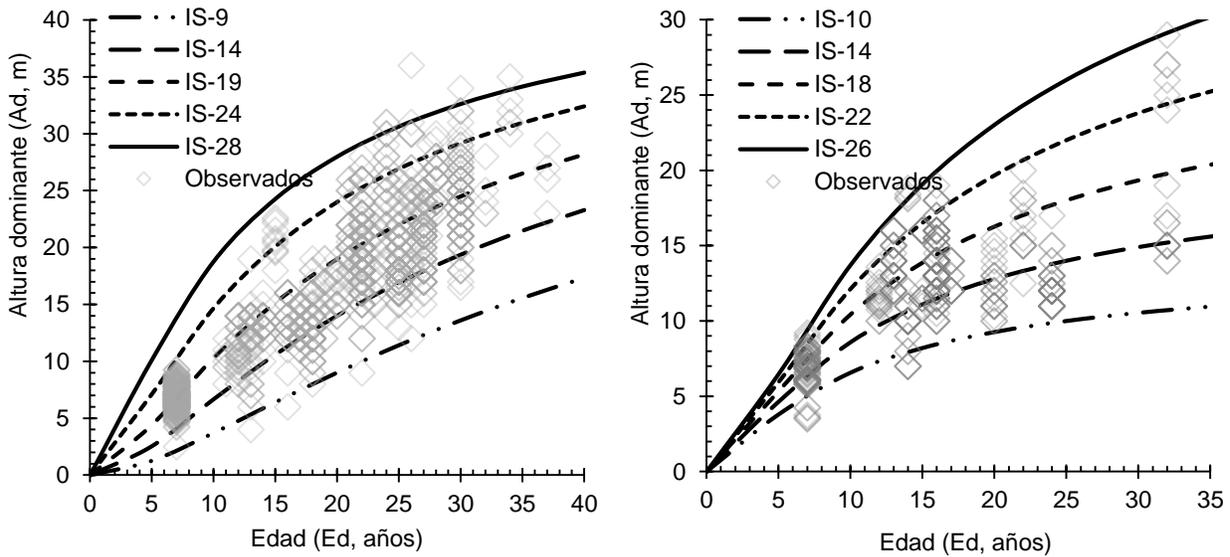
$$IS = \frac{Ed^2}{\left(\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{Ad}{E_0^2} - a_1 \cdot E_0}} \right) + a_1 \cdot Ed \right)^2} \quad [4.7] \text{ y } IS = \frac{Ed^2}{\left(a_0 + \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\frac{Ad}{E_0^2} - a_0}}}{E_0} \right) \cdot Ed \right)^2} \quad [4.8]$$

Cuadro 4.5. Parámetros fijos por especie del modelo de modelo Hossfeld I modificado al ajustarlo por modelos de efectos mixtos para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

Especie	Parámetro	Valor	Error estándar	Valor-t	valor-p
<i>Pinus pseudostrobus</i>	a_0	1.8830001	0.1405145	13.40076	<0.0001
	a_1	0.1472096	0.0112077	13.13468	<0.0001
<i>Pinus montezumae</i>	a_0	1.2333723	0.10119941	12.18754	<0.0001
	a_1	0.1969165	0.00514533	38.27091	<0.0001

Al tomar de referencia los parámetros del cuadro 4.5, se pueden calcular el incremento corriente anual ($ICA = \frac{2\alpha_0 Edad}{(\alpha_0 + \alpha_1 Edad)^3}$), incremento medio anual ($IMA = \frac{Ad}{Edad} = \frac{Edad}{(\alpha_0 + \alpha_1 Edad)^2}$) y el turno técnico ($Tt: ICA = IMA = \frac{\alpha_0}{\alpha_1}$) en ambas especies para su patrón de crecimiento promedio. Para clasificar las PFs de acuerdo con su productividad, se establecieron las clases de IS que toma en cuenta el intervalo de amplitud de la Ad máxima y mínima a la E_0 establecida para cada especie y dividirla entre cinco niveles de productividad (28 m = excelente, 24 m = muy buena, 19 m = buena, 14 m = regular y 9 m = deficiente) a una E_0 de 20 años para *Pinus pseudostrobus* (Figura 4.2a), y de 25 años en *Pinus montezumae* donde se establece la productividad en 26 m = excelente,

22 m = muy buena, 18 m = buena, 14 m = regular y 10 m = deficiente (Figura 4.2b). Cabe mencionar que tanto la asíntota como la tasa de crecimiento definen el Tt , por lo que las familias de curvas resultan transiciones parciales entre tendencias anamórficas y polimórficas.



a) *Pinus pseudostrobus*

b) *Pinus montezumae*

Figura 4.2. Curvas polimórficas para *Pinus pseudostrobus* y anamórficas para *Pinus montezumae* y establecidos en plantaciones forestales.

Dentro del Cuadro 4.6, puede observarse el efecto aditivo por nivel de clasificación para los parámetros que sugieren diferencias en las tendencias de crecimiento, las cuales afectan el punto de inflexión (a_0) y la asíntota del modelo (a_1) para *Pinus pseudostrobus*, mientras que, para *Pinus montezumae* el mayor cambio es en el punto de inflexión o parámetro de proporción (a_0), con una asíntota constante. Además, al estimar el Tt en Ad , el límite superior (asíntota: $1/a_1^2$) y la edad a la cual sucede el máximo ICA ($a_0/(2 \cdot a_1)$) (Kiviste *et al.*, 2002), se obtiene un valor específico por condición de crecimiento.

Cuadro 4.6. Parámetros específicos (parámetro global + parámetro aleatorio) para estimar la altura dominante (Ad) en arboles establecidos en plantaciones.

Variables de clasificación	Valor específico		Valor del efecto		Turno	Límite de Ad	Edad de inflexión
	a_0	a_1	a_0	a_1			
<i>Pinus pseudostrobus</i>							
2300/<5%	1.2745	0.1989	-0.5010	0.0431	6.4	25.3	3.2
2300/<10%	1.8771	0.1471	0.1016	-0.0087	12.8	46.2	6.4
2600/<5%	1.8959	0.1466	-0.0809	0.0069	12.9	46.5	6.5
2600/<10%	2.1111	0.1281	0.1344	-0.0115	16.5	60.9	8.2
2600/<15%	2.2618	0.1151	0.2851	-0.0245	19.6	75.4	9.8
2600/<20%	2.0678	0.1318	0.0910	-0.0078	15.7	57.5	7.8
2600/<25%	1.8400	0.1514	-0.1367	0.0118	12.2	43.6	6.1
2900/<5%	1.8918	0.1465	-0.0049	0.0004	12.9	46.6	6.5
2900/<10%	1.9453	0.1419	0.0486	-0.0042	13.7	49.7	6.9
2900/<15%	1.8007	0.1544	-0.0960	0.0083	11.7	42.0	5.8
2900/<20%	2.0557	0.1324	0.1589	-0.0137	15.5	57.0	7.8
<i>Pinus montezumae</i>							
2300/Z	1.6855		0.4521		8.6	25.8	4.3
2600/Z	1.4893		0.2559		7.6	25.8	3.8
2600/NE	1.2898		0.0564		6.5	25.8	3.3
2600/SE	1.0407		-0.1926		5.3	25.8	2.6
2600/SW	1.2238		-0.0095		6.2	25.8	3.1
2600/W	1.3573	0.1969	0.1239	0.0000	6.9	25.8	3.4
2600/NW	0.7818		-0.4515		4.0	25.8	2.0
2900/Z	1.3126		0.0792		6.7	25.8	3.3
2900/NE	1.0547		-0.1787		5.4	25.8	2.7
2900/E	1.4189		0.1855		7.2	25.8	3.6
2900/SE	1.1144		-0.1190		5.7	25.8	2.8
2900/NW	1.0317		-0.2017		5.2	25.8	2.6

Donde: Altitud: 2,300 m, 2,600 m y 2,900 m. Pendiente %: <5, <10, <15, <20 y <25. Exposición: Zenital (Z), Noreste (NE), este (E), sureste (SE), suroeste (SO), oeste (O) y noroeste (NO).

Al aplicar algunos de los parámetros específicos (Cuadro 4.6), se observan tendencias de crecimiento en las curvas guía de tipo articulado (a_0 y a_1 cambian con las condiciones de altitud y pendiente) para *Pinus pseudostrobus*, y desarticulado para *Pinus montezumae*, de donde puede deducirse que la proporcionalidad en cada especie depende de la relación particular de $Ad-E$ observada en cada sitio (Figura 3a y 4.3b). Además, al analizar el valor de los parámetros, se tiene que el aumento en el valor de a_0

señala un incremento en la edad de inflexión de la curva y Tt , mientras que, la disminución del valor de α_1 hace que la asíntota en el modelo sea mayor. De acuerdo con ello, puede decirse que existen una tendencia diferenciada por Alt en la dinámica de crecimiento en la Ad, en donde la mayor variabilidad se observa a los 2,600 m, mientras que, las PFs que crecen a los 2,300 m y 2,900 m son más homogéneas (Figura 4.3c y 4.3d).

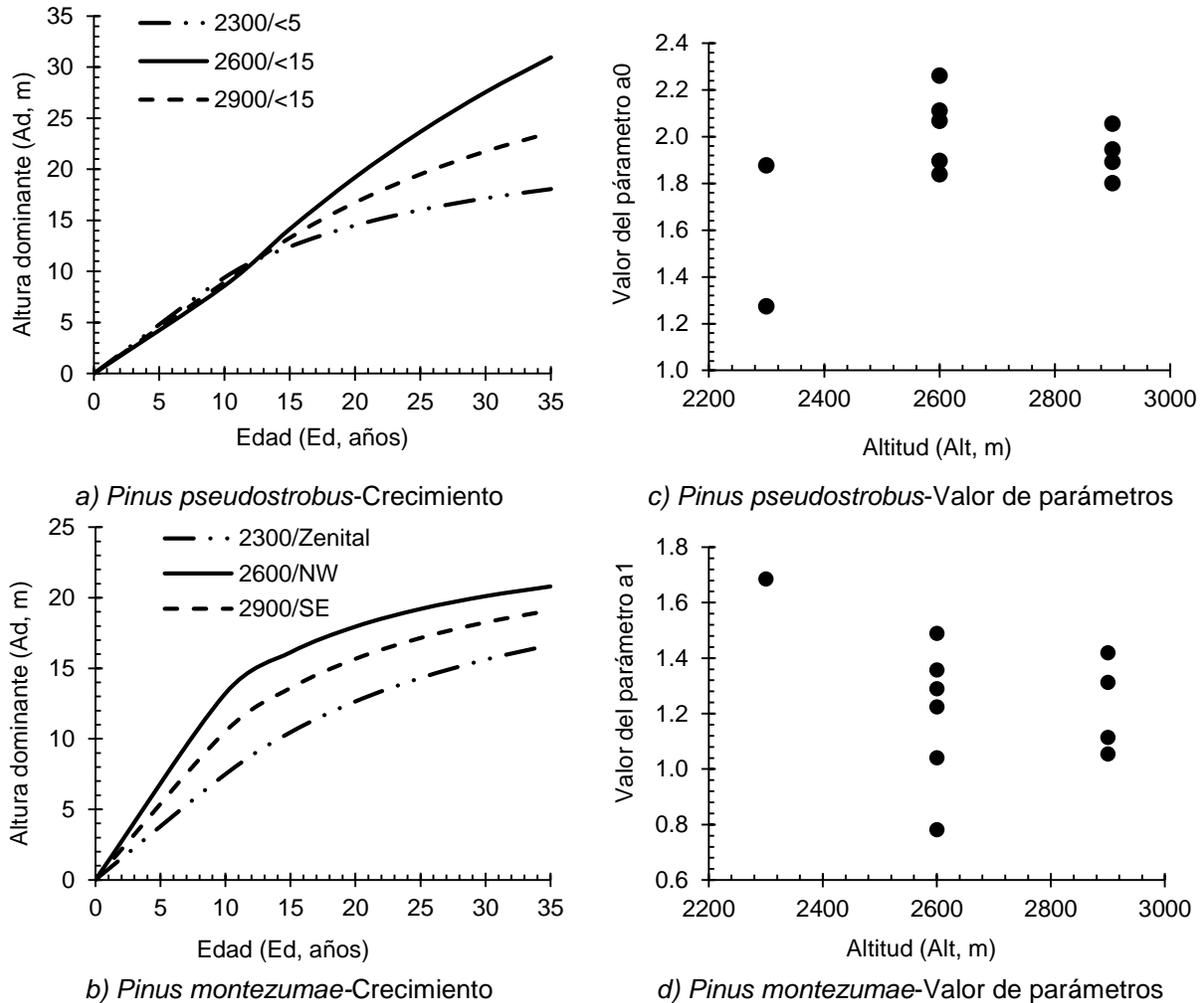


Figura 4.3. Tendencia de crecimiento en altura dominante (Ad) y del valor de parámetros por altitud.

La matriz de varianza-covarianza para los parámetros estimados del modelo de Hossfeld I modificado, los valores de la función de varianza incluida en el ajuste ($varPower$) y los residuales del análisis global y por grupo se presentan en el Cuadro 4.7, con la finalidad de que si el usuario desea utilizar estos resultados fuera del área de estudio pueda

calibrar y estimar de la parte aleatoria el modelo mediante el método ordinario a través del enfoque empírico de Bayes (Vonesh y Chinchilli 1997), sin emplear el valor específico de los parámetros aleatorios presentados en esta investigación (Cuadro 4.6).

Cuadro 4.7. Matriz de varianza-covarianza para los parámetros estimados del modelo de Hossfeld I modificado, valores de la función de varianza incluida en el ajuste (*varPower*) y residuales del análisis global y por grupo.

<i>Pinus pseudostrobus</i>				<i>Pinus montezumae</i>			
Matriz de Varianza-Covarianza			Desviación estándar	Matriz de Varianza-Covarianza			Desviación estándar
Parametro	a_0	a_1		Parametro	a_0	a_1	
a_0	0.01971	-0.00155	0.14113	a_0	0.01018	-0.00035	0.24562
a_1	-0.00155	0.00013	0.01136	a_1	-0.00035	0.00003	
Valor de la función de varianza			0.88896	Valor de la función de varianza			0.92122
Valor residual			0.21353	Valor residual			0.16144
Residuales estandarizados dentro del grupo			-0.01284	Residuales estandarizados dentro del grupo			-0.05903

4.6. DISCUSIÓN

Las curvas de crecimiento medio en *Ad*, obtenidas después de incluir el efecto de los factores ambientales y topográficos que influyen en su dinámica, permitieron eliminar la variabilidad aleatoria y clasificar de forma eficiente la productividad de las PFs de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, por lo que pueden ser un elemento confiable para clasificar los sitios de las plantaciones por su potencial productivo (Delgado *et al.*, 2009; Scolforo *et al.*, 2016) y en la aplicación correcta y diferenciada de las actividades de gestión forestal, tal y como lo mencionan Barreto *et al.* (2011) al modelar el *IS* en plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari en Cuba.

La tendencia polimórfica de crecimiento en *Ad* encontrada para *Pinus pseudostrobus*, es semejante a la reportada por García *et al.* (2019) para esta especie en esta misma región, estos autores al utilizar datos de un análisis troncal y ajustar la información mediante MEM, incluir el efecto por individuo y comparar distintas estructuras matemáticas para obtener parámetros globales-locales y fijos-aleatorios dentro de la estructura de modelo Champan-Richards. Sin embargo, difiere en las clases establecidas para clasificar las áreas de acuerdo con la productividad, ya que este trabajo definió intervalos de altura de 9-28 m, mientras que ellos lo establecieron entre 18 y 30 m, a la misma *E0* de 20 años, esto debido a la distribución más amplia de la muestra utilizada. De igual manera difiere de la tendencia anamórfica de crecimiento en *Ad* y clases de *IS* (13-22 m) reportada por González *et al.* (2016) para esta misma especie a una edad base establecida (*E0*) de 15 años en Guerrero, México, situación atribuida a las distintas condiciones de sitio que afectan al potencial productivo en cada estudio.

El método de la curva guía a una *E0* en la evaluación del potencial productivo de madera en áreas forestales, ha sido el de mayor uso para establecer calidades de estación por la aplicación sencilla y practica para la gestión de los recursos forestales (Barreto *et al.*, 2011; Cosenza *et al.*, 2017). Por lo cual, los parámetros obtenidos del modelo de Hossfeld I modificado en el ajuste por MEM y la tendencia en las curvas polimórficas (*Pinus pseudostrobus*) y anamórficas (*Pinus montezumae*) pueden considerarse adecuadas para describir la productividad de este tipo de PF o planear

actividades de establecimiento y producción maderable, ya que se ha eliminado a través del ajuste por MEM la variabilidad aleatoria dada por las condiciones de *Alt*, *Expos* y *Pend*, según sea el caso.

Sin embargo, aun cuando la metodología de curva guía es la más empleada para clasificar las áreas de acuerdo con la productividad y ha demostrado eficiencia al modelar la *Ad* en función de la edad, bajo el supuesto que el *IS* de un árbol es el mismo durante toda su vida (Murillo *et al.*, 2017; Senilliani *et al.*, 2019), esta premisa no siempre se cumple o es consistente a lo largo del tiempo (Walters *et al.*, 1989; Cosenza *et al.*, 2017). Por tal razón, el enfoque al usar MEM permitió identificar los factores que no se incluyen en los modelos clásicos, pero que influyen de alguna manera en la dinámica de la *Ad*, y en consecuencia familias específicas de crecimiento por condición, y que pueden ser una opción que contribuya en la toma de decisiones acertadas en la gestión de los recursos forestales, tal y como lo aplican Sharma *et al.* (2012), Scolforo *et al.* (2013) y Scolforo *et al.* (2016), al incluir como covariables datos climáticos en un MEM, para estimar el *IS* en función de la edad y encontrar diferencias por condición climática en la tendencia de crecimiento para distintas especies forestales.

Los turnos técnicos e incrementos máximos en *Ad* para las curvas medias de *Pinus pseudostrobus*, varían de 6.4-19.6 años y de 4-10 años, respectivamente, de acuerdo al nivel altitudinal en donde se desarrollan las PFs, situación que concuerda con los sitios de mayor productividad para la especie reportados por González *et al.* (2016), quienes definen el turno a la edad de 10 años, en promedio, y un máximo incremento a los seis años de edad, sin embargo, con una menor variabilidad, ya que dichos autores al emplear ecuaciones dinámicas de *IS* indica que en sitios de menos productividad puede alcanzarse un *Tt* de 20 años.

Las clases asignadas en este estudio para *Pinus montezumae* son inferiores a las etiquetas de *IS* reportadas por Cornejo *et al.* (2005) y Pacheco *et al.* (2016) de entre 14-28 m y 27-42 m, respectivamente y en bosques naturales de esta especie a una *E0* de 35 y 50 años; esto es posiblemente resultado de las distintas edades de referencia y de las condiciones de bosque natural donde se realizaron las investigaciones, además, de las diferencias de edad de las masas forestales. El *Tt* en *Ad* para las curvas de crecimiento

promedio para esta especie se alcanza en promedio a los seis años y una tasa máxima de incremento alrededor de los tres años a una asíntota común de 25.8 m, situación que es semejante a las asíntotas reportadas por nivel de productividad para *Pinus cooperi* C.E. Blanco en Durango, México (18—30 m) por Díaz *et al.* (2018).

