



COLEGIO DE POSTGRADUADOS

INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO EN HIDROCIENCIAS

ANÁLISIS REGIONAL DE FRECUENCIAS MEDIANTE L-MOMENTOS DE LLUVIAS MÁXIMAS EN 24 HORAS EN LA REGIÓN HIDROLÓGICA 12 LERMA-SANTIAGO

TALICIA COSMES MARTÍNEZ

T E S I S

**PRESENTADO COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:**

MAESTRA EN CIENCIAS

MONTECILLO, TEXCOCO, ESTADO DE MÉXICO

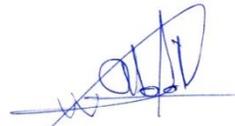
2021

La presente tesis titulada: **Análisis regional de frecuencias mediante L-momentos de lluvias máximas en 24 horas en la R.H 12 Lerma-Santiago** realizada por la alumna: **Talicia Cosmes Martínez** bajo la dirección del Consejo Particular indicado, ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRA EN CIENCIAS
HIDROCIENCIAS

CONSEJO PARTICULAR

CONSEJERO



DR. ABEL QUEVEDO NOLASCO

ASESORA



DRA. LAURA A. IBÁÑEZ CASTILLO

ASESOR



DR. MARTÍN A. BOLAÑOS GONZÁLEZ

Montecillo, Texcoco, Estado de México, Marzo, 2021

ANÁLISIS REGIONAL DE FRECUENCIAS MEDIANTE L-MOMENTOS DE LLUVIAS MÁXIMAS EN 24 HORAS EN LA REGIÓN HIDROLÓGICA 12 LERMA-SANTIAGO

Talicia Cosmes Martínez, M. en C
Colegio de Postgraduados, 2021

RESUMEN

El cálculo de la frecuencia con que ocurren tormentas extremas, ya sea para planeación de infraestructura o para la delimitación de zonas inundables, a menudo está limitado por la falta de datos. Cuando no existe información hidrométrica o no se tienen longitudes de registro adecuadas para hacer análisis de frecuencias, se debe usar la información pluviométrica. La regionalización se utilizó como un enfoque que mejora la exactitud en la determinación de eventos extremos en estos sitios. Se describe la teoría del análisis regional de frecuencia basado en L-momentos (ARF-LM), estos tienen la ventaja teórica, sobre los momentos convencionales, de poder caracterizar un rango más amplio de funciones de distribución de probabilidad (FDP) y de ser más robustos frente a valores atípicos; se citan las ecuaciones que estiman los parámetros de algunas FDP, comunes en hidrología, en términos de L-momentos. Se aplicó el análisis en la región hidrológica 12 Lerma-Santiago con datos de precipitación máxima en 24 horas a nivel mensual, obteniendo seis regiones homogéneas. Se comparó el ajuste de funciones de distribución de dos y tres parámetros usando la R de Pearson, encontrando mejor ajuste con las FDP de tres parámetros. Se probó la bondad del ajuste mediante el estadístico Z_{DIST} para las distribuciones de tres parámetros: logística generalizada (GLO), generalizada de valores extremos (GEV), log-normal, generalizada de Pareto (PAG) y Pearson tipo III; las estimaciones fueron contrastadas con el error estándar de ajuste (EEA) para elegir el mejor ajuste; la función log-normal, Pearson tipo III y GEV fueron las que mostraron los mejores ajustes a los datos (menor EEA), se obtuvieron estimaciones cuantiles y predicciones para diferentes periodos de retorno, así como mapas de isoyetas para periodos de retorno de 5, 10, 25, 50, 100, 500 y 1000 años.

Palabras clave: Tormentas extremas, análisis regional de frecuencia, L-momentos, regiones homogéneas, cuantiles, Lerma-Santiago.