Se puede señalarse que el incremento medio anual máximo de la curva promedio en *Ad* es más rápido para *Pinus montezumae* (7 años = 1.0868 m año⁻¹) que para *Pinus pseudostrobus* (10 años = 1.1111 m año⁻¹) dentro de las PFs establecidas en esta localidad. Sin embargo, en las mejores calidades de estación para cada especie la dinámica se invierte, resultando que para *Pinus pseudostrobus* el mayor IMA se obtiene a los seis años (2.0312 m año⁻¹), y a los nueve años para *Pinus montezumae* el IMA es de 1.4514 m año⁻¹.

La inclusión de la *Alt*, la *Pend* y la *Expos* mejoraron el ajuste estadístico entre MCNL y MEM, y pueden ser alternativas eficientes de clasificación de las áreas forestales desprovistas de arbolado para un establecimiento posterior de PFs o de regeneración, tal y como lo describen Bueno *et al.* (2015) al analizar los factores edáficos-fisiográficos y calidad de sitio para *Pinus occidentalis* Sw. en República Dominicana en donde encontraron una correlación alta entre las variables de *Alt*, *Expos*, contenido de materia orgánica, niveles de sodio y cantidad de potasio en el suelo, con la calidad de estación, los cuales determinan en su conjunto la productividad de las áreas forestales.

4.7. CONCLUSIONES

El ajuste bajo el enfoque de modelos de efectos mixtos (MEM) fue superior estadísticamente al realizado con mínimos cuadrados no lineales (MCNL), y representa de forma eficiente las tendencias de crecimiento en altura dominante (Ad); permite definir adecuadamente las clases de índice de sitio (IS) y cubre perfectamente la distribución de los datos observados de $Ad-Ed$ para árboles de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* establecidos en plantaciones forestales (PFs) de Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP), Michoacán, México.

La altitud de cada plantación (Alt) y su interacción con la pendiente ($Pend$) y la exposición ($Expos$) son las características del sitio que influyen significativamente en las dimensiones de la Ad en los árboles de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* establecidos como PFs.

Al emplear los resultados de los MEM, se observan curvas guía de tipo articuladas y desarticuladas específicas para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, respectivamente, la forma de las curvas (proporcionalidad) dependen de la relación particular específica $Ad-Ed$ observada en cada sitio, y el intervalo de altitud de 2,600 m es donde se presenta la mayor variabilidad de crecimiento.

Estos resultados pueden ser pauta para nuevos estudios que puedan explicar mejor la influencia de las características topográficas en la dinámica de crecimiento de la Ad , en función de la edad para las especies de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* establecidas como PFs en Nuevo San Juan Parangaricutiro.

**CAPITULO V. SISTEMA DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO MADERABLE PARA
PLANTACIONES FORESTALES DE *Pinus montezumae* Lamb. Y *Pinus
pseudostrobus* Lind. EN MICHOACÁN, MÉXICO**

5.1. RESUMEN

La dinámica del crecimiento o la respuesta del arbolado al manejo en plantaciones forestales (PFs), puede proyectarse con un sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM), el cual es una herramienta silvícola cuantitativa útil. El objetivo fue desarrollar un sistema explícito de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) al incluir como efecto aleatorio la orientación/sitio de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* en Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP), Michoacán, México. Se utilizó información de la remediación de 58 sitios temporales de 400 m² de *Pinus montezumae* y 96 de *Pinus pseudostrobus*. Mediante el enfoque de modelos de efectos mixtos se ajustaron de forma simultánea un modelo base y una estructura de diferencia algebraica para cada variable dasométrica de interés. El patrón de crecimiento para *Pinus montezumae* fue polimórfico y para *Pinus pseudostrobus* fue anamórfico, el cual, condiciona la tendencia de estimación del área basal (AB , m² ha⁻¹) y volumen (V , m³ ha⁻¹) al utilizar los parámetros fijos de cada expresión compatible. La tasa de mortalidad anual fue de 3.14 % y 3.35 %, respectivamente. Los incrementos corrientes anuales máximos de V ha⁻¹ a los 12 años en el mejor índice de sitio fueron de 13.717 m³ para *Pinus montezumae* y de 23.072 m³ a los 15 años para *Pinus pseudostrobus*, mientras que, los turnos técnicos fueron de 26 (162.462 m³) y 22 años (321.66 m³), respectivamente. Con los resultados obtenidos se podrán realizarse escenarios de incrementos para cada PF y un manejo forestal diferenciado de estas dos especies.

Palabras clave: Diferencia algebraica, mortalidad, predicción explícita, rendimiento, turno técnico.

**CHAPTER V. GROWTH AND TIMBER YIELD SYSTEM FOR FOREST
PLANTATIONS OF *Pinus montezumae* Lamb. and *Pinus pseudostrobus* Lind. IN
MICHOACAN, MEXICO**

5.2. ABSTRACT

The growth dynamics or the response of trees to management in forest plantations (PFs) can be projected with a system of growth and timber yield (SCRM), which is a useful quantitative silvicultural tool. The objective was to develop an explicit system of growth and timber yield (SCRM) by including as a random effect the orientation/site of *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus* in Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP), Michoacán, México. Information from the remeasurement of 58 temporary sites of 400 m² of *Pinus montezumae* and 96 of *Pinus pseudostrobus* was used. Using the mixed-effects model approach, a base model and an algebraic difference structure were fitted simultaneously for each dasometric variable of interest. The growth pattern for *Pinus montezumae* was polymorphic and for *Pinus pseudostrobus* it was anamorphic, which conditions the estimation trend of the basal area (AB, m² ha⁻¹) and volume (V, m³ ha⁻¹) when using the fixed parameters. of each compatible expression. The annual mortality rate was 3.14 % and 3.35 %, respectively. The maximum current annual increases of V ha⁻¹ at 12 years in the best site index were 13.717 m³ for *Pinus montezumae* and 23.072 m³ at 15 years for *Pinus pseudostrobus*, while the technical shifts were 26 (162.462 m³) and 22 years (321.66 m³), respectively. With the results obtained, it will be possible to carry out scenarios of increases for each FP and a differentiated forest management of these two species.

Keywords: Algebraic difference, explicit prediction, mortality, performance, technical turn.

5.3. INTRODUCCIÓN

El crecimiento en un rodal es el resultado de la suma del incremento progresivo de las dimensiones, ya sea de un árbol (*i.e.* diámetro normal (dn , cm) o altura total (At , m)), o de un rodal o plantación (*i.e.* diámetro cuadrático (Dq , cm) o área basal (AB , m^2)), dentro de un periodo de tiempo (*i.e.* edad base (Eb , $años$) o turno técnico (Tt , $años$)), el cual, se acumula y se expresa como rendimiento en volumen (V , $m^3 ha^{-1} año^{-1}$), biomasa (B , $Mg ha^{-1} año^{-1}$) o carbono (C , $Mg ha^{-1} año^{-1}$) por unidad de superficie (Prodan *et al.*, 1997; Torres y Magaña, 2001).

El crecimiento está determinado por la interacción entre las características genéticas de la especie o especies y los factores biofísicos (*i.e.* tipo de clima, características fisicoquímicas del suelo o topografía) del lugar donde se desarrollan los individuos (Bonilla, 1971; Spurr y Barnes, 1982; Prodan *et al.*, 1997; Imaña y Encinas, 2008; Salas *et al.*, 2016). Estos factores influyen en la plasticidad fenotípica y la respuesta diferenciada del rendimiento en las especies, por las distintas velocidades de desarrollo de los procesos fisiológicos que llevan a cabo los individuos que integran el rodal o la plantación (Spurr y Barnes, 1982; Imaña y Encinas, 2008; Salas *et al.*, 2016; Vogel, 2018).

Jokela *et al.* (1988) reportan que las características de drenaje de suelo, aireación y densidad aparente, así como, la fertilidad en la zona radical primaria, son factores que determinan un rendimiento diferenciado en volumen para las plantaciones forestales (PFs) de *Picea abies* (L.) Karst. (< 55 años) en New York, EE. UU. Por su parte, Brown (2007) determinó que la pendiente y la profundidad del suelo son factores que determinan el incremento en altura dominante (Ad , m) en las PFs de *Pinus strobus* L. (< 53 años) en Ohio, EE. UU., por lo que, propone modelos diferenciados para su estimación. En tanto que, Cantero (2020) documentó una respuesta de rendimiento maderable diferenciado con base en un crecimiento de la At y el dn para rodales de *Pinus pinaster* Aiton ssp. atlántica en España, por efecto de las condiciones que propician la altitud y la exposición en las que se ubica cada rodal.

Dentro de los rodales naturales y PFs, la estimación del crecimiento y la

proyección de rendimiento son fundamental para proponer prácticas silvícolas acorde a las condiciones de los árboles (Prodan *et al.*, 1997; Torres y Magaña, 2001; Burkhart y Tomé, 2012). Por lo anterior, conocer y cuantificar el efecto de factores bióticos y abióticos sobre el crecimiento y rendimiento es esencial para comprender la dinámica de la variación estructural y composición de especies a lo largo del turno en rodales naturales o PFs, y proponer practicas silvícolas apropiadas a las necesidades de manejo en cada condición donde se desarrollan los individuos (Vanclay, 1994; Salas *et al.*, 2016).

La aplicación de modelos de crecimiento y rendimiento es importante en el manejo forestal, ya que éstos son herramientas silvícolas cuantitativas que ayudan a describir el comportamiento de las variables de interés a una determinada edad, o para diseñar las practicas silvícolas a ser aplicadas (Prodan *et al.*, 1997; Torres y Magaña, 2001; Burkhart y Tomé, 2012; Salas *et al.*, 2016). En los rodales, la orientación geográfica del terreno (exposición: *Expos*) propicia una variación micro climática que contribuye a crear el hábitat para el desarrollo de algunas especies (Haire *et al.*, 2022); se afectan los procesos biofísicos del suelo e influye directamente en la estructura de la vegetación, la composición de especies y en general, en la velocidad de crecimiento y rendimiento de los rodales (Rivas, 1959; Spurr y Barnes, 1982; Prodan *et al.*, 1997; Gerding *et al.*, 2006; Reyes *et al.*, 2011, Romero *et al.* 2014).

El objetivo de este trabajo fue generar un sistema explícito de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) al incluir como efecto aleatorio la orientación/sitio en las PFs de *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus pseudostrobus* Lindl. establecidas en Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP), Michoacán, México. La hipótesis principal es que las distintas condiciones de crecimiento que propicia la exposición topográfica y las condiciones que representa el sitio de muestreo determinan una dinámica de incremento distinta y un potencial diferenciado para cada PFs.

5.4. MATERIALES Y MÉTODOS

La zona de estudio se ubica entre las coordenadas 19° 17' y 19° 30' de latitud norte y 102° 06' y 102° 17' de longitud oeste en un intervalo altitudinal de 2,000 – 3,000 m. El relieve es de tipo sierra, geología ígnea extrusiva y suelo dominante de tipo Andosol, característico de la subprovincia fisiográfica Neovolcánica Tarasca. El clima es de tipo Cw con precipitación media anual de 1,500 mm y una temperatura promedio de 15° C (INEGI, 2017).

La información utilizada se obtuvo de 14 plantaciones forestales de *Pinus montezumae* de 7- 34 años de y 31 PFs de *Pinus pseudostrabus* de 7-39 años. Los datos de ajuste consideraron la remediación en 2021 de 154 sitios temporales de muestreo cuadrados de 400 m² (20 x 20 m) establecidos como una cronosecuencia en 2019; del total, 58 sitios fueron para *Pinus montezumae* y 96 para *Pinus pseudostrabus*. En cada unidad muestral se midieron el diámetro normal (dn , cm) y altura total (At , m) de cada árbol, para después calcular la altura promedio por sitio (Ap ; m), la altura dominante promedio de los cinco árboles más altos (Ad ; m), el diámetro cuadrático (Dq ; cm), el área basal (AB ; m²), la densidad (N ; árboles) y el volumen (V ; m³).

La estimación del volumen fustal individual, se realizó con las ecuaciones propuestas por García-Espinoza *et al.* (2016) y García-Espinoza *et al.* (2018) para *Pinus montezumae* [5.1] y *Pinus pseudostrabus* [5.2], respectivamente. Adicionalmente, en cada sitio se registró la orientación geográfica del terreno (*Expos*: exposición), habiéndose registrado las exposiciones: Zenital (Z), noreste (NE), este (E), sureste (SE), suroeste (SO) y noroeste (NO).

$$V = 0.0000584616dn^{1.96205}At^{0.93483} \quad [5.1]$$

$$V = 0.000097dn^{1.682}At^{1.031} \quad [5.2]$$

Debido a que los SCRM se componen de distintas ecuaciones que describen las relaciones de variables dasométricas de interés y pueden predecir los cambios que ocurren de manera simultánea a través del tiempo (Tamarit *et al.*, 2013; Fierros-Mateo *et al.*, 2017; Tamarit-Urias *et al.*, 2019), para la construcción del SCRM se eligió el

enfoque de diferencia algebraica (ADA, por sus siglas en inglés) propuesto por Clutter (1963). Este enfoque parte de un modelo base y una ecuación de ADA que comparten el valor de sus parámetros con los cuales pueden realizarse predicciones o proyecciones de las variables (Clutter, 1963; Santiago-García *et al.*, 2013; Santiago-García *et al.*, 2015; Tamarit-Urias *et al.*, 2019).

Como primer paso para la construcción del SCRM, se ajustaron seis sistemas compatibles de *Ad* en su forma ADA, los cuales fueron obtenidos en el programa *Maplesoft™ ver. 2015.1*® con el enfoque reportado en la literatura para definir las curvas de calidad de estación con sus respectivas clases de índice de sitio (*IS*) a una edad base o de referencia (*Eb*) (Torres y Magaña, 2001; Santiago *et al.*, 2015; Fierros-Mateo *et al.*, 2017; Tamarit-Urias *et al.*, 2019). En el Cuadro 5.1, se muestran dos hipótesis de crecimiento: (1) la velocidad de crecimiento entre los sitios es constante, pero su asíntota no (anamórficas), y (2) la velocidad de crecimiento varía entre los sitios, sin embargo, la asíntota se mantiene (polimórficas) (Prodan *et al.*, 1997; Torres y Magaña, 2001; Santiago *et al.*, 2013; Hernández-Cuevas *et al.*, 2018; Hirigoyen *et al.*, 2018).

Cuadro 5.1. Estructura matemática de los sistemas de altura dominante (Ad) utilizados en su expresión de diferencia algebraica (ADA).

No.	Modelo	Predicción	Proyección
[5.3]			$Ad_2 = \frac{Ed_1^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{Ad_1/Ad_1^2 - \beta_1 \cdot Ed_1}} + \beta_1 \cdot Ed_2 \right)^2}$ <p>β_0: polimórfica</p>
[5.4]	Hossfeld I mod.	$Ad_1 = \frac{Ed_1^2}{(\beta_0 + \beta_1 \cdot Ed_1)^2}$	$Ad_2 = \frac{Ed_1^2}{\left(\beta_0 + \left(\frac{1}{\sqrt{Ad_1/Ed_1^2 - \beta_0/Ed_1}} \right) \cdot Ed_2 \right)^2}$ <p>β_1: anamórfica</p>
[5.5]			$Ad_2 = \frac{Ed_1^{\beta_2}}{Ed_1^{\beta_2}/Ad_1 - \beta_1 \cdot Ed_1^{\beta_2} + Ed_2^{\beta_2}}$ <p>β_0: polimórfica</p>
[5.6]	Hossfeld IV	$Ad_1 = \frac{Ed_1^{\beta_2}}{\beta_0 + \beta_1 \cdot Ed_1^{\beta_2}}$	$Ad_2 = \frac{Ed_1^{\beta_2}}{\beta_0 + Ed_1^{\beta_2}/Ad_1 - \beta_0 \cdot \frac{Ed_2^{\beta_2}}{Ed_1^{\beta_2}}}$ <p>β_1: anamórfica</p>
[5.7]			$Ad_2 = Ad_1 \cdot \frac{e^{\beta_1/Ed_1}}{e^{\beta_1/Ed_2}}$ <p>β_0: anamórfica</p>
[5.8]	Schumacher	$Ad_1 = \beta_0 \cdot e^{-\beta_1 \cdot Ed_1^{-1}}$	$Ad_2 = \beta_0 \cdot \left(Ad_1 / \beta_0 \right)^{Ed_1/Ed_2}$ <p>β_1: polimórfica</p>

Donde: Ad_1 y Ad_2 : altura dominante inicial y altura dominante de proyección (m). Ed_1 y Ed_2 : edad inicial y edad de proyección (años). β_0 , β_1 y β_2 : parámetros compatibles a estimar. e : base de los logaritmos neperianos

Una vez ajustados los sistemas, se seleccionó el de mejor ajuste estadístico y que la tendencia de las estimaciones fueran en apego a la distribución de los datos observados (Kozak y Kozak, 2003; Quevedo *et al.*, 2004) para luego reajustarlo y convirtiéndolo en la ecuación de proyección de la altura dominante inicial (Ad_1), en el que se estima la condición inicial (Ad_1) como un parámetro común adicional para asumir un potencial de crecimiento distinto para la combinación de cada *Expos/Sitio* dentro de las PFs (Wang *et al.*, 2017; Wang *et al.*, 2019).

Posteriormente, una vez elegido el sistema de *Ad* para ambas especies, se procedió a ajustar con los datos de remediación los sistemas compatibles para *N* por sitio. Las variables *AB* y *V* se ajustaron de manera individual, con la finalidad de encontrar las diferencias de crecimiento e incremento por *Expos/Sitio* del terreno en las que están establecidas las PFs, ya que, al realizarlo por sitio, el ajuste pierde sensibilidad debido al número de observaciones por nivel de agrupación establecido. Los sistemas compatibles utilizados se obtuvieron de la literatura especializada y se presentan en el Cuadro 5.2 (Pienaar y Shiver, 1981; Torres y Magaña, 2001; González-Benecke *et al.*, 2012; Santiago-García *et al.*, 2013; Tamarit *et al.*, 2013; Santiago-García *et al.*, 2015; Fierros-Mateo *et al.*, 2017; Parra-Piedra *et al.*, 2017; Hirigoyen *et al.*, 2018; Uranga-Valencia *et al.*, 2018; Tamarit-Urias *et al.*, 2019).

Cuadro 5.2. Sistemas compatibles para las variables indicadas, utilizadas para predecir y proyectar el estado actual (Edad: E_1) y futuro (Edad: E_2) de las plantaciones forestales evaluadas. *Continúa...*

No.	Modelo de predicción	Modelo de proyección
[5.9]	$N_1 = \tau_0 e^{[-\tau_1 E d_1]}$	$N_1 = N_1 e^{[-\tau_1 (E d_2 - E d_1)]}$
[5.10]	$N_1 = \tau_0 e^{[-\tau_1 E d_1^{r_2}]}$	$N_1 = N_1 e^{[-\tau_1 (E d_2^{r_2} - E d_1^{r_2})]}$
[5.11]	$AB_1 = e^{\left[\frac{-\gamma_0}{E_1}\right]} Ad_1^{\gamma_1}$	$AB_2 = AB_1 \left[\frac{Ad_2}{Ad_1}\right]^{\gamma_1} e^{\left[-\gamma_0 \left(\frac{1}{E d_2} - \frac{1}{E d_1}\right)\right]}$
[5.12]		$AB_2 = AB_1 e^{\left[-\gamma_2 \left(\frac{1}{E d_2} - \frac{1}{E d_1}\right) + \gamma_3 \left(\frac{N_2}{E d_2} - \frac{N_1}{E d_1}\right)\right]}$
[5.13]	$AB_1 = e^{\gamma_0} Ad_1^{\gamma_1} e^{\left[-\frac{\gamma_2}{E d_1} + \frac{\gamma_3}{E d_1} N_1\right]}$	$AB_2 = AB_1 \left[\frac{Ad_2}{Ad_1}\right]^{\gamma_1} e^{\left[-\gamma_2 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right) + \gamma_3 \left(\frac{N_2}{E_2} - \frac{N_1}{E_1}\right)\right]}$
[5.14]	$AB_1 = e^{\gamma_0} Ad_1^{\gamma_1} e^{\left[\frac{\gamma_2}{E d_1}\right]}$	$AB_2 = AB_1 \left[\frac{Ad_2^{\gamma_1} e^{-\gamma_2/E d_2}}{Ad_1^{\gamma_1} e^{-\gamma_2/E d_1}}\right]}$
[5.15]	$AB_1 = e^{\gamma_0} Ad_1^{\gamma_1} e^{\left[\frac{\gamma_2 + \gamma_3 N_1}{E d_1}\right]}$	$AB_2 = AB_1 \left[\frac{Ad_2^{\gamma_1} e^{(\gamma_2 + \gamma_3 N_2)/E d_2}}{Ad_1^{\gamma_1} e^{(\gamma_2 + \gamma_3 N_1)/E d_1}}\right]}$
[5.16]	$AB_1 = e^{\gamma_0} Ad_1^{\gamma_1} e^{\left[\frac{\gamma_2 + \gamma_3 N_1 + \gamma_4 Ad_1}{E d_1}\right]}$	$AB_2 = AB_1 \left[\frac{Ad_2^{\gamma_1} e^{(\gamma_2 + \gamma_3 N_2 + \gamma_4 Ad_2)/E d_2}}{Ad_1^{\gamma_1} e^{(\gamma_2 + \gamma_3 N_1 + \gamma_4 Ad_1)/E d_1}}\right]}$

Donde: AB_1 y AB_2 : área basal inicial y de proyección (m^2). Ad_1 y Ad_2 : altura dominante inicial y de proyección (m). $E d_1$ y $E d_2$: edad inicial y de proyección (años). N_1 y N_2 : densidad inicial y de proyección por sitio (número de árboles en 400 m^2). V_1 y V_2 : volumen inicial y de proyección (m^3). γ_i , δ_i , ω_i y τ_i : parámetros compatibles a estimar por variable dasométrica de interés. e : base de los logaritmos neperianos. \ln : logaritmo natural.

Continuación... Cuadro 5.2. Sistemas compatibles para las variables indicadas, utilizadas para predecir y proyectar el estado actual (Edad: Ed_1) y futuro (Edad: Ed_2) de las plantaciones forestales evaluadas.

No.	Modelo de predicción	Modelo de proyección
[5.17]	$V_1 = e^{\left[\omega_0 + \frac{\omega_1}{AB_1} Ad_1\right]} Ed_1^{\omega_2} Ad_1$	$V_2 = V_1 \left[\frac{Ed_2}{Ed_1}\right]^{\omega_2} \left[\frac{Ad_2}{Ad_1}\right] e^{\left[\omega_1 \left(\frac{Ad_2}{AB_2} - \frac{Ad_1}{AB_1}\right)\right]}$
[5.18]	$V_1 = \omega_0 AB_1^{\omega_1} Ad_1^{\omega_2} e^{\left[\omega_3 N_1 / Ed_1\right]}$	$V_2 = V_1 \left[\frac{AB_2^{\omega_1} Ad_2^{\omega_2} e^{\left[\omega_3 N_2 / Ed_2\right]}}{AB_1^{\omega_1} Ad_1^{\omega_2} e^{\left[\omega_3 N_1 / Ed_1\right]}}\right]$
[5.19]	$V_1 = \omega_0 AB_1^{\omega_1} Ad_1^{\omega_2} e^{\left[-\omega_3 / Ed_1\right]}$	$V_2 = V_1 \left[\frac{AB_2}{AB_1}\right]^{\omega_1} \left[\frac{Ad_2}{Ad_1}\right]^{\omega_2} e^{\left[-\omega_3 \left(\frac{1}{Ed_2} - \frac{1}{Ed_1}\right)\right]}$
[5.20]	$V_1 = \omega_0 AB_1^{\omega_1} e^{\left[-\omega_2 / Ed_1\right]} e^{\left[\omega_3 \frac{AB_1}{Ed_1} + \omega_4 \frac{Ad_1}{Ed_1}\right]}$	$V_2 = V_1 \left[\frac{AB_2^{\omega_1} e^{\left[-\omega_2 / E_2\right]} e^{\left[\omega_3 \frac{AB_2}{Ed_2} + \omega_4 \frac{Ad_2}{Ed_2}\right]}}{AB_1^{\omega_1} e^{\left[-\omega_2 / E_1\right]} e^{\left[\omega_3 \frac{AB_1}{Ed_1} + \omega_4 \frac{Ad_1}{Ed_1}\right]}}\right]$
[5.21]	$V_1 = \omega_0 AB_1^{\omega_1} Ad_1^{\omega_2}$	$V_2 = V_1 \left(\frac{AB_2}{AB_1}\right)^{\omega_1} \left(\frac{Ad_2}{Ad_1}\right)^{\omega_2}$

Donde: AB_1 y AB_2 : área basal inicial y de proyección (m^2). Ad_1 y Ad_2 : altura dominante inicial y de proyección (m). E_1 y E_2 : edad inicial y de proyección (años). N_1 y N_2 : densidad inicial y de proyección por sitio (número de árboles en 400 m^2). V_1 y V_2 : volumen inicial y de proyección (m^3). γ_i , δ_i , ω_i y τ_i : parámetros compatibles a estimar por variable dasométrica de interés. e : base de los logaritmos neperianos. \ln : logaritmo natural.

El ajuste estadístico de los 19 sistemas compatibles se realizó en el programa $R^{\text{®}}$ 2022.07.0 Build, con la función *nlme* y la técnica de máxima verosimilitud (*ML*) (R Core Team, 2021; Pinheiro, 2022) mediante el enfoque de modelos de efectos mixtos (MEM), al incluir de manera aditiva en alguno de los parámetros dentro de los sistemas la combinación de la *Expos/Sitio*: Z/i , NE/i , E/i , SE/i , SO/i y NO/i , como variable de agrupación, donde i se refiere al sitio de muestreo. Para obtener los parámetros aleatorios del sistema se utilizó la aproximación marginal de máxima verosimilitud del mejor predictor lineal empírico insesgado (*EBLUP*) (Mehtätalo & Lappi, 2020).

Además, se eligió este análisis de MEM ya que permite obtener parámetros fijos, los cuales son globales para la población y pueden utilizarse de manera genérica para realizar estimaciones o proyecciones en este caso, y aleatorios si así se desea, con los cuales pueden hacerse escenarios de contraste específicos por nivel de agrupación (Correa y Salazar, 2016; Mehtätalo y Lappi, 2020).

El ajuste se realizó a través de la construcción de una base de datos de forma bi-variada (Pinheiro y Bates, 2000; Hall y Clutter, 2004), ya que se realizaron dos mediciones de una variable en el mismo individuo en dos periodos de tiempo distintos. Por ejemplo, la estructura de ajuste del sistema compatible [5.20] para V toma la forma del sistema [5.22].

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(AB_{1i}, Ad_{1i}, Ed_{1i}; p) & 0 \\ 0 & g(V_{1i}, AB_{2i}, Ad_{2i}, Ed_{2i}; p) \end{pmatrix} + \varepsilon_i \quad [5.22]$$

donde: V_1 = vector de observaciones del volumen inicial o edad cero en el i -ésimo individuo. V_2 = vector de observaciones del volumen de proyección o edad de referencia establecida en el i -ésimo individuo. $f(AB_{1i}, Ad_{1i}, Ed_{1i}; p)$ = Estructura del modelo de predicción en donde se incluyen las variables independientes relacionadas. $g(V_{1i}, AB_{1i}, Ad_{1i}, Ed_{1i}; p)$ = Estructura del modelo de proyección en donde se incluyen las variables independientes relacionadas. p = vector de los parámetros del sistema compatible, en los cuales se especifica el parámetro de efecto mixto (ω_1), en el cual se hace la inclusión aditiva del nivel de agrupación ($\omega_1 + \omega_i$), que da como resultado un valor en el parámetro aleatorio establecido por grupo (ω_{1i}). La estructura que toma es la siguiente y el efecto aleatorio se define como $\omega_{1i} \sim N(0, \phi^2)$:

$$p = \begin{pmatrix} \omega_0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_{1i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ termino de error dado dentro del sistema.

Para corregir la heterocedasticidad de los residuales y el error inconsistente en las estimaciones, se incluyó dentro de la estructura del ajuste de los MEM la función de varianza de potencia: $var(\varepsilon_{ij}) = v_i^{2 \cdot \delta_1 [(1-f)+f]}$. Donde $var(\varepsilon_{ij})$ es la función de varianza evaluada en la covariable de varianza de los residuales del predictor (v_i), mientras que, δ_1 se refiere al coeficiente de la función de varianza, los cuales serán específicos para cada nivel (δ_i) y f se refiere a la variable indicadora con valor de 1 para ser utilizada en la ecuación de predicción y 0 para la expresión ADA de proyección en cada variable de

interés propuesta en los Cuadros 5.1 y 5.2 (Pinheiro & Bates, 2000; Zuur *et al.*, 2009; Mehtätalo & Lappi, 2020).

La forma de corregir los residuales dentro de los sistemas ajustados por regresión, dados por las observaciones de las variables de interés (Ad , AB y V) de un mismo individuo en tiempos distintos dentro de una misma unidad de muestreo (Sharma *et al.*, 2015; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2018), se realizó al incluir dentro de la estructura de ajuste una estructura autorregresiva de media móvil ($ARMA(p,q)$) donde p,q son el orden autorregresivo y de la media móvil asignado, respectivamente (Pinheiro & Bates, 2000)

La elección del mejor sistema compatible ajustado (Cuadros 5.1 y 5.2), se verifico primero que todos los parámetros fueran diferentes de cero ($p < 0.05$). Posteriormente, se verificó la proporción de verosimilitud de cada ajuste a través de la prueba de ANOVA incluida en la función *nIme* (Pinheiro y Bates, 2000) para posterior calificar cada ajuste estadístico comprobando que el sistema seleccionado presentara los menores valores en la raíz del cuadrado medio del error [5.26] y Sesgo [5.27]; además, debe cumplir con los mejores valores también en el logaritmo de verosimilitud (*logLik*: [5.28]) y en los criterios de información de Akaike [5.29] y Bayesiano [5.30], así como el mayor coeficiente de determinación [5.31] (Santiago-García *et al.*, 2013; Galán *et al.*, 2016; Cayuela, 2018).

$$\text{Raíz del cuadrado medio del error: } REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}} \quad [5.26]$$

$$\text{Sesgo} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n} \quad [5.27]$$

$$\text{Logaritmo de verosimilitud: } \log Lik = -2 \ln \mathcal{L}[\hat{\theta}(k)] \quad [5.28]$$

$$\text{Criterio de información de Akaike: } AIC = -2 \ln \mathcal{L}[\hat{\theta}(k)] + 2k \quad [5.29]$$

$$\text{Criterio de información Bayesiano: } BIC = k \ln(n) - 2 \ln(\log Lik) \quad [5.30]$$

$$\text{Coeficiente de determinación: } R^2 = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right] \quad [5.31]$$

Donde: Y_i y \hat{Y}_i son los valores observados y predichos de la variable dependiente;

\bar{Y}_i al promedio de datos observados; n el número de observaciones; k el número de parámetros independientes estimados dentro del modelo; $\mathcal{L}[\vartheta(k)]$ es la función de verosimilitud de las observaciones; $\hat{\vartheta}(k)$ es la estimación del máximo verosímil del vector de parámetros ϑ , y \ln es el logaritmo natural.

En virtud que los mejores ajustes estadísticos no reflejan necesariamente la tendencia de distribución de la información observada, se contrataron las estimaciones de cada sistema *versus* los datos de campo (Kozak y Kozak, 2003; Quevedo *et al.*, 2004). La normalidad en la frecuencia de los residuales se asumió como tendiente a la normal, ya que se utiliza para el ajuste una muestra mayor de 2000 observaciones (Martínez *et al.*, 2014). Mientras que, la distribución homocedástica de los residuales estandarizados se verificaron de forma gráfica para cada uno de los componentes del SCRM; donde lo ideal es que, no se tenga una tendencia visible de incremento en los errores a medida que aumentan las dimensiones de las variables estimadas (Martínez *et al.*, 2014; Correa y Salazar, 2016.).

Una vez realizadas las estimaciones al utilizar los parámetros fijos por cada componente de los sistemas seleccionados para construir el SCRM, se determinó el incremento corriente anual, al obtener la diferencia del valor de proyección (y_2) con respecto a la dimensión inicial (y_1) de cada una de las variables dasométricas entre la diferencia de la edad de proyección (Ed_2) e inicial (Ed_1) ($ICA = \frac{y_2 - y_1}{Ed_2 - Ed_1}$). El incremento medio anual se obtuvo con la división de cada variable dasométrica (y_i) entre la edad ($IMA = \frac{y_i}{E_i}$), mientras que, el turno técnico fue la edad en la cual se interceptan las curvas de ambos incrementos: $ICA = IMA$ (Prodan *et al.*, 1997; Torres y Magaña, 2001). Posteriormente, se obtuvieron las estimaciones de crecimiento y rendimiento estimados y proyectados con los parámetros fijos, con los valores proyectados a la unidad de superficie (ha).

5.5. RESULTADOS

Los resultados de los análisis y contraste de los ajustes de los sistemas para cada variable de interés, una vez elegido el parámetro en donde se incluyó el efecto aleatorio y arrojó los mejores estadísticos (*RCME*, *Sesgo*, R^2 , *AIC*, *BIC* y *logLik*), se presentan en el Cuadro 5.3. En el Cuadro 5.3 se incluyen de manera implícita los valores de la prueba de proporción de verosimilitud realizada con el *ANOVA* (*AIC*, *BIC* y *logLik*), la cual indicó que para ambas especies la expresión [5.8] (anamórfica) derivada del modelo de Schumacher era estadísticamente la mejor, sin embargo, al contrastar las estimaciones *versus* los datos observados se observó que en *Pinus montezumae* la tendencia que resultaba sobre estimaba la información en edades menores a los 15 años y sobre estimaba la *Ad* posterior a los 24 años, por lo que se optó por la expresión compatible [5.7] (polimórfica).

La explicación de la variabilidad muestral con los distintos sistemas compatibles ajustados para *Pinus montezumae* fue de entre 76-92 % con desviaciones globales de 1.817 m (*RCME*) y sesgo de -0.732 m. Mientras que, en *Pinus pseudostrobus* la explicación oscila entre el 85 % y el 98 % con valores de 2.083 m y -1.079 m para la *RCME* y sesgo, respectivamente (Cuadro 5.3). Para ambas especies, el mejor resultado fue al incluir el efecto aleatorio dado por las condiciones particulares que propicia exposición topográfica del terreno y la competencia dentro del sitio en la velocidad de crecimiento (β_1) del modelo de Schumacher.

Cuadro 5.3. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de altura dominante (Ad) para las especies de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*.

No.	Par.	Valor	Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Var.	RCME	Sesgo	
<i>Pinus montezumae</i>											
[5.3]	β_0^ϕ	2.891	***	16.48	5358.1	5408.2	-2670.0	0.882	Ad_1	2.333	-2.042
	β_1^ϕ	0.094	***	11.56					Ad_2	1.203	0.083
[5.4]	β_0^ϕ	3.221	***	17.54	5547.4	5597.6	-2764.7	0.917	Ad_1	2.303	-1.999
	β_1^ϕ	0.068	***	7.05					Ad_2	1.233	0.126
[5.5]	β_0	4.161	***	7.77	5477.9	5516.9	-2732.0	0.864	Ad_1	2.305	-1.989
	β_1	0.018	***	4.56					Ad_2	1.285	0.137
	β_2^ϕ	1.592	***	21.14							
[5.6]	β_0^ϕ	1.672	***	5.74	6585.1	6624.1	-3285.6	0.903	Ad_1	2.040	-1.235
	β_1	0.048	***	17.33					Ad_2	2.045	0.890
	β_2	1.464	***	14.79							
[5.7]	β_0	36.951	***	32.74	5426.8	5465.9	-2706.4	0.784	Ad_1	2.288	-1.970
	β_1^ϕ	16.224	***	21.46					Ad_2	1.275	0.156
[5.8]	β_0^ϕ	26.315	***	29.23	5380.8	5419.8	-2683.4	0.767	Ad_1	2.115	-1.243
	β_1	9.925	***	35.56					Ad_2	1.383	0.308
<i>Pinus pseudostrobus</i>											
[5.3]	β_0^ϕ	2.473	***	29.49	9195.7	9236.9	-4590.8	0.897	Ad_1	2.453	-2.594
	β_1	0.107	***	32.53					Ad_2	1.717	0.143
[5.4]	β_0	2.237	***	33.08	9381.0	9422.2	-4683.5	0.927	Ad_1	2.346	-2.344
	β_1^ϕ	0.116	***	30.55					Ad_2	1.799	0.325
[5.5]	β_0	0.814	***	5.70	9321.2	9362.4	-4653.6	0.976	Ad_1	2.412	-2.463
	β_1^ϕ	-0.002		-0.36					Ad_2	1.769	0.239
	β_2	0.901		9.45							
[5.6]	β_0	0.414		28.79	9402.1	9443.3	-4694.0	0.949	Ad_1	2.425	-2.458
	β_1^ϕ	-0.092	*	-2.02					Ad_2	1.800	0.242
	β_2	0.347	**	3.12							
[5.7]	β_0^ϕ	44.270		33.56	9311.7	9352.9	-4648.8	0.856	Ad_1	2.289	-2.236
	β_1	15.830		30.29					Ad_2	1.794	0.554
[5.8]	β_0	59.412		31.70	9282.2	9323.5	-4634.1	0.857	Ad_1	2.431	-2.537
	β_1^ϕ	22.803		28.46					Ad_2	1.756	0.185

Donde: No.: número del sistema. Par.: parámetros. ϕ : parámetro donde se incluye el efecto aleatorio. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano. Var.: variable de análisis. Ad_1 y Ad_2 : altura total inicial y de proyección. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R²: coeficiente de determinación. Código de significancia: * <0.05, ** <0.001 y *** <0.0001.