24 HOUR MAXIMUM RAIN REGIONAL FREQUENCY ANALYSIS BASED ON L-MOMENTS, APPLIED TO HYDROLOGICAL REGION 12 LERMA-SANTIAGO.

Talicia Cosmes Martínez, MSc
Colegio de Postgraduados, 2021

ABSTRACT

The compute of extreme storms frequency, either for infrastructure planning or flood zones delimitation, is often limited due the lack of data. When there is no hydrometric information or the data series are not long enough to perform frequency analysis, pluviometric information, must be used. Regionalization was used as an approach that improves the accuracy when determined extreme events on these sites. The theory of the regional frequency analysis based on L-moments (RFA-LM) is described, the main advantage of L-moments over conventional moments is that L-moments are more robust to outliers in data, and are able to characterize a wider range of distributions; the equations that estimate the parameters of some common in hydrology probability distribution functions (PDFs) in terms of L-moments are quoted. This technique's application was focused in the hydrological region 12 Lerma-Santiago, using maximum precipitation in 24-hour, monthly data, obtaining six homogeneous regions. The fit of probability distributions functions of two and three parameters where compared using the Pearson's R, getting the best fit with the three parameters functions. The goodness of fit for the generalized logistic (GLO), generalized extreme-value, log-normal, generalized Pareto (PAG) and Pearson type III distributions fit have been tested by the Z_{DIST} statistic; estimations were contrasted based on the standard error of fit (SEF) to choose the best fit. The log-normal, Pearson type III and GEV distributions showed the best fit to the data (smallest SEF). Quantile estimates and predictions were obtained for different return periods (5, 10, 25, 50, 100, 500 and 1000 years.) as well as isohyets maps for those periods of return.

Keywords. Extreme storms, regional frequency analysis, L-moments, homogeneous regions, quantile, Lerma-Santiago

AGRADECIMIENTOS

Al Colegio de Postgraduados, en particular al postgrado en Hidrociencias y al PSEI Estadística; a todos los que ahí laboran, por la oportunidad de desarrollo profesional y personal que me han brindado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el financiamiento de mi educación de postgrado a través del programa de becas nacionales.

A los miembros de mi Consejo Particular, Dr. Abel Quevedo, Dra. Laura Ibáñez, Dr. Martín Bolaños; por la paciencia, la comprensión, las observaciones y las aportaciones a este trabajo.

A Laura Rodríguez y Patricia Ibarra, que me han orientado y ayudado para llevar a buen puerto mis trámites administrativos.

DEDICATORIA

A mi madre y a mi padre que me llenaron la vida de libros, música, amor y objetivos; que me enseñaron con su ejemplo a ser valiente, a creer en el mañana y a luchar por él.

A mis hermanos que me motivan y me obligan todos los días a ser mejor; que nunca me dejan caer y celebran conmigo lo bueno.

A mis compañeros del posgrado y a mis amigos: Magali, Mayra, Gamaliel, Alex, Elsar y Daniel que hacen mi vida loca, amable y divertida.

CONTENIDO

RESUMEN	iii
ABSTRACT	iv
AGRADECIMIENTOS	v
DEDICATORIA	vi
LISTA DE CUADROS	ix
LISTA DE FIGURAS	x
1 INTRODUCCIÓN	13
2 OBJETIVOS E HIPÓTESIS	15
2.1 Objetivo general	15
2.2 Objetivos específicos.....	15
2.3 Hipótesis.....	15
3 REVISIÓN DE LITERATURA	16
3.1 Antecedentes conceptuales.....	16
3.1.1 Estimación de eventos	16
3.1.2 Análisis regional de frecuencias	16
3.1.3 Análisis regional de frecuencias con base en momentos lineales	17
3.2 Momentos y L-momentos	18
3.2.1 Momentos	20
3.2.2 Momentos lineales de funciones de distribución de probabilidad.....	20
3.2.3 Momentos lineales muestrales.....	22
3.2.4 Propiedades de los L-momentos.....	24
3.2.5 Análisis y estimación de distribuciones usando L-momentos.....	25
4 MATERIALES Y MÉTODOS	33

4.1	Zona de estudio	33
4.2	Materiales	37
4.2.1	Base de datos climatológica	37
4.2.2	Información geográfica digital	38
4.2.3	Software.....	39
4.3	Métodos.....	40
4.3.1	Selección de estaciones climatológicas	40
4.3.2	Cálculo de datos faltantes	40
4.3.3	Cribado de datos	42
4.3.4	Formación de regiones homogéneas.....	46
4.3.5	Elección de una función de distribución de frecuencia	49
4.3.6	Estimación de la distribución de frecuencia	50
4.3.7	Medida cuantitativa del ajuste	52
5	RESULTADOS	54
5.1	Información climatológica	54
5.2	Cribado de datos.....	58
5.3	Formación de regiones homogéneas	76
5.3.1	Refinamiento de regiones	79
5.4	Selección, ajuste y cálculo de cuantiles de la función de distribución.....	88
6	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	110
7	REFERENCIAS.....	112

LISTA DE CUADROS

Cuadro 3.1. L-momentos de algunas funciones de distribución comunes.....	26
Cuadro 4.1. Regiones hidrológicas de México.	33
Cuadro 4.2. Valores críticos para el estadístico de discordancia D_i	43
Cuadro 4.3. Guía para la aceptación o rechazo de una región, prueba de heterogeneidad.	49
Cuadro