La tendencia de crecimiento polimórfica en *Ad* a una edad base de 25 años para *Pinus montezumae* con cuatro calidades de estación a las alturas de 10 m, 14 m, 18 m y 22 m (Figura 5.1a) señala incrementos máximos y turnos técnicos distintos para cada condición de crecimiento (Figura 5.1b), por lo cual, el manejo forestal y la aplicación de prácticas silvícolas deberá de ser diferenciada según sea el caso. Para *Pinus pseudostrobus*, la tendencia de crecimiento resulto en una forma anamórfica (Figura 5.1c) a una edad base de 20 años en donde se registran los mayores incrementos corrientes a la edad de 14-15 años para las cuatro calidades de estación establecidas a las alturas de 10 m, 16 m, 22 m y 28 m (Figura 5.1d).

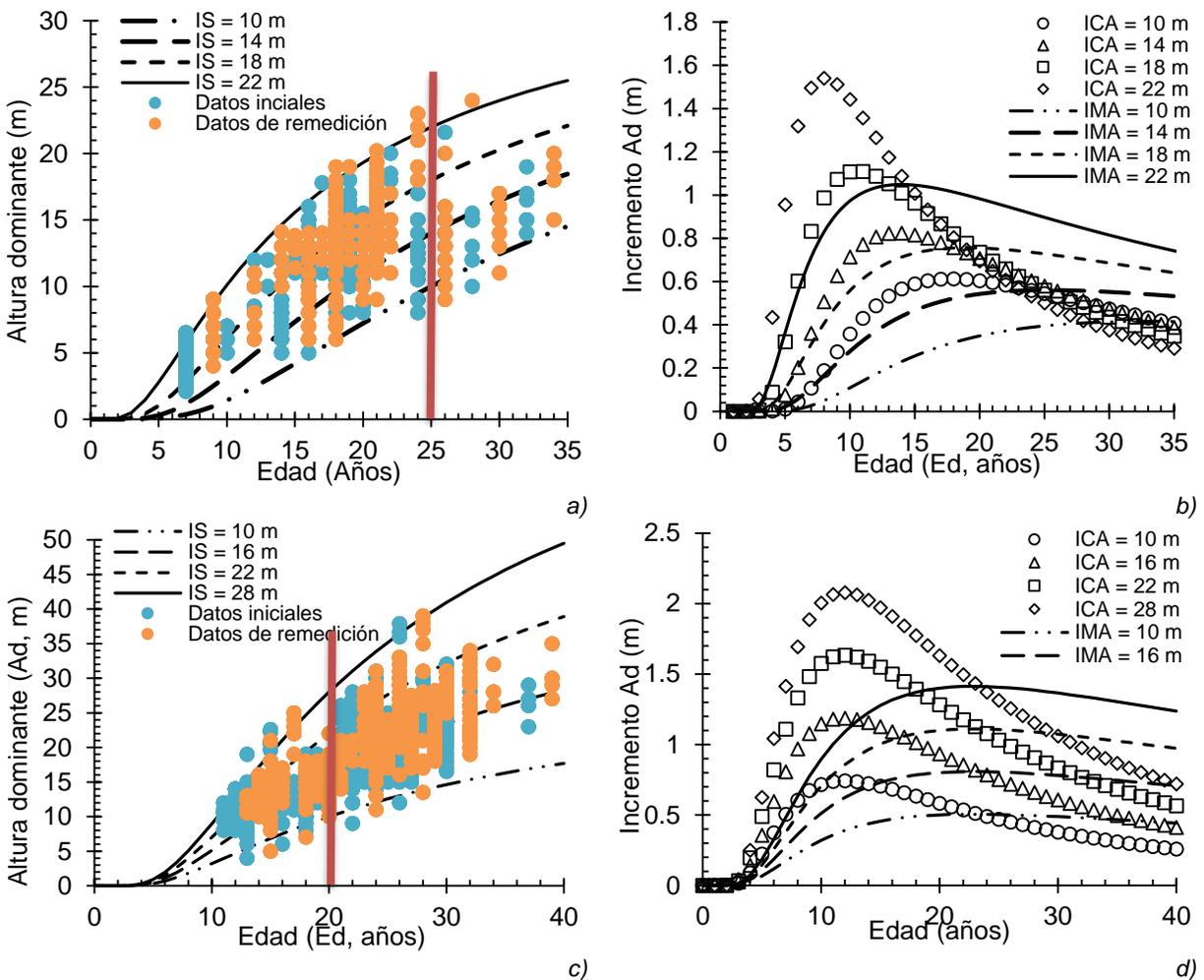


Figura 5.1. Curvas de crecimiento en altura dominante (*Ad*) de tipo polimórficas (a) y anamórficas (c) de índice de sitio (IS) a una edad base de 25 y 20 años, respectivamente, así como tendencias de incrementos (b y d) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*.

En ambas especies, la prueba de proporción de verosimilitud (AIC, BIC y logLik) señalo que no existían diferencias entre los dos sistemas ($\alpha < 0.5$). Sin embargo, la expresión compatible [5.9] fue el que mayor explicación de la variabilidad muestral expreso (R^2) y es el que tiene la mayor parsimonia, por lo cual, y aunado que los valores de la RCME y sesgo que son muy similares, fue elegido como el mejor (Cuadro 5.4). Esta expresión seleccionada fue más conservadora en la densidad inicial con 1,306 y 1,221 árboles ha^{-1} para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente, y en ambos casos el efecto aleatorio esta dado en la velocidad de disminución de la densidad a medida que el arbolado se hace más longevo e incrementa sus dimensiones (τ_1). La tasa de mortalidad anual resultado del ajuste del sistema [5.9], de 3.144 % y 3.345 % para cada especie, en donde la densidad ha^{-1} a la edad base de 25 y 20 años es de 607 y 640 árboles ha^{-1} para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente.

Cuadro 5.4. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de densidad (N) para las especies de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*.

No.	Par.	Valor	Valor t	AIC	BIC	logLik	R^2	Var.	RCME	Sesgo	
<i>Pinus montezumae</i>											
[5.9]	τ_0	33.714	***	373.66	539.7	574.8	-263.8	0.690	N_1	1.053	0.959
	τ_1^ϕ	0.032	***	11.33					N_2	0.436	-0.041
[5.10]	τ_0	39.961	***	0.24	588.8	547.9	-301.4	0.686	N_1	0.969	0.932
	τ_1^ϕ	0.154	***	0.01					N_2	0.271	-0.068
	τ_2	0.550	***	0.01							
<i>Pinus pseudostrobus</i>											
[5.9]	τ_0	31.593	***	252.20	1482	1453.5	746.0	0.632	N_1	1.039	1.011
	τ_1^ϕ	0.034	***	31.49					N_2	0.238	0.011
[5.10]	τ_0	36.000	***	134.39	2254	2219.6	1132.9	0.608	N_1	0.979	0.96
	τ_1^ϕ	0.114	***	24.83					N_2	0.198	-0.04
	τ_2	0.774	***	97.11							

Donde: No.: número del sistema. Par.: parámetros. ϕ : parámetro donde se incluye el efecto aleatorio. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano. Var.: variable de análisis. N_1 y N_2 : densidad por sitio total inicial y de proyección. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R^2 : coeficiente de determinación. Código de significancia: * < 0.05 , ** < 0.001 y *** < 0.0001 .

Al ajustar los sistemas para *AB* en ambas especies se obtuvo el parámetro γ_3 del sistema [5.13] no significativo, el cual está relacionado con el cociente de la edad entre la densidad inicial, mientras que, solo para *Pinus montezumae* los parámetros γ_3 y $\gamma_2 - \gamma_3$ de las expresiones compatibles [5.12] y [5.16], respectivamente, relacionados con la densidad tuvieron este problema, por lo cual, en el análisis estadístico no se muestra en el cuadro 5.5. Para las dos especies el sistema seleccionado tanto por ajuste estadístico (Cuadro 5.5) como por tendencias de estimación fue el [5.15], el cual incluye la *Ed*, *Ad* y *N* como variables explicativas del área basal. Con este sistema seleccionado, se estiman 23.119 m² ha⁻¹ y 30.149 m² ha⁻¹ a las edades base seleccionadas de 25 y 20 años para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente, con un incremento corriente máximo a los 10 años en ambos casos (1.872 m² ha⁻¹ año⁻¹ y 2.62 m² ha⁻¹ año⁻¹).

Cuadro 5.5. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de área basal (AB) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*.

No.	Par.	Valor	Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Var.	RCME	Sesgo	
<i>Pinus montezumae</i>											
[5.11]	γ_0	20.9371	***	58.08	16165	16130	8088	0.721	AB_1	0.0116	-0.0041
	γ_1^ϕ	-0.7266	***	-31.35					AB_2	0.0120	0.0014
[5.14]	γ_0	-5.7400	***	-65.81	16256	16215	8135	0.858	AB_1	0.0119	-0.0053
	γ_1^ϕ	0.7795	***	15.74					AB_2	0.0116	0.0002
	γ_2	4.4852	***	5.08							
[5.15]	γ_0	-7.7222	***	-47.41	15670	15623	7843	0.787	AB_1	0.0142	-0.0062
	γ_1^ϕ	1.6206	***	24.51					AB_2	0.0134	-0.0007
	γ_2	3.4565	***	88.60							
	γ_3	-0.0187	***	-12.17							
<i>Pinus pseudostrobus</i>											
[5.11]	γ_0	28.8259	***	29.58	10703	10663	5358	0.798	AB_1	0.023	-0.007
	γ_1^ϕ	-0.3372	***	-18.99					AB_2	0.023	0.001
[5.12]	γ_0	-2.5053	***	-6.74	10751	10705	5383	0.770	AB_1	0.023	-0.008
	γ_1	0.2929	**	2.80					AB_2	0.023	0.001
	γ_2^ϕ	10.9214	**	2.79							
	γ_3	-0.4887	***	-3.43							
[5.14]	γ_0	-5.8610	***	-27.66	10680	10640	5347	0.888	AB_1	0.024	-0.009
	γ_1	1.0637	***	13.91					AB_2	0.024	0.000
	γ_2^ϕ	4.6143	*	2.15							
[5.15]	γ_0	-6.3200	***	-45.32	9709	9663	4862	0.846	AB_1	0.035	-0.011
	γ_1	1.2167	***	26.88					AB_2	0.034	-0.002
	γ_2	3.7266	***	65.21							
	γ_3^ϕ	-0.0423	***	-8.64							
[5.16]	γ_0	-5.4992	***	-6.24	10709	10657	5363	0.788	AB_1	0.024	-0.009
	γ_1	1.1772	***	4.23					AB_2	0.024	0.000
	γ_2	15.5843	*	2.12							
	γ_3^ϕ	-0.7848	***	-4.25							
	γ_4	-0.7927	**	-2.69							

Donde: No.: número del sistema. Par.: parámetros. ϕ : parámetro donde se incluye el efecto aleatorio. Ee: error estándar. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano. Var.: variable de análisis. AB_1 y AB_2 : área basal inicial y de proyección. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R²: coeficiente de determinación. Código de significancia: * <0.05, **<0.001 y ***<0.0001.

La prueba de proporción de verosimilitud a través del ANOVA indica diferencias entre los ajustes ($\alpha < 0.05$) y de acuerdo con los valores en los estadísticos de AIC, BIC y logLik, el sistema [5.17] para estimar el volumen es el adecuado para ambas especies (Cuadro 5.6). Esta expresión compatible utiliza la Ed , AB y Ad como variables explicativas, en donde los mejores resultados para el efecto aleatorio se dan en el parámetro relacionado con la Edad inicial (E_1) de cada condición (ω_2).

Cuadro 5.6. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de volumen (V) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*.

No.	Par.	Valor	Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Var.	RCME	Sesgo
<i>Pinus montezumae</i>										
[5.17]	ω_0	-6.246 ***	-46.36	9360.6	9319.7	5187.3	0.874	V_1	0.104	-0.063
	ω_1	0.0004 ***	-60.88					V_2	0.094	0.006
	ω_2^ϕ	0.928 ***	18.00							
[5.18]	ω_0	1.953 ***	8.24	11989.5	11936.9	6003.8	0.947	V_1	0.077	-0.059
	ω_1	1.097 ***	141.18					V_2	0.036	0.010
	ω_2^ϕ	0.658 ***	16.40							
	ω_3	0.037 ***	3.52							
[5.19]	ω_0	1.533 ***	7.03	12008.2	11955.6	6013.1	0.960	V_1	0.079	-0.061
	ω_1^ϕ	1.093 ***	135.44					V_2	0.036	0.008
	ω_2	0.729 ***	16.80							
	ω_3	-1.572 ***	-3.32							
[5.20]	ω_0	4.361 ***	7.27	11883.8	11825.3	5951.9	0.860	V_1	0.061	-0.046
	ω_1^ϕ	1.190 ***	62.77					V_2	0.045	0.024
	ω_2	-0.035 ***	-12.50							
	-									
	ω_3	35.243 ***	-3.77							
	ω_4	0.819 ***	12.70							
[5.21]	ω_0	1.951 ***	11.15	11995.0	11948.3	6005.5	0.951	V_1	0.079	-0.062
	ω_1^ϕ	1.088 ***	130.06					V_2	0.036	0.007
	ω_2	0.674 ***	21.81							
<i>Pinus pseudostrobus</i>										
[5.17]	ω_0	-5.334 ***	-40.08	4778.9	4733.2	2397.5	0.956	V_1	0.198	-0.142
	ω_1	-0.002 ***	-82.86					V_2	0.147	0.091
	ω_2^ϕ	0.833 ***	19.47							
[5.18]	ω_0	0.860 ***	8.87	5427.0	5375.5	2722.5	0.987	V_1	0.173	-0.136
	ω_1	0.943 ***	120.78					V_2	0.090	0.008
	ω_2^ϕ	0.767 ***	23.27							
	ω_3	-0.091 ***	-4.59							
[5.19]	ω_0	1.146 ***	6.57	5426.5	5375.0	2722.2	0.986	V_1	0.173	-0.137
	ω_1	0.943 ***	121.31					V_2	0.089	0.008
	ω_2^ϕ	0.714 ***	17.99							
	ω_3	3.750 ***	4.90							
[5.20]	ω_0	4.298 ***	7.97	5257.2	5200.0	2638.6	0.894	V_1	0.123	-0.085
	ω_1	1.107 ***	49.43					V_2	0.113	0.060
	ω_2^ϕ	-0.030 ***	-13.31							
	-									
	ω_3	39.016 ***	-6.61							
	ω_4	0.522 ***	12.68							
[5.21]	ω_0	0.624 ***	10.54	5416.9	5371.1	2716.4	0.985	V_1	0.173	-0.136
	ω_1	0.949 ***	123.62					V_2	0.090	0.009
	ω_2^ϕ	0.859 ***	30.23					V_1		

Donde: No.: número del sistema. Par.: parámetros. ϕ : parámetro donde se incluye el efecto aleatorio. Ee: error estándar. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano. Var.: variable de análisis. V_1 y V_2 : volumen inicial y de proyección. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R²: coeficiente de determinación. Código de significancia: * <0.05, **<0.001 y ***<0.0001.

Una vez verificada la robustez estadística de los ajustes realizados por medio de MEM para cada componente del SCRM, se graficaron las tendencias de crecimiento en volumen al tomar como referencia la *Ad* de tipo polimórfico para *Pinus montezumae* [5.7], y anamórficas para *Pinus pseudostrobus* [5.8], así como los sistemas compatibles [5.9] y [5.15] de *N* y *AB* (Figura 5.2. a y c). El rendimiento en volumen ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* a las edades base establecidas (25 y 20 años), indica rendimientos de $109.47\text{-}223.12 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$ (Figura 5.2a) y $150.72\text{-}284.86 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$ (Figura 5.2c), respectivamente. Sin embargo, las estimaciones muestran que se pueden alcanzar rendimientos de hasta $260.95 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$ y de $468.70 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$ para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* a las edades máximas que se tienen registradas para cada especie de 35 y 40 años.

El incremento corriente anual máximo en volumen para *Pinus montezumae* oscilo entre $7.2 \text{ m}^3 \text{año}^{-1}$ y $13.7 \text{ m}^3 \text{año}^{-1}$, el cual es diferenciado para cada calidad de estación en donde se desarrollan las plantaciones de esta especie debido a la condición polimórfica de la curva de crecimiento de *Ad*. Para los índices de sitio de 10 m, 14 m, 18 m y 22 m, la edad de máxima acumulación es a los 11, 13, 16 y 19 años, respectivamente, con turnos técnicos (ICA=IMA) de 20, 23, 26 y 31 años (Figura 5.2b). Mientras que, para *Pinus pseudostrobus* la tendencia anamórfica crecimiento en volumen señala un ICA máximo a la edad de 15 años y un turno técnico a los 22 años, oscilando el rendimiento entre $12.0 \text{ m}^3 \text{año}^{-1}$ y $23.1 \text{ m}^3 \text{año}^{-1}$ para la menor ($IS = 10 \text{ m}$) y mayor ($IS = 28 \text{ m}$) calidad de estación (Figura 5.2d).

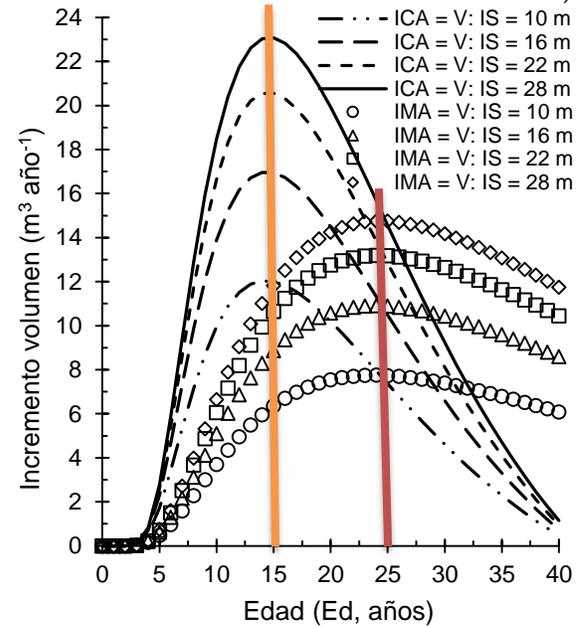
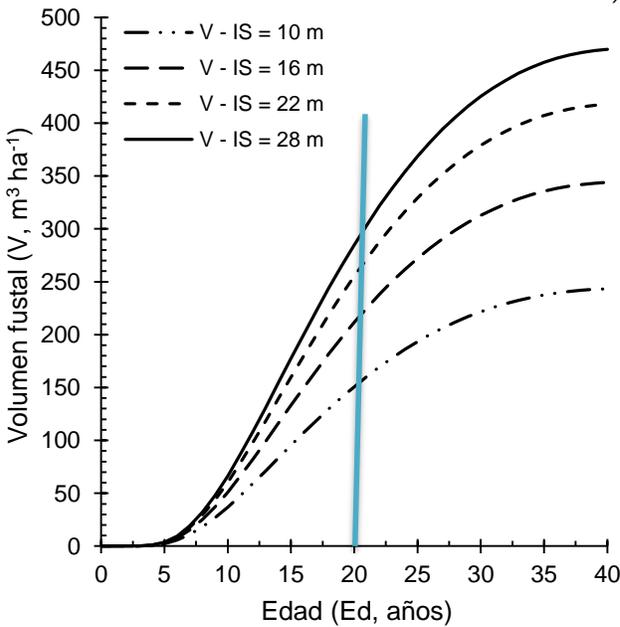
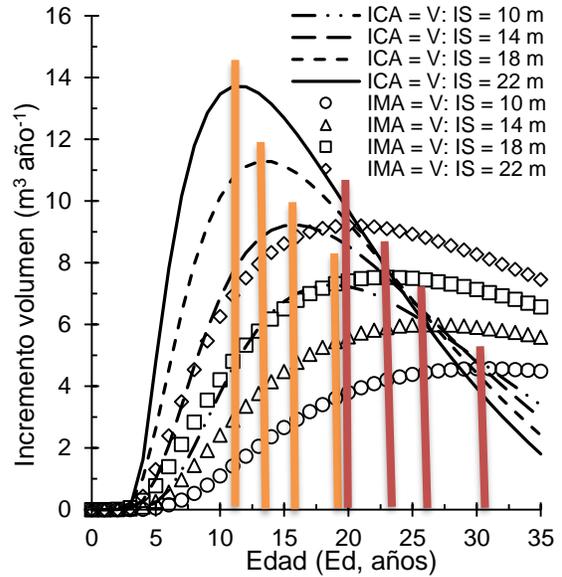
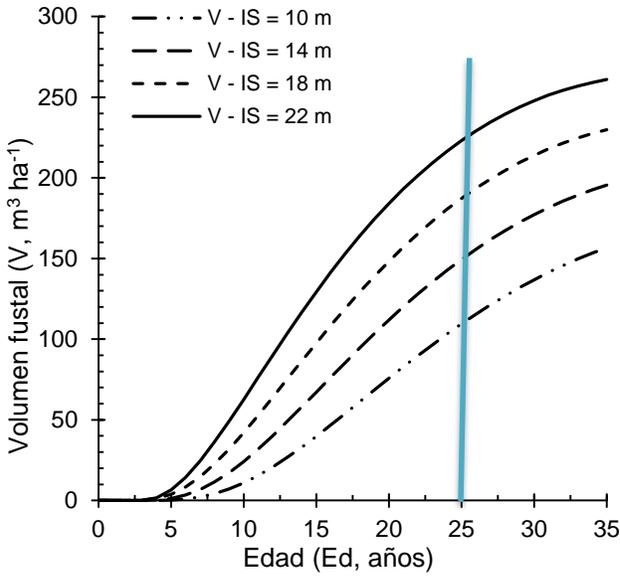


Figura 5.2. Rendimiento en volumen (V , $m^3 ha^{-1}$) de tipo polimórficas (a) y anamórficas (c) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* a una edad base de 25 y 20 años, respectivamente, así como tendencias de incrementos en volumen $m^3 año^{-1}$ (b y d).

En el Cuadro 5.7, se presentan los valores de la desviación estándar y residual del parámetro en donde se incluyeron los efectos aleatorios de cada sistema compatible, el valor de los parámetros relacionados a la estructura de correlación $ARMA(p,q)$ y de función de varianza ($varPower$) incluidos en el análisis por MEM. De igual manera, los valores de la matriz de varianza-covarianza de los parámetros.

Cuadro 5.7. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles de volumen (V) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*.

Var. / Sis.	EA	EC	Fv	Matriz de varianza-covarianza					
<i>Pinus montezumae</i>									
Ad / [5.7]	DE	β_1 4.479	φ_1 0.122	Power 0.804	Par. β_0	β_0 1.272E+00	β_0 5.392E-01		
	Res.	0.176	θ_1 0.879		β_1	5.392E-01	5.712E-01		
N / [5.9]	DE	τ_1 0.021	θ_1 0.792	Power 0.673	Par. τ_0	τ_0 8.134E-03	τ_0 1.720E-05		
	Res.	0.037			τ_1	1.720E-05	7.942E-06		
AB / [5.15]	DE	γ_1 0.117		Power 0.696	Par. γ_0	γ_0 2.648E-02	γ_0 -1.042E-02	γ_0 -9.258E-04	γ_0 -4.569E-05
	Res.	0.136	θ_1 0.164		γ_1	-1.042E-02	4.364E-03	3.624E-04	1.804E-05
					γ_2	-9.258E-04	3.624E-04	1.520E-03	-5.312E-05
					γ_3	-4.569E-05	1.804E-05	-5.312E-05	2.355E-06
					ω_0	1.813E-02	-1.447E-07	-6.705E-03	
V / [5.17]	DE	ω_2 0.096		Power 0.461	ω_1	-1.447E-07	4.055E-11	4.571E-08	
	Res.	0.153	θ_1 0.036		ω_2	-6.705E-03	4.571E-08	2.657E-03	
Ad / [5.8]	DE	β_1 3.766	φ_1 0.047	Power 0.400	Par. β_0	β_0 1.27E+00	β_0 5.39E-01		
	Res.	0.529	θ_1 0.957		β_1	5.39E-01	5.71E-01		
N / [5.9]	DE	τ_1 0.016	θ_1 0.840	Power 0.590	Par. τ_0	τ_0 1.568E-02	τ_0 2.324E-05		
	Res.	0.187			τ_1	2.324E-05	2.572E-06		
AB / [5.15]	DE	γ_3 0.010		Power 1.008	Par. γ_0	γ_0 1.941E-02	γ_0 -6.275E-03	γ_0 -4.549E-04	γ_0 -1.081E-05
	Res.	0.361	θ_1 0.310		γ_1	-6.275E-03	2.046E-03	1.438E-04	3.525E-06
					γ_2	-4.549E-04	1.438E-04	3.260E-03	-2.635E-04
					γ_3	-1.081E-05	3.525E-06	-2.635E-06	2.398E-06

Var. / Sis.	EA	EC	Fv	Matriz de varianza-covarianza			
				<i>Pinus montezumae</i>			
				05	06	04	05
V / [5.17]	ω_2	ARMA(0,1)	Power Par.	ω_0	ω_0	ω_0	
	DE	0.044	φ_1	0.082	0.348	ω_0	1.769E-02
	Res.	0.146	θ_1	0.046		ω_1	-4.700E-07
						ω_2	-5.648E-03
							-4.700E-07
							3.939E-10
							1.160E-07
							1.160E-07
							1.831E-03

Donde: Var.: Variable. Sis.: Sistema. EA: efecto aleatorio. EC: Estructura de correlación. DE: desviación estándar. Res.: Residual del sistema. ARMA(p,q): modelo de media móvil autorregresiva, donde p,q son el orden autorregresivo y de la media móvil asignado, respectivamente. φ_1 y θ_1 : parámetros resultantes del modelo ARMA. Fv: función que modela la varianza de los residuos.

5.6. DISCUSIÓN

La tendencia de crecimiento de la *Ad* de tipo polimórfico y anamórfico describió satisfactoriamente la variabilidad observada para las PFs de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente. La tendencia de *Ad* para *Pinus montezumae* incluida donde el SCRM difiere con lo reportado por Zepeda y Acosta (2000) para rodales naturales de *Pinus montezumae* en San Juan Tetla, Puebla, México, al proponer tendencias de crecimiento en *Ad* de tipo anamórfico, pero concuerda con lo encontrado por Fierros-Mateo *et al.* (2017) para PFs de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen en Tlatlauquitepec, Puebla, México. Por su parte, García-Espinoza *et al.* (2019) reporta para *Pinus pseudostrobus* en Nuevo San Juan, Michoacán, México tendencias de crecimiento de *Ad* de tipo polimórfica al utilizar datos de análisis troncales, lo cual difiere con la tendencia encontrada en esta investigación para la especie al emplear parcelas de remediación.

Los resultados encontrados sobre las tendencias en este estudio podrían explicarse en parte por las diferencias en la aplicación de algunas prácticas culturales o tratamientos silvícolas, o bien, por el tipo de manejo aplicado que tal y como se observó para *Pinus patula* Schl. *et* Cham., en donde en un primer análisis se determinó que curvas de *Ad* de tipo anamórficas eran las que mejor describían el crecimiento en *Ad* de dichos rodales (Santiago-García *et al.*, 2013), pero en una actualización posterior del SCRM, la tendencia que ajustó mejor fue de tipo polimórfica (Santiago-García *et al.*, 2015).

La relación entre la *Ad* y la edad expresada en las clases de *IS* son el componente más importante de un SCRM (Santiago-García *et al.*, 2015), porque permiten clasificar la productividad forestal de forma simplificada y precisa, así como realizar proyecciones de crecimiento confiables para planear actividades silvícolas, en virtud de que la altura es la variable menos afectada por la densidad (Clutter, 1963; Prodan *et al.*, 1997; Torres y Magaña, 2001; Tamarit-Urias *et al.*, 2019).

Los porcentajes de mortalidad encontrados fueron 3.144 % y 3.345 % para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, respectivamente, los cuales son semejantes a

valores reportados por Santiago-García *et al.* (2013, 2015) para rodales de *Pinus patula* en bosques manejados (3.3 % y 4.76 %). Sin embargo, difieren con lo señalado por Fierros-Mateo *et al.* (2017), quienes reportan mortalidad de 1.7 % para PFs de *Pinus chiapensis*; esto puede obedecer a los hábitos de la especie, a las condiciones de sitio en donde está establecida o la densidad inicial a la cual se estableció la plantación forestal. Para el uso de estas ecuaciones de mortalidad, se recomienda establecer una densidad mínima por hectárea a una edad determinada, ya que, si se aplica sin esta restricción, el escenario de densidad llevará a una densidad de árboles igual a cero, lo cual no es lógico ni deseable (Santiago-García *et al.*, 2015; Fierros-Mateo *et al.*, 2017), por ejemplo, el establecimiento de un turno de corta de acuerdo con los intereses del inversionista y a la demanda de las dimensiones del mercado.

Una de las formas para ampliar la aplicabilidad de este tipo de ecuaciones, futuros ajustes podrían considerar la densidad inicial de cada plantación, tal y como lo proponen Tamarit-Urias *et al.* (2019) en PFs de *Tectona grandis* L. f. en Campeche, México o establecer una densidad inicial de plantación (*i.e. densidades y espaciamientos de 2,500: 2 x 2 m, 1,667: 2 x 3 m, 1,111: 3 x 3 o 833: 4 x 3 m*), semejante a lo utilizado por Parra-Piedra *et al.* (2017) al fijar el parámetro inicial en 1,100 individuos por hectárea para *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz, México.

Las estimaciones de Ad , AB y V realizadas con las estructuras del SCRM seleccionadas por especie cumplen con tener una tendencia de crecimiento sigmoide, presentar un punto de inflexión a una edad específica, así como una asíntota horizontal máxima para cada variable de interés forestal, que son características deseables en las curvas de crecimiento para estas variables (Kiviste *et al.*, 2002). Además, las funciones de transición propuestas cumplen con describir y proyectar de forma lógica los cambios de las variables de interés dentro del SCRM, partiendo del estado actual de la vegetación (Santiago-García *et al.*, 2013) y tienen una compatibilidad analítica entre las funciones utilizadas (Zepeda y Acosta, 2000).

Debe considerarse que los turnos técnicos encontrados en este estudio, al utilizar los parámetros fijos del SCRM para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*, pueden variar de acuerdo con la calidad de sitio, lo que representa un mayor turno a un menor

IS (Fierros-Mateo *et al.*, 2017). Al ser modificados mediante aclareos, representa un menor turno a menor densidad o mayor intensidad de aclareo (Santiago-García *et al.*, 2015; González-Benecke *et al.*, 2012), o bien, pueden ser diversos de acuerdo con la tendencia de crecimiento que propicia la orientación topográfica. Por otra parte, en edades jóvenes, las labores de podas, chapeos y aclareos contribuirán a incrementar el crecimiento y rendimiento de estas plantaciones, por lo que, el turno de cada una de ellas puede variar (Fierros-Mateo *et al.*, 2017).

Las diversas tendencias de *Ad*, mortalidad, crecimiento y rendimiento encontradas en estas especies y explicadas por la *Expos/Sitio*, concuerdan también con lo mencionado por Zepeda y Acosta (2000), quienes señalan la existencia de relaciones evidentes entre la productividad de las coníferas mexicanas con las condiciones biofísicas del lugar donde se desarrollan. Estas tendencias diferenciadas por condición concuerdan con lo encontrado por Bonilla (1971) y Gerding *et al.* (2006), quienes realizaron un análisis de cómo los factores del suelo, el clima y las características topográficas del lugar influyen en el crecimiento del arbolado en regiones templadas; mientras que, Spurr y Barnes (1982) describen cómo la orientación topografía y la pendiente determinan las características fisicoquímicas del suelo e influyen en el incremento de los rodales. Brown (2007) cuantifica las diferencias que generan los factores topográficos y el suelo en las dimensiones de *Ad* en *Pinus strobus* L. en Ohio, EE. UU.; y Romero *et al.* (2014) identifican las exposiciones en las que mejor se desarrollan *Pinus cembroides* Zucc. (sur y SW) y *Pinus johannis* M.-F. Robert-Passini (Norte y NE) en San Luis Potosí, México.

Los SCRM's propuestos para ambas especies, representan una opción confiable para estimar el crecimiento y proyectar el rendimiento al calibrar los valores de los parámetros aleatorios por cada condición, tal y como lo proponen con distintos métodos Vonesh y Chinchilli (1997), Meng y Huang (2009), y Sirkiä *et al.* (2014). Al utilizar los resultados de este trabajo, puede ejecutarse un manejo forestal diferenciado de acuerdo con la orientación topográfica del terreno, debido a que factores como la *Expos* que ocasiona variaciones micro climáticas que influyen en el crecimiento y rendimiento (Gerding *et al.*, 2006). De igual manera, el crecimiento y rendimiento por orientación

topográfica nos da la oportunidad de explicar la disminución de los incrementos o los problemas que se tienen en los rodales o plantaciones por efecto de la altitud, vientos, fenómenos meteorológicos adversos o la presencia plagas o enfermedades e incendios forestales (Cantero, 2020).

Finalmente, la actualización de los SCRM es esencial para el manejo adecuado de los recursos forestales (Santiago-García *et al.*, 2015), por lo cual, éstos son sujetos de revisión periódica. Además, la inclusión de este tipo de sistemas a un programa de simulación de crecimiento y rendimiento puede ampliar la aplicabilidad de las estructuras por variable, asumir escenarios de manejo diversos para una mejor gestión forestal de los recursos (Santiago-García *et al.*, 2013) o evaluar el efecto de prácticas silvícolas como los aclareos (González-Benecke *et al.*, 2012), todo ello al tomar en cuenta el potencial productivo de sitio o la densidad inicial de cada PFs (Tamarit-Urias *et al.*, 2019). De igual manera, la construcción de guías de densidad para estas especies contribuiría a validar o complementar los resultados del SCRM propuesto (Uranga-Valencia *et al.*, 2018).

5.7. CONCLUSIONES

El sistema explícito de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) propuesto para cada orientación para las plantaciones forestales (PFs) de *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP), Michoacán, México resultó estadísticamente robusto y puede ser utilizado de forma confiable en su forma general al usar los parámetros fijos estimados para cada componente del sistema.

El SCRM puede proyectar diferentes escenarios de incremento, crecimiento y rendimiento por orientación topográfica del terreno (*Expos*); escenarios que pueden ser utilizados en la planeación de un manejo forestal diferenciado para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México.

Las tasas de incrementos corriente anual y medio anual, así como los turnos técnicos estimados para las dos especies de *Pinus*, pueden utilizarse para planear actividades culturales como el control de malezas y podas, o prácticas silvícolas como aclareos y cortas finales en estas PFs.

CONCLUSIONES GENERALES

El análisis bibliográfico de la información técnico-científica publicada señala que el potencial que tiene el estado de Michoacán para el establecimiento de plantaciones forestales con diversas especies del género *Pinus* está desaprovechado, ya que cuenta con condiciones de crecimiento diversas, como altitud, exposición, pendiente, clima o suelo, óptimos para la producción maderable y no maderable en cada Región Forestal del estado.

Se carece de información silvícola cuantitativa para la planeación, establecimiento, manejo y proyección del aprovechamiento adecuada de las plantaciones forestales actualmente establecidas y en general, para expandir la frontera forestal en el estado a través de este tipo de cultivos. Además de que la mayoría de la información generada se ha realizado en la Región Forestal Meseta Purépecha, al dejar de lado el potencial productivo reportado para otras zonas templadas del estado.

En los distintos estudios e investigaciones en los que se utilizaron los modelos de efectos mixtos (MEM) de manera consistente, la inclusión de variables de clasificación o agrupación de la respuesta analizada mostró que los resultados de los análisis estadísticos mejoran, ya que en general se observa una mejora en la explicación de la variabilidad muestral de cada característica de interés forestal, una disminución en los valores de t en los parámetros resultantes, una reducción considerable en las desviaciones globales del modelo y la disminución de los sesgos por estimación en comparación con un ajuste tradicional por mínimos cuadrados ordinarios.

La inclusión de una estructura que modele la varianza dentro de la estructura de los MEM incrementa la robustez estadística de estos enfoques de análisis, y evita los problemas de heterocedasticidad implícitos en este tipo de estudios forestales.

Al analizar las relaciones alométricas del arbolado de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en plantaciones establecidas en la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro (CINSJP), Michoacán, pudo cuantificarse la influencia en la ordenada al origen del modelo lineal y en la máxima dimensión (asíntota: a_0) y velocidad

de crecimiento (a_1) del modelo de Chapman-Richards, de las condiciones específicas de altitud y topografía (variables aleatorias) en el desarrollo de los árboles.

Los resultados indicaron que se espera una respuesta diferenciada de crecimiento y rendimiento por condición ambiental y topográfica en cada lugar de establecimiento. De igual forma, amplía la aplicabilidad del modelado y disminuir el error de estimación de estas relaciones alométricas al incluir variables inherentes a la población o algunas características del sitio donde están establecidas las plantaciones dentro de las estructuras del modelo utilizado.

Se identificó que las diferencias entre los índices morfométricos (IM) y la relación proporcional del dosel en función del diámetro normal en las plantaciones forestales de estas dos especies, se definen principalmente por la altitud en la que fueron establecidas. Estos índices morfométricos son indicadores indirectos de la competencia intraespecífica de cada plantación, que puede ser utilizada para la planeación de actividades silvícolas en la gestión de las plantaciones.

Al incluir la edad de las plantaciones forestales de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* como variable explicativa, se mostró cuantitativamente que la interacción entre la altitud de cada plantación con la pendiente y la exposición son las características del sitio que influyen significativamente en el potencial productivo de estos cultivos. Esta interacción da como resultado curvas de crecimiento en altura dominante de tipo articuladas y desarticuladas, específicas para cada condición de crecimiento para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

El sistema explícito de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) propuesto para cada orientación topográfica y sitio para las plantaciones forestales de las especies analizadas, pueden proyectarse diferentes escenarios de crecimiento, incremento y rendimiento, los cuales pueden ser utilizados en la planeación del manejo y aprovechamiento forestal diferenciado para estos cultivos establecidos en la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro (CINSJP), Michoacán, México.

Si bien en esta investigación se trató de cuantificar algunas de las interacciones que tienen las plantaciones forestales de estas especies con su entorno ambiental y de

sitio, aún falta mucho para poder comprender la respuesta diferenciada de las variables de interés forestal a la relación suelo-planta-atmosfera, por lo que encontrar una explicación más detallada del incremento, crecimiento y rendimiento es un área de oportunidad importante para futuras investigaciones.

LITERATURA CITADA

- Aguirre-Salado, C. A., J. R. Valdez-Lazalde, G. Ángeles-Pérez, H. M. De los Santos-Posadas, y A. Aguirre-Salado. 2011. Mapeo del índice de área foliar y cobertura arbórea mediante fotografía hemisférica y datos spot 5 hrg: regresión y k-nn. *Agrociencia*, 45: 105-119.
- Álvarez T., M., A. Barrio, V. J. Gorgoso, y J. G. Álvarez. 2003. Influencia de la competencia en el crecimiento en sección de *Pinus radiata* D. Don. *Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales*, 12(2): 25-35.
- Anthelme, F., & O. Dangles. 2012. Plant-plant interactions in tropical alpine environments. *Perspectives in Plant Ecology Evolution and Systematics*, 14: 363-372. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ppees.2012.05.002>.
- Arias A., D. 2005. Morfometría del árbol en plantaciones forestales tropicales. *Kurú: Revista Forestal*, 2(5): 1-13.
- Avendaño H., D. M., M. Acosta M., F. Carrillo A., y J. D. Etchevers B. 2009. Estimación de biomasa y carbono en un bosque de *Abies religiosa*. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 32(3): 233-238.
- Ayma-Romay, A. I., G. Soto-Rojas, y P. Lovera. 2015. Efecto de la altitud y el micrositio sobre plántulas reforestadas de *Polylepis lanata* (Rosaceae) en el noroeste de Cochabamba, Bolivia: implicaciones para su restauración ecológica. *Ecología en Bolivia*, 50(1): 7-24.
- Báez-Hernández, A, Herrera-Meza G, Vázquez-Torres M, Aquino-Bolaños EN, Martínez AJ. 2016. Relaciones alométricas de 19 especies de árboles de la selva alta perennifolia. *Botanical Sciences* 94(2): 209-220. DOI: <https://doi.org/10.17129/botsci.252>.
- Barrio A., M., J. G. Álvarez G., y H. Díaz-Maroto. 2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia, basada en un modelo de volumen porcentual. *Investigación agraria. Sistemas y recursos forestales*, 13: 506–517.
- Barreto, M., H. F. Mothe, G. Nepveu, D. Álvarez-Lazo, I. García-Corona, y M. Guera. 2011. Curvas anamórficas de índice de sitio para plantaciones de *Pinus caribea* Morelet var. *caribea* Barret y Golfari de la empresa forestal integral MACURIJE (IFI) en la provincia de Pinar del Río, Cuba. *Revista Chapingo: Serie de Ciencias Forestales*, 17(2): 245-252. DOI: <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2010.06.035>.
- Baty, F., C. Ritz, S. Charles, M. Brutsche, J. P. Flandrois, & M. L. Delyette-Muller. 2015. A Toolbox for Nonlinear Regression in R: The Package nlstools. *Journal of Statistical Software*, 66(5): 1-21. DOI: <https://doi.org/10.18637/jss.v066.i05>.
- Bonilla, J. A. 1971. La influencia del suelo y el clima en el crecimiento de los árboles en las regiones templadas. *Instituto de Pesquisas e Estudos Florestais*, 2(3): 79-92.

- Bronisz, K., & L. Mehtätalo. 2020. Mixed-effects generalized height–diameter model for young silver birch stands on post-agricultural lands. *Forest Ecology and Management*, 460: 1-9. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2020.117901>.
- Brown, J. H. 2007. Growth and Site Index of White Pine in Relation to Soils and Topography in the Glaciated Areas of Ohio. *Northern Journal of Applied Forestry*, 24(2): 98-103. DOI: <https://doi.org/10.1093/njaf/24.2.98>.
- Bueno L., S. W., J. G. Torres H., y M. García. 2015. Factores edáficos-fisiográficos y calidad de sitio del *Pinus occidentalis* Sw. *Madera y Bosques*, 21(3): 83-93. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2015.213458>.
- Burkhardt, H. E., & M. Tomé. 2012. Modeling Forest Trees and Stands. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-90-481-3170-9_1
- Calama, R., & G. Montero. 2004. Interregional nonlinear height–diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 34(1): 150-163. DOI: <https://doi.org/10.1139/x03-199>.
- Cantero, A., A. 2020. Dendrometría aplicada al pino marítimo. Edita: Fundación Hazi Fundazioa-SIGCA-Hazi. Álava, España. 192 p.
- Cano P., A., y V. M. Cetina. 2004. Calidad de planta en vivero y prácticas que influyen en su producción. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias-Centro de Investigación Regional Noreste. Campo Experimental Saltillo. Folleto Técnico Núm. 12. Coahuila, México. 24 p.
- Castaño M., A., H. A. Chica, B. D. Obando, y N. M. Riaño. 2013. Arquitectura del dosel e interceptación de la radiación solar por tres especies forestales nativas en Colombia. *Cenicafé*, 64(1): 19-30.
- Castedo D., F., U. Diéguez A., A. M. Barrio, M. Sánchez R., & K. V. Gadow. 2006. A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, 229: 202-213. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2006.04.028>.
- Cayuela, L. 2018. Modelos lineales mixtos (LMM) y modelos lineales generalizados mixtos (GLMM) en R. Área de Biodiversidad y Conservación: Universidad Rey Juan Carlos. Madrid, España. 69 p.
- Chauchard L., M., R. Sbrancia, A. Rabino, P. M. González, y L. Maresca. 2001. Modelos de crecimiento diamétrico para *Nothofagus dombery*. *Bosque*, 22(2): 53-68. DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002003000300001>.
- Chávez-García, A. S., J. Hernández-Ramos, H. J. Muñoz-Flores, J. J. García- Magaña, M. Gómez-Cárdenas, y M. Gutiérrez-Contreras. 2022. Plasticidad fenotípica de progenies de árboles de *Pinus pseudostrobus* Lindl. superiores en producción de resina en vivero. *Madera y Bosques*, 28(1): 1-13. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2022.2812381>.

- Chiappa C., X., M. C. Galindo S., y S. A. Cervantes. 2009. *Introducción a los modelos matemáticos de crecimiento con aplicación en sistemas biológicos*. UNAM-UMDI-Sisal, Facultad de Ciencias Facultad de Estudios Superiores Zaragoza. CDMX, México. 148 p.
- Cisneros A., B., J. G. Moglia, & J. A. Álvarez. 2019. Morfometría de copa en *Prosopis alba* Griseb. *Ciencia Florestal*, 29(2): 863-884. DOI: <https://doi.org/10.5902/1980509826846>.
- Clutter, J. L. 1963. Compatible growth and yield models for loblolly pine. *Forest Science*, 9: 354-371.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2010. Prácticas de reforestación. Manual básico. CONAFOR. Zapopan, Jalisco, México. 64 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2011a. Manual para la identificación y establecimiento de Unidades Productoras de Germoplasma Forestal. CONAFOR-SEMARNAT, Zapopan, Jalisco, México. 61 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2011b. Evaluación de costos de establecimiento y mantenimiento de plantaciones forestales comerciales. CONAFOR, Zapopan, Jalisco, México. 71 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2014a. Situación Actual y Perspectivas de las Plantaciones Forestales Comerciales en México. CONAFOR. Zapopan, Jalisco, México. 448 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2014b. Manual Técnico para el Establecimiento de Ensayos de Procedencia/Progenie. CONAFOR. Zapopan, Jalisco, México. 156 p.
- CONAFOR. 2018. Programas específicos de intervención institucional: Programa de plantaciones forestales comerciales 2014-2018. Recuperado de <https://www.gob.mx/conafor/documentos/plantaciones-forestales-comerciales-27940>.
- CONAFOR. 2020. El sector forestal mexicano en cifras 2019. Bosques para el bienestar social y climático. Zapopan, Jalisco, México. 100 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2020. El sector forestal mexicano en cifras 2019. Bosques para el bienestar social y climático. Zapopan, Jalisco, México. 100 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2022. Áreas elegibles. Recuperado de https://idefor.cnf.gob.mx/mviewer/AE_2022.
- Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO). 2019. La biodiversidad en Michoacán: Estudio de estado 2, Vol. II. CONABIO. Cd. México, México. 223 p.

- Cornejo O., E. H., J. A. Pereyra-Goicochea, O. Mares-Arreola, S. Valencia-Manzo, y C. Flores-López. 2005. Índice de sitio para *Pinus montezumae* Lamb. en la región de CD. Hidalgo, Michoacán. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 28(3): 213-219.
- Corral-Rivas, S., J. G. Álvarez-González, F. Crecente-Campo, & J. J. Corral-Rivas. 2014. Local and generalized height-diameter models with random parameters for mixed, uneven-aged forests in Northwestern Durango, Mexico. *Forest Ecosystems*, 1(6): 1-9. DOI: <https://doi.org/10.1186/2197-5620-1-6>.
- Corral R., S., A. M. Silva A., y G. Quiñonez B. 2019. Modelo generalizado no-lineal altura-diámetro con efectos mixtos para siete especies de *Pinus* en Durango, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 10(53): 86-117. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i53.500>.
- Correa M., J. C., & J. C. Salazar U. 2016. *Introducción a los modelos mixtos*. Universidad Nacional de Colombia-Facultad de Ciencias. Medellín, Colombia. 257 p.
- Correia V., G., A. Ribeiro M., G. Fernandes S., S. S. Zanetti, M. Marques S., & A. Rosa S. 2018. Prognoses of diameter and height of trees of eucalyptus using artificial intelligence. *Science of the Total Environment*, 619–620(2018): 1473–1481. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2017.11.138>.
- Cosenza, D., A. A. Vieira S., A. E. Mazon de A., A. A. Lopes da S., R. Rode, V. Paulo S., & H. Garcia L. 2017. Site classification for eucalypt stands using artificial neural network based on environmental and management features. *CERNE*, 23(3): 310-320. DOI: <https://doi.org/10.1590/01047760201723032352>.
- Costa E., A., C. A. G. Finger, & F. D. Fleig. 2016. Influência da posição social nas relações morfométricas de *Araucaria angustifolia*. *Ciência Florestal*, 26(1): 225-234. DOI: <https://doi.org/10.5902/1980509821116>.
- Crecente C., F., M. Tomé, P. Soares, & U. Diéguez-Aranda. 2010. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, 259(5): 943–952. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2009.11.036>.
- Cruz C., F., R. Mendía S., A. A. Jiménez F., J. A. Nájera L., y F. Cruz G. 2016. Ecuaciones de volumen para *Arbutus spp.* (madroño) en la región de Pueblo Nuevo, Durango. *Investigación y Ciencia de la Universidad Autónoma de Aguascalientes*, 68(2): 41-47. DOI: <https://doi.org/10.33064/iycuaa2016681954>.
- Cunha T., A., & C. A. G. Finger. 2013. Competição assimétrica e o incremento diamétrico de árvores individuais de *Cedrela odorata* L. na Amazônia Ocidental. *Acta Amazonica*, 43(1): 9-18. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0044-59672013000100002>.
- Daniels R., F., H. E. Burkhart, & T. R. Clason. 1986. A comparison of competition measures for predicting growth of Loblolly-Pine trees. *Canadian Journal of Forest Research*, 16(6): 1230–1237. DOI: <https://doi.org/10.1139/x86-218>.

- Delgado C., C. E., A. Gómez-Guerrero, J. R. Valdez-Lazalde, H. M. De los Santos-Posadas, A. M. Fierros-González, & W. R. Horwath. 2009. Site index and soil properties in young plantations of *Eucalyptus grandis* and *E. urophylla* in Southeastern México. *Agrociencia*, 43: 61-72.
- Diéguez-Aranda, U., A. M. Barrio, F. Castedo-Dorado, y G. Álvarez. 2005. Relación altura-diámetro generalizada para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblación en el noroeste de España. *Investigación agraria. Sistemas y recursos forestales*, 14(2): 229-241.
- Díaz V., M. A., G. Rodríguez-Ortiz, J. C. Leyva López, y J. R. Enríquez V. 2018. Estimación del índice de sitio para *Pinus cooperi* en el Ejido el Brillante, Pueblo Nuevo, Durango. *Revista Mexicana de Agroecosistemas*, 5(1): 34-42.
- Domínguez D., M., F. Bravo, & F. Del Río. 2006. Modelos del tamaño de copa de *Pinus sylvestris* L. en bosques del centro de España. *INTERCIENCIA*, 31(3): 168-175.
- Ercanli, Í. 2015. Nonlinear mixed effect models for predicting relationships between total height and diameter of Oriental beech trees in Kestel, Turkey. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 21(2): 185-202. DOI: 10.5154/R.RCHSCFA.2015.02.006.
- Escobar-Alonso, S., y D. A. Rodríguez T. 2019. Estado del arte en la investigación sobre calidad de planta del género *Pinus* en México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 10(55): 4-38. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i55.558>.
- Fang, Z., E. Borders B., & L. Bailey R. 2000. Compatible volume-taper models for Loblolly and Slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science*, 46: 1-12. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/46.1.1>.
- Ferraco S., H., F. Castro N., J. R. Soares S., H. Burkhart, J. P. McTague, M. Regis R., R. Araújo L., S. Fonseca, & R. Cardoso S. 2016. Modeling dominant height growth of eucalyptus plantations with parameters conditioned to climatic variations. *Forest Ecology and Management*, 380: 182-195. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2016.09.001>.
- Ferraz F., A. C., B. Mola-Yudego, A. Ribeiro, R. S. Scolforo J., R. A. Loos, & H. F. Scolforo. 2018. Height-diameter models for *Eucalyptus* sp. plantations in Brazil. *CERNE*, 24(1): 9-17. DOI: 10.1590/01047760201824012466.
- Fierros-Mateo, R., H. M. De los Santos-Posadas, M. A. Fierros-González, y F. Cruz-Cobos. 2017. Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. *Agrociencia*, 51: 201-214.
- Fries, A., D. Lindgren, C. C. Ying, S. Ruotsalainen, K. Lindgren, B. Elfving, & U. Karlsmats. 2000. The effect of temperature on site index in western Canada and Scandinavia estimated from IUFRO *Pinus contorta* provenance experiments. *Canadian Journal of Forest Research*, 30: 921-929. DOI: <https://doi.org/10.1139/x00-029>.

- Galán F., J., J. Feregrino, L. A. Ruíz, L. Quintana, M. A. Mendoza, y R. A. Rosales. 2016. *Econometría aplicada utilizando R*. UNAM. Cd. De México, México. 446 p.
- Galecki, A., & T. Burzykowski. 2013. *Linear mixed-effects models using R*. Springer Science-Business Media, New York, EE. UU. 574 p.
- Galindo S., J. E., B. Vargas L., F. J. Hernández, & F. Cruz C. 2017. Compatible dominant height - site index model for mesquite (*Prosopis laevigata* Humb. et Bonpl. ex Willd) in the semi-desert region of Durango. *Revista Chapingo Serie Zonas Áridas*, 16(1): 31-42. DOI: 10.5154/r.rchsza.2015.10.16.
- García-Cuevas, X., J. Hernández-Ramos, J. J. García-Magaña, C. Aguilar-Toral, y A. Hernández-Ramos. 2013. Ecuaciones generalizadas de altura-diámetro para rodales de *Pinus montezumae* en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. In: Barrón-González, M. P., & Moreno-Limón, S. (eds.) Aporte científico ante el cambio climático y el desarrollo sostenible: Sociedad de cambio climático y desarrollo sostenible. Editorial Académica Española. Saarbrücken, Deutschland, Alemania. pp. 9-24.
- García-Cuevas, X., J. Hernández-Ramos, J. J. García-Magaña, A. Hernández-Ramos, V. Herrera-Ávila, A. González-Peralta, & E. J. Garfias-Mota. 2017. Predicción de diámetro normal, altura y volumen de *Abies religiosa* a partir del diámetro del tocón. *Madera y Bosques*, 23(3): 61-70. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2017.2331528>.
- García-Espinoza, G. G., J. J. García-Magaña, J. Hernández-Ramos, H. J. Muñoz-Flores, X. García-Cuevas, & A. Hernández-Ramos. 2016. Precisión de los coeficientes y cocientes de forma en la estimación del volumen de *Pinus montezumae* Lamb. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 7(35): 19-36. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v7i35.72>.
- García-Espinoza, G. G., O. A. Aguirre-Calderón, G. Quiñonez-Barraza, E. Alanís-Rodríguez, H. M. De Los Santos-Posadas, & J. J. García-Magaña. 2018. Taper and Volume Systems Based on Ratio Equations for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Mexico. *Forests*, 9: 1-14. DOI: <https://doi.org/10.3390/f9060344>.
- García-Espinoza, G. G., O. A. Aguirre-Calderón, B. Vargas-Larreta, L. Martínez-Ángel, J. J. García-Magaña, y J. Hernández-Ramos. 2019a. Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. *Agrociencia*, 53: 115-131.
- García-Espinoza, G. G., A. O. Aguirre-Calderón, G. Quiñonez-Barraza, E. Alanís-Rodríguez, M. A. González-Tagle, & J. J. García-Magaña. 2019b. Global- local and fixed-random parameters to model dominant height growth of *Pinus pseudostrobus* Lindley. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 25(1): 141-156. DOI: <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2018.06.047>.
- García M., J. J. 1996a. Coníferas promisorias para reforestaciones en la Sierra Purhépecha. Agenda Técnica. No. 2. Centro de Investigaciones Regionales Pacífico

- Centro- Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias- Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación. Uruapan, Mich. México. 79 p.
- García M, J. J. 1996b. Crecimiento de dos especies de pino establecidos sobre Andosoles cubiertos con arena volcánica. Folleto técnico No.1. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias-Centro de Investigación Regional Pacifico Centro. Uruapan del Progreso, Michoacán, México. 12 p.
- García M, J. J., y J. Mas P. 1994. Efecto del espaciamiento en plantaciones de *Pinus patula* y *P. leiophylla*. Folleto técnico No. 25. Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos -Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias- Centro de Investigación Regional Pacifico Centro. Uruapan del Progreso, Michoacán, México. 30 p.
- García M., J. J., y H. J. Muñoz F. 1993. Guía Técnica para el establecimiento y manejo de plantaciones en la Cuenca del Lago de Pátzcuaro. Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos - Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Centro de Investigación Regional Pacifico Centro. Guía Técnica No. 2. Morelia, Michoacán, México. 22 p.
- García M., J. J., H. J. Muñoz F., J. T. Sáenz R., y J. García S. 2006. Plantaciones forestales en la Sierra Purépecha de Michoacán. *Revista Ciencia Forestal en México*, 31(99): 7-25.
- García M., J. J., y R. Toledo B. 1989. Guía técnica para la aplicación de podas en plantaciones forestales. Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos - Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Uruapan del Progreso, Michoacán, México. 22 p.
- García M., J. J., y R. Toledo B. 1994. Ensayo de tres intensidades de poda en una plantación de *Pinus pseudostrobus* Lind. y *Pinus michoacana* Mtz. *Revista Ciencia Forestal*, 65(14): 53-76.
- Gerding, V., E. Geldres, y J.A. Moya. 2006. Diagnóstico del desarrollo de *Pinus massoniana* y *Pinus brutia* establecidos en el arboreto de la Universidad Austral de Chile, Valdivia. *Bosque*, 27(1): 57-63. DOI: <https://doi.org/10.4067/s0717-92002006000100007>.
- Gobierno del estado de Michoacán. 2017. Tomo I: Programa de desarrollo forestal sustentable del estado de Michoacán 2030. Gobierno del estado de Michoacán- Comisión Forestal del estado de Michoacán. Morelia, Michoacán, México. 145 p.
- Gobierno del estado de Michoacán. 2019. Programa de desarrollo sustentable de los recursos forestales y de suelos 2017-2022. Periódico Oficial CLVII (33): 1-32.
- Gómez-García, E., T. F. Fonseca, F. Crecente-Campo, L. R. Almeida, U. Diéguez-Aranda, S. Huang, & C. P. Marques. 2015. Height-diameter models for maritime pine in Portugal: a comparison of basic, generalized and mixed-effects models.

- iForest*, 9(1): 72–78. DOI: <https://doi.org/10.3832/ifor1520-008>.
- González-Benecke, C. A., S. A. Gezan, D. J. Leduc, T. A. Martin, W. P. Cropper, & L. J. Samuelson. 2012. Modeling survival, yield, volume partitioning and their response to thinning for longleaf pine plantations. *Forests*, 3: 1104-1132. DOI: <https://doi.org/10.3390/f3041104>.
- González C., E., E. Gasca M., y P. Heredia D. 2014. Cultura organizacional del sistema empresarial de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro: un manejo sustentable forestal. *Revista Mexicana de Agronegocios*, 35(2): 1023-1034.
- González M., M., F. Cruz Cobos, G. Quiñonez Barraza, B. Vargas Larreta, & J. A. Nájera Luna. 2016. Modelo de crecimiento en altura dominante para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el estado de Guerrero. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 7(37): 7-20. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v7i37.48>.
- Guariguata M., R. 2009. El manejo forestal en el contexto de la adaptación al cambio climático. *Revista de Estudios Sociales*, 32: 98-112.
- Guerra-De la Cruz, V., F. Islas-Gutiérrez, E. Flores-Ayala, M. Acosta-Mireles, E. Buendía-Rodríguez, F. Carrillo-Anzures, J. C. Tamarit-Urías, y T. Pineda-Ojeda. 2019. Modelos locales altura-diámetro para *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. en Nanacamilpa, Tlaxcala. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 10(51): 133-156. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i51.407>.
- Guerra-De la Cruz, V., F. Islas-Gutiérrez, E. Flores-Ayala, M. Acosta-Mireles, E. Buendía-Rodríguez, F. Carrillo-Anzures, J. C. Tamarit-Urías, y T. Pineda-Ojeda. 2019. Modelos locales altura-diámetro para *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. en Nanacamilpa, Tlaxcala. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 10(51): 133-156. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i51.407>.
- Guevara-Bonilla, M., y O. Murillo-Gamboa. 2021. Productividad, costos y calidad de ejecución del primer raleo en plantaciones de *Acacia mangium* Willd en la zona norte de Costa Rica. *Revista Forestal Mesoamericana Kurú*, 18 (42): 55-61. DOI: <http://dx.doi.org/10.18845/rfmk.v16i42.5539>.
- Gutiérrez S., J. L., & G. F. Sánchez. 2017. *Matemática del crecimiento orgánico: De la alométrica al crecimiento estacional*. Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). CDMX, México. 355 p
- Haire, S. L., M. L. Villarreal, C. Cortés-Montaño, A. D. Flesch, J. M. Iniguez, J. R. Romo-Leon, & J. S. Sanderlin. 2022. Climate refugia for *Pinus* spp. in topographic and bioclimatic environments of the Madrean sky islands of México and the United States. *Plant Ecology*, 223: 577–598. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11258-022-01233-w>.
- Hall, D. B., & J. L. Clutter. 2004. Multivariate multilevel nonlinear mixed effects models for timber yield predictions. *Biometrics*, 60(1): 16-24.

- Hamel B., T., N. Bélanger, & D. Paré. 2004. Productivity of black spruce and Jack pine stands in Quebec as related to climate, site biological features and soil properties. *Forest Ecology and Management*, 191: 239-251. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2003.12.004>.
- Hernández-Cueva, M., W. Santiago-García, H. M. De los Santos-Posadas, P. Martínez-Antúnez, y F. Ruiz-Aquino. 2018. Modelos de crecimiento en altura dominante e índices de sitio para *Pinus ayacahuite* Ehren. *Agrociencia*, 52: 437-453.
- Hernández R., J., X. García C., A. Hernández R., J. J. García M., H. J. Muñoz F., C. Flores L., G. G. y García E. 2015. Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado de Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 6(31): 8-21. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v6i31.192>.
- Hernández R., J., J. J. García M., X. García C., G. G. García E., A. Hernández R., H. J. Muñoz F., y M. Martínez S. 2018. Ecuaciones generalizadas altura-diámetro para bosques de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Michoacán, México. *Madera y Bosques*, 24(2): e242494. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2018.242494>.
- Hernández R., J., A. Avilés C., J. J. García M., A. Hernández R., X. García C. & C. Flores L. 2020. Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para *Pinus patula* Schl. et Cham. en Veracruz, México. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios*, 7(3): e2457.
- Hernández R., J., J. V. Reyes H., A. M. Fierros G., H. M. De los Santos P., E. Buendía R. y G. Quiñonez B. 2022-En revisión. Índice de sitio para plantaciones de *Pinus pseudostrobus* Lindl. y *Pinus montezumae* Lamb. en Michoacán, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* (En revisión).
- Hernández R., J., X. García C., J. J. García M., H. J. Muñoz F., J. C. Velarde R., y E. H. Olvera D. 2016. Factores de proporción y ecuaciones de diámetro normal a partir del tocón para *Pinus greggii* Engelm. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 7(35): 7-18. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v7i35.71>.
- Hess A., F., T. Loiola, S. Arruda, y B. Nascimento. 2016. Morfometría de la copa de *Araucaria angustifolia* en sitios naturales en el sur de Brasil. *Bosque*, 37(3): 603-611. DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002016000300017>.
- Hirigoyen, A., J. Franco, y U. Diéguez. 2018. Modelo dinámico de rodal para *Eucalyptus globulus* (L.) en Uruguay. *Agrociencia Uruguay*, 22(1): 63-80.
- Infante G., S. y G. P. Zárate L. 2012. Métodos estadísticos: un enfoque interdisciplinario. 3ª. ed. Ed. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Edo. de Méx., México. 624 p.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). 2009. *Prontuario de información geográfica municipal de los Estados Unidos Mexicanos. Nuevo Parangaricutiro, Michoacán Clave geoestadística 16058*. Recuperado de http://www3.inegi.org.mx/contenidos/app/mexicocifras/datos_geograficos/16/16058.pdf .

- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). 2017. *Anuario estadístico y geográfico de Michoacán 2017*. INEGI. Aguascalientes, México. 723 p.
- Imaña, J., y O. Encinas. 2008.- *Epidometría Forestal*. Universidad de Brasilia, Departamento de Engenharia Florestal. Universidad de los Andes, Facultad de Ciencias Forestales. Brasilia, Mérida, Brasil. 66 p.
- Ipinza C., R., y S. Barros A. 2011. *El cambio climático: Los bosques y la silvicultura*. Instituto Forestal. Instituto Forestal-Chile. Santiago, Chile. 139 p.
- Jokela, E. J., E. H. White, & J. V. Berglund. 1988. Predicting Norway Spruce Growth From Soil and Topographic Properties in New York. *Soil Science Society of America Journal*, 52: 809-815. DOI: <https://doi.org/10.2136/sssaj1988.03615995005200030038x>.
- Kiviste, A., J. G. Álvarez G., A. A. Rojo, y A. D. Ruiz G. 2002. *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimenticia. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Madrid, España. 190 p.
- Körner, C., & J. Paulsen. 2004. World-wide study of high-altitude treeline temperatures. *Journal of Biogeography*, 31(5): 713-732. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1365-2699.2003.01043.x>.
- Kozak, A., & H. G. Smith J. 1993. Standards for evaluating taper estimating systems. *The Forestry Chronicle*, 69(4): 438-444.
- Kraft, G. 1884. *Beiträge zur lehre von den durchforstungen, schlagstellungen und lichtungshieben*. Verlag Keindworth. Hannover, Alemania. 147 p.
- Lang A., C., W. Härdtle, H. Bruelheide, C. Geibler, K. Nadrowski, A. Schuldt, M. Yu, & G. Oheimb. 2010. Tree morphology responds to neighbourhood competition and slope in species-rich forests of subtropical China. *Forest Ecology and Management*, 260: 1708-1715. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2010.08.015>.
- Lencinas, J., D., y D. Mohr-Bell. 2007. Estimación de clases de edad de las plantaciones de la provincia de Corrientes, Argentina, con base en datos satelitales Landsat. *Bosque*, 28: 106-118. DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002007000200003>.
- Li, S., S. Lu, Y. Zhang, Y. Liu, Y. Gao, & Y. Ao. 2015. The change of global terrestrial ecosystem net primary productivity (NPP) and its response to climate change in CMIP5. *Theoretical and Applied Climatology*, 121: 319-335. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00704-014-1242-8>.
- Liu, M., Z. Feng, Z. Zhang, C. Ma, M. Wang, B. Lian, R. Sun, & L. Zhang. 2017. Development and evaluation of height diameter at breast models for native Chinese Metasequoia. *PLoS ONE*, 12(8): e0182170. DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0182170>.
- Littell R., C., G. A. Milliken, W. W. Stroup, D. D. Wolfinger, & O. Schabenberger. 2006. SAS for mixed models. 2nd ed. SAS Institute. Cary, NC. EE. UU., 814 p.

- López G., G., y M. C. C. Nieto. 2019. Características estructurales de un bosque de pino en Tlalnepantla, Morelos. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 10(51): 23-52. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i51.187>.
- Lynch T., B., D. Zhao, W. Harges, y P. McTague J. 2017. Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. *Canadian Journal of Forest Research*, 47(10): 1424-1431. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-2017-0108>.
- Maindonald J., H. 2008. *Using R for Data Analysis and Graphics: Introduction, Code and Commentary*. Centre for Mathematics and Its Applications-Australian National University. Canberra, Australia. 88 p.
- Martínez Z., P., M. Domínguez D., A. Juárez G., L. M. López L., V. De la Cruz A., y J. Álvarez M. 2015. Índice de sitio y producción maderable en plantaciones forestales de Gmelina arborea en Tabasco, México. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 38(4) 415-425.
- Martínez G., M. A., A. Sánchez V., y F. Faulin F. 2006. Bioestadística amigable. 2º Edición. Editorial Díaz de Santos. Barcelona, España. 919 p.
- Martínez G., M. A., A. Sánchez V., E. A. Toledo A., y J. Faulin F. 2014. Bioestadística amigable. 3ª Edición. Elsevier España, S. L. Barcelona, España. 596 p.
- Mas P., J. 1990. El sistema silvícola de selección (SISISE) para bosques de coníferas de la Región Central de México. Publicación Especial. No. 1. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias-Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos. Uruapan, Mich. México. 62p.
- Mas J., F., R. Lemoine-Rodríguez, R. González, J. López-Sánchez, A. Piña- Garduño, y E. Herrera-Flores. 2017. Evaluación de las tasas de deforestación en Michoacán a escala detallada mediante un método híbrido de clasificación de imágenes SPOT. *Madera y Bosques*, 23(2), 119-131. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2017.2321472>.
- Mayer, D. G., & D. G. Butler. 1993. Statistical validation. *Ecological Modelling*, 68 (1993): 21-32.
- McIntosh A., C. S., A. N. Gray, & S. L. Garman. 2012. Estimating canopy cover from standard forest inventory Measurements in Western Oregon. *Forest Science*, 58(2): 154-167. DOI: <https://doi.org/10.5849/forsci.09-127>.
- Mehtätalo, L. 2005. Height-diameter models for Scots pine and birch in Finland. *Silva Fenn.* 39: 55–66.
- Mehtätalo, L., S. de-Miguel, & T. G. Gregoire. 2015. Modeling height-diameter curves for prediction. *Canadian Journal of Forest Research*, 45: 826-837. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-2015-0054>.
- Mehtätalo, L., & J. Lappi. 2020. *Biometry for Forestry and Environmental Data with*

Examples in R. Taylor & Francis Group, LLC. 411 p.

- Meng S., X., and S. Huang. 2009. Improved calibration of nonlinear mixed-effects models demonstrated on a height growth function. *Forest Science*, 55(3):238–247. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/55.3.238>.
- Misir, N. 2010. Generalized height-diameter models for *Populus tremula* L. stands. *African Journal of Biotechnology*, 9(28): 4348-4355.
- Moreno F., D., J., G. Álvarez A., R. Rodríguez S., I. Cañellas, F. Montes, y C. Pérez C. 2018. Mapas nacionales de calidad de estación para *Pinus sylvestris*, *Pinus nigra*, *Pinus pinaster*, *Fagus sylvatica* y *Quercus pirenaica*. *RevForesta*, 71: 50-57.
- Munka, C., F. Pezzani, y M. Caffera. 2013. Efecto del manejo silvicultural sobre el área foliar y la evapotranspiración en *Pinus taeda* en el noreste de Uruguay. *Agrociencia Uruguay*, 17(2): 55-63.
- Muñoz F., H. J., y J. J. García M. 2002. *Pinus greggii* Engelm. una especie con potencial para el establecimiento de plantaciones forestales en el estado de Michoacán. Ensayo Científico. Año 8. Vol. 16. Facultad de Agrobiología. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Uruapan, Mich. México.p. 46-56.
- Muñoz F., H. J., J. T. Sáenz R., V. M. Coria A., J. J. García M., J. Hernández R., y G. E. Manzanilla Q. 2015a. Calidad de planta en el vivero forestal La Dieta, Municipio Zitácuaro, Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 6(27): 72-89. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v6i27.282>.
- Muñoz F., H. J., J. T. Sáenz R., J. J. García M., V. M. Coria A., y Y. Muñoz V. 2015b. Áreas potenciales para establecer plantaciones comerciales de pino en la Sierra Purhépecha, Michoacán. *Foresta Veracruzana*, 17(2): 35-42.
- Muñoz F., H. J., J. T. Sáenz R., J. J. García M., E. Hernández M., y J. Anguiano C. 2011. Áreas potenciales para establecer plantaciones forestales comerciales de *Pinus pseudostrobus* Lindl. y *Pinus greggii* Engelm. en Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 2(5): 29-44. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v2i5.585>.
- Muñoz F., H. J., G. Orozco G., V. M. Coria A., y J. J. García M. 2010. Factores ambientales de *Pinus patula* Schl. et Cham. y su adaptación a las condiciones de la sierra purhépecha, Michoacán. *Foresta Veracruzana*, 12(2): 27-33.
- Muñoz-Flores, H. J., J. T. Sáenz-Reyes, R. Barrera-Ramírez, J. Hernández-Ramos, J. J. García-Magaña, & D. Castillo-Quiroz. 2019. Planting dates and their influence on the development of *Pinus pseudostrobus* Lindl., in Michoacán, Mexico. *Revista Bio Ciencias*, 6: 1-16. DOI: <https://doi.org/10.15741/revbio.06.e524>.
- Murillo B., Y., M. Domínguez-Domínguez, P. Martínez-Zurimendi, L. C. Lagunes-Espinoza, & A. Aldrete. 2017. Índice de sitio en plantaciones de *Cedrela odorata* en el trópico húmedo de México. *Revista de la Facultad de Ciencias Agrarias – UNCUYO*, 49(1): 15-31.

- Nájera-Luna, J. A., y E. Hernández-Hernández. 2008. Relaciones morfométricas de un bosque coetáneo de la región de el Salto, Durango. *Ra Ximhai*, 4(1): 69-81.
- Pacheco A., P., W. Santiago J., D. Martínez S., y R. Ortiz B. 2016. Análisis del crecimiento e incremento y estimación de índice de sitio para *Pinus montezumae* Lamb. en Santiago Textitlán, Sola de Vega, Oaxaca. *Revista Veracruzana*, 18(2): 21-28.
- Parra-Piedra, J. P., H. M. De los Santos-Posadas, A. M. Fierros-González, J. R. Valdez-Lazalde, y J. L. Romo-Lozano. 2017. Proyección explícita e implícita del rendimiento maderable de plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* Schiede ex Schldl. et Cham. *Agrociencia*, 51: 455-470.
- Pérez R., A., y J. C. Correa. 2008. Intervalos de confianza vía verosimilitud relativa de los parámetros de la distribución Birnbaum-Saunders. *Revista Colombiana de Estadística*, 31(1): 85-94.
- Picard N., L. Saint-André, y M. Henry. 2012. *Manual de construcción de ecuaciones alométricas para estimar el volumen y la biomasa de los árboles: del trabajo de campo a la predicción*. Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura-Centre de Coopération Internationale en Recherche Agronomique pour le Développement. Roma, Italia. 223 p.
- Pienaar, L. V., & B. D. Shiver. 1981. Survival functions for site-prepared slash pine plantations in the flatwoods of Georgia and northern Florida. *South Journal Applied Forestry*, 5: 59-62. DOI: <https://doi.org/10.1093/sjaf/5.2.59>.
- Pinheiro J., C., & D. M. Bates. 1998. *Model building for nonlinear mixed effects model*. Department of Biostatistics and Department of Statistics-University of Wisconsin. Madison WI, EE UU. 9 p.
- Pinheiro, J., & D. Bates. 2000. *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. Statistics and computing. Springer-Verlag. New York, NY USA. 528 p.
- Pinheiro, J. C. 2022. Linear and Nonlinear Mixed Effects Models. Package 'nlme': Version 3.1-159. <https://cran.r-project.org/web/packages/nlme/nlme.pdf>
- PNUD. 2012. Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro: México. New York, EE. UU. PNUD. 11 p.
- Prado D., J. A. 2019. Plantaciones forestales más allá de los árboles. CORMA sustentable. Santiago, Chile. 168 p.
- Prodan, M., R. Peters, F. Cox, & P. Real. 1997. *Mensura Forestal*. Serie Investigación y Educación de Desarrollo Sostenible. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA)/BMZ/GTZ sobre agricultura, recursos naturales y desarrollo sostenible. San José, Costa Rica. 586 p.
- Quevedo R., A. M., M. Jerez y A. Y. Moret. 2004. Selección de modelos para predecir distribuciones diamétricas en plantaciones de teca a partir de variables del rodal con la función de Weibull. *Revista Forestal Venezolana* 48: 68-74.

- Quiñonez-Barraza, G., G. G. García-Espinoza, y O. A. Aguirre-Calderón. 2018. ¿Cómo corregir la heterocedasticidad y autocorrelación de residuales en modelos de ahusamiento y crecimiento en altura?. *Revista Mexicana De Ciencias Forestales*, 9 (49): 1-30. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i49.151>.
- Quiñonez B., G., F. Cruz C., B. Vargas L., y F. J. Hernández. 2012. Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 3(9): 23-39. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v3i9.535>.
- R Core Team. 2016. *R: A language and environmental for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing. Recuperado de <http://www.R-project.org/>
- R Core Team. 2021. *R: A language and environmental for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing. Recuperado de <http://www.R-project.org/>
- Reyes, F., A. Lillo, N. Ojeda, M. Reyes, y M. Alvear. 2011. Efecto de la exposición y la toposecuencia sobre actividades biológicas del suelo en bosque relicto del centro-sur de Chile. *Bosque*, 32(3): 255-265. DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002011000300007>.
- Rivas, G., S. 1959. Investigaciones sobre las relaciones entre la exposición, relieve, microclima y vegetación en el Fallätsche, cerca de Zurich. *Anales del Instituto Botánico A. J. Cavanilles*, 11(2): 531-546.
- Robinson, A. 2010. *icebreakR*. Recuperado de <http://www2.uaem.mx/r-mirror/doc/contrib/Robinson-icebreaker.pdf>
- Robinson, A. 2016. *icebreakR*. Recuperado de <https://cran.r-project.org/doc/contrib/Robinson-icebreaker.pdf>
- Rodríguez L., R., S. Valencia, J. Meza, M. A. Capó, y A. Reynoso. 2008. Crecimiento y características de la copa de procedencias de *Pinus gregii* Engelm. En Galeana, Nuevo León. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 31(1): 19-26.
- Romero, A., M. Luna, y E. García. 2014. Factores físicos que influyen en las relaciones florísticas de los piñonares (Pinaceae) de San Luis Potosí, México. *International Journal of Tropical Biology and Conservation*. 62(2): 795-808.
- Sabatia C., O., & H. E. Burkhart. 2014. Predicting site index of plantation loblolly pine from biophysical variables. *Forest Ecology and Management*, 326: 142–156. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2014.04.019>.
- Sáenz R., J. T., H. J. Muñoz F., C. M. A. Pérez D., A. Rueda S., y J. Hernández R. 2014. Calidad de planta de tres especies de pino en el vivero “Morelia”, estado de Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(26): 98- 111. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v5i26.293>.
- Sáenz R., J. T., H. J. Muñoz F., y A. Rueda S. 2012. Monografías de especies forestales para plantaciones comerciales en clima templado de Michoacán. Libro Técnico

- Núm. 14. Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación -Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias- Centro de Investigación Regional PacificoCentro -Campo Experimental Uruapan. Uruapan, Michoacán, México. 213 p.
- Sáenz R., J. T., H. J. Muñoz F., y A. Rueda S. 2011a. Especies Promisorias de Clima Templado para Plantaciones Forestales Comerciales en Michoacán. Libro Técnico Núm. 10. Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación - Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias- Centro de Investigación Regional PacificoCentro -Campo Experimental Uruapan. Comisión Forestal del estado de Michoacán. Uruapan, Michoacán, México. 213 p.
- Sáenz R., J. T., H. J. Muñoz F., A. Rueda S., F. J. Villaseñor R., y J. Anguiano C. 2011b. Regionalización de Áreas Potenciales para Plantaciones Forestales Comerciales en Michoacán. Libro Técnico Núm. 12. Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación - Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias- Centro de Investigación Regional Pacifico Centro -Campo Experimental Uruapan. Uruapan, Michoacán, México. 254 p.
- Sáenz R., J. T., F. J. Villaseñor R., H. J. Muñoz F., A. Rueda S., y J. A. Prieto R. 2010. Calidad de planta en viveros forestales de clima templado en Michoacán. Folleto Técnico Núm. 17. Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación - Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias- Centro de Investigación Regional PacificoCentro -Campo Experimental Uruapan. Uruapan, Michoacán, México. 48 p.
- Sáenz R., J. T., F. J. Villaseñor R., H. J. Muñoz F., A. Rueda S., y J. A. Prieto R. 2013. Evaluación de plantaciones de restauración en tres municipios del estado de Michoacán. Folleto Técnico Núm. 32. SAGARPA- Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias-CIRPAC.Campo Experimental Uruapan. Uruapan, Michoacán, México. 24 p.
- Sáenz R., J. T., D. Castillo-Quiroz, D. Y. Avila-Flores, F. Castillo R., H. J. Muñoz- Flores, y A. Rueda-Sánchez. 2019. Potential areas for silvopastoral systems with pino lacio (*Pinus devoniana* Lind.) and introduced grasses (*Eragrostis curvula* (Schrad.) Nees or *Chloris gayana* Kunth) in Michoacan, Mexico. *Revista Bio Ciencias*, 6, e494. DOI: <https://doi.org/10.15741/revbio.06.e494>.
- Sakici O., E., N. Misira, H. Yavuz, & M. Misira. 2008. Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *Bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 23(6): 522-533. DOI: <https://doi.org/10.1080/02827580802552453>.
- Salas, C., T. G. Gregoire, D. J. Craven, y H. Gilabert. 2016. Modelación del crecimiento de bosques: estado del arte. *Bosque*, 37(1): 3-12. DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002016000100001>.
- Sánchez-González, M., I. Cañellas, & G. Montero. 2007. Generalized height-diameter and crown diameter prediction models for cork oak forests in Spain. *Investigación*

- Agraria: Sistemas y Recursos Forestales*, 16(1): 76-88. DOI: <https://doi.org/10.5424/srf/2007161-00999>.
- Santana S., J. S., & E. Mateos F. 2014. *El arte de programa en R: un lenguaje para la estadística*. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua-UNESCO-Comité Nacional Mexicano del Programa Hidrológico Internacional. Morelos, México. 193 p.
- Santiago-García, W., E. Pérez-López, G. Quiñonez-Barraza, G. Rodríguez-Ortiz, E. Santiago-García, F. Ruiz-Aquino, & J. C. Tamarit-Urias. 2017. A dynamic system of growth and yield equations for *Pinus patula*. *Forests*, 8(12): 465. DOI: <https://doi.org/10.3390/f8120465>.
- Santiago-García, W., H. M. De los Santos-Posadas, G. Ángeles-Pérez, J. R. Valdez-Lazalde, J. J. Corral-Rivas, G. Rodríguez-Ortiz, y E. Santiago-García. 2015. Modelos de crecimiento y rendimiento de totalidad del rodal para *Pinus patula*. *Madera y Bosques*, 21(3): 95-110. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2015.213459>.
- Santiago-García, W., H. M. de los Santos-Posadas, G. Ángeles-Pérez, J. R. Valdez-Lazalde, y G. Ramírez-Valverde. 2013. Sistema compatible de crecimiento y rendimiento para rodales coetáneos de *Pinus patula*. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 36(2): 163-172.
- Santiago-García, W., A. H. Jacinto-Salinas, G. Rodríguez-Ortiz, A. Nava-Nava, E. Santiago-García, G. Ángeles-Pérez, & J. R. Enríquez-del Valle. 2020. Generalized height-diameter models for five pine species at Southern Mexico. *Forest Science and Technology*, 16(2): 49-55.
- Sanquetta C., R., A. Behling, A. P. Corte, A. C. Fernández, S. M. Beckert, & A. A. Simon. 2014. Equações para estimativa do diâmetro de copa para Acácia-negra. *Floresta e Ambiente*, 21(2): 192-205. DOI: <http://dx.doi.org/10.4322/floram.2014.018>.
- SAS Institute Inc. 2006. SAS for mixed models. 2nd ed. SAS Institute. Cary, NC. EE. UU., 814 p.
- SAS Institute Inc. 2014. *13.2 User's Guide*. SAS Institute Inc. Cary, NC, USA. 402 p.
- Schomaker, M., S. Zanoach, & K. Stolte. 1999. Tree crown condition indicator. Forest Service. Forest Health Monitoring Fact Sheet. USDA. Asheville, NC, EE. UU. 4 p
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT). 2021. Anuario estadístico de la producción forestal 2018. SEMARNAT. CdMx, México. 297p.
- SEMARNAT-CONAFOR. 2010. Prácticas de reforestación. SEMARNAT- CONAFOR. Zapopan, Jalisco, México. 63 p.
- SEGOB (Secretaría de Gobernación). 2020. Programa Nacional Forestal 2020-2024. Diario Oficial de la Federación. CdMX. https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5609275&fecha=31/12/2020#gs.tab=0. Fecha de consulta 11 de octubre de 2022.

- Scaranello M., A. S., L. F. Alves, S. A. Vieira, P. B. Camargo, C. A. Joly y L. A. Martinelli. 2012. Relaciones altura-diámetro de los árboles del bosque húmedo tropical del Atlántico en el sureste de Brasil. *Scientia Agrícola*, 69(1): 26-37.
- Scolforo, H. F., F. Castro N., J. R. Soares S., H. Burkhart, J. P. McTague, M. Regis R., R. Araújo L., S. Fonseca, & R. Cardoso S. 2016. Modeling dominant height growth of eucalyptus plantations with parameters conditioned to climatic variations. *Forest Ecology and Management*, 380: 182–195. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2016.09.001>.
- Scolforo, J., R. S., R. Maestri, A. C. Ferraz F., J. M. de Mello, A. Donizette O., & A. Leandra A. 2013. Dominant height model for site classification of *Eucalyptus grandis* incorporating climatic variables. *International Journal of Forestry Research*, 2013: 1-7. DOI: <https://doi.org/10.1155/2013/139236>.
- Scolforo, H. F., J. R. Soares S., J. L. Stape, J. P. McTague, H. Burkhart, J. McCarter, F. Castro N., R. A. Loos, & R. Cardoso S. 2017. Incorporating rainfall data to better plan eucalyptus clones deployment in eastern Brazil. *Forest Ecology and Management*, 391: 145-153. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2017.02.025>.
- Senilliani M., G., C. Bruno, & M. Brassiolo. 2019. Site index for *Prosopis alba* plantations in the semi-arid chaco through mixed models. *CERNE*, 25(2): 195-202. DOI: <https://doi.org/10.1590/01047760201925022622>.
- Sharma, M., N. Subedi, M. Ter-Mikaelian and J. Parton. 2015. Modeling climatic effects on stand height/site index of Plantation-Grown Jack Pine and Black Spruce trees. *Forest Science*, 61(1): 25-34. DOI: <https://doi.org/10.5849/forsci.13-190>.
- Sharma R., P., A. Brunner, & T. Eid. 2012. Site index prediction from site and climate variables for Norway spruce and Scots pine in Norway. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 27: 619-636. DOI: <https://doi.org/10.1080/02827581.2012.685749>.
- Sharma, M., & J. Parton. 2007. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management*, 249(3): 187–198. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.05.006>.
- Sharma, R. P., Z. Vacek, & S. Vacek. 2016. Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic. *Journal of Forest Science* 62(10):470-484. DOI: 10.17221/41/2016-JFS.
- Sirkiä, S., J. Heinonen, J. Miina, and K. Eerikäinen. 2014. Subject-Specific Prediction Using a Nonlinear Mixed Model: Consequences of Different. *Forest Science*, 61(2): 205–212. DOI: <https://doi.org/10.5849/forsci.13-142>.
- Skovsgaard, J. & J. Vanclay. 2008. Forest site productivity: a review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. *Forestry*, 81(1): 13-31. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestry/cpm041>.

- Snowdon, P., R. C. Woollons, & M. L. Benson. 1998. Incorporation of climatic indices into models of growth of *Pinus radiata* in a spacing experiment. *New Forests*, 16(2): 101-123. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1006524609459>.
- Smith W., K., M. J. Germino, D. M. Johnson, & K. Reinhardt. 2009. The altitude of alpine treeline: A bellwether of climate change effects. *Botanic Review*, 75: 163-190. DOI: <https://doi.org/10.0007/s12229-009-9030-3>.
- Spurr, S. H., y B. V. Barnes. 1982. Ecología Forestal. Trad. C. L. Raigorodsky Z. 1° Ed. A. G. T. Editor. México, D. F. 690 p.
- Tamarit, U. J. C., H. M. De los Santos P., A. Aldrete., J. R. Valdez L., H. Ramírez M., y V. Guerra de la C. 2013. Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia*, 48: 225-238.
- Tamarit-Urias, J. C., H. M. De los Santos-Posadas, A. Aldrete, J. R. Valdez-Lazalde, H. Ramírez-Maldonado, y V. Guerra-De la Cruz. 2019. Sistema de crecimiento y rendimiento maderable para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L. f.) en Campeche, México. *Madera y Bosques*, 25(3): e2531908. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2019.2531908>.
- Tamarit U., J. C., H. M. De los Santos P., A. Aldrete, J. R. Valdez L., H. Ramírez M., y V. Guerra C. 2014. Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(21): 58-74. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v5i21.358>.
- Tausch R., J. 2015. A structurally based analytic model of growth and biomass dynamics in single species stands of conifers. *Natural Resource Modeling*, 28(3): 289-320. DOI: <https://doi.org/10.1111/nrm.12069>.
- Torres R., J. M., y S. Magaña O. 2001. Evaluación de Plantaciones Forestales. Limusa Noriega Editores. México, D. F. 472 p.
- Uranga-Valencia, L. P., H. M. De los Santos-Posadas, J. R. Valdez L., y G. Quiñonez B. 2018. Sistema de crecimiento explícito para plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* schiede ex schlfl. Et cham. *Revista Biológico Agropecuaria Tuxpan*, 6(2): 97-106.
- Vanclay, J. K. 1994. Modelling forest growth and yield: Applications to mixed tropical forests. Wallingford, England. CAB International. 312 p.
- Vargas-Larreta, B., F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez-González, M. Barrio-Anta, & F. Cruz-Cobos. 2009. A generalized height-diameter model with random coefficients for uneven-aged stands in El Salto. Durango (Mexico). *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 82(4): 445-462. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestry/cpp016>.
- Viveros-Viveros, H., C. Sáenz-Romero, J. Vargas-Hernández, y J. López-Upton. 2006.

- Variación entre procedencias de *Pinus pseudostrobus* establecidas en dos sitios en Michoacán, México. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 29(2): 121- 126.
- Vonesh, E. F., and V. M. Chinchilli. 1997. Linear and Nonlinear Models for the Analysis of Repeated Measurements. Marcel Dekker Inc., New York, NY, USA. 560 p.
- Vonesh, E. F., and V. M. Chinchilli. 1997. Linear and Nonlinear Models for the Analysis of Repeated Measurements. Marcel Dekker Inc., New York, NY, USA. 560 p.
- Walters D., K., T. G. Gregoire, & H. E. Burkhart. 1989. Consistent estimation of site index curves fitted to temporary plot data. *Biometrics*, 45(1): 23-33.
- Wang, M. & S. Tang. 2002. Research on universal height-diameter curves. Reality, models and parameter estimation- the forestry scenario. Sesimbra.
- Wang, M., M. B. Kane, and D. Zhao. 2017. Correlation-regression analysis for understanding dominant height projection accuracy. *Forest Science*, 63(6):549–558. DOI: <https://doi.org/10.5849/FS-2016-092R2>.
- Wang, M., C. R. Montes, B. P. Bullock, & D. Zhao. 2019. An empirical examination of dominant height projection accuracy using difference equation models. *Forest Science*, 66(3):267–274. DOI: <https://doi.org/10.1093/forsci/fxz079>.
- Zambrano, T., M. Suarez, y M. Jerez. 2001. Evaluación de la efectividad del ajuste de algunos modelos de regresión utilizados para estimar la relación altura-diámetro en parcelas permanentes de rendimiento y aclareo en teca (*Tectona grandis* L. F.). *Revista Forestal Venezolana*, 45: 163–173.
- Zepeda B., E. M., y M. Acosta M. 2000. Incremento y rendimiento maderable de *Pinus montezumae* Lamb., en San Juan Tetla, Puebla. *Madera y Bosques*, 6:15-27. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2000.611339>.
- Zhao, D., & M. Kane. 2017. New Variable-Top Merchantable Volume and Weight Equations Derived Directly from Cumulative Relative Profiles for Loblolly Pine. *Forest Science*, 63(3): 261-269. DOI: <https://doi.org/10.5849/FS-2016-076>.
- Zuur, A. F., E. N. Ieno, N. J. Walker, A. A. Saveliev, & G. M. Smith. 2009. Mixed Effects Models and Extensions in Ecology with R. Springer Science+Business Media. New York, USA. 574 p.

ANEXO

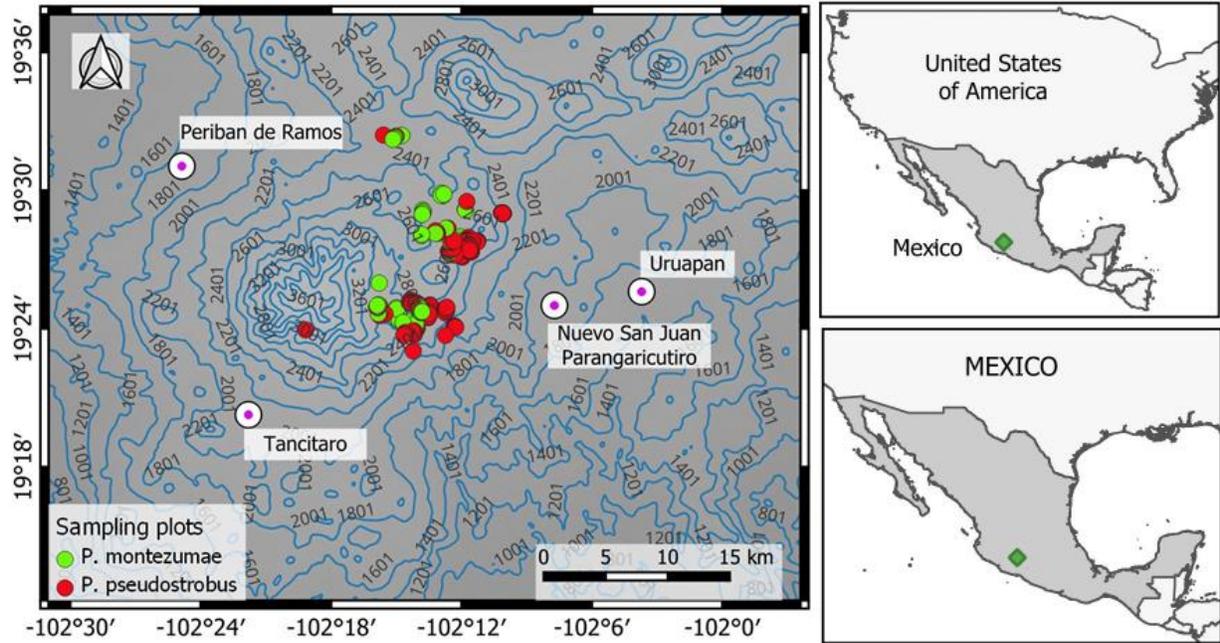


Figura I. Área de distribución de las plantaciones de pino evaluadas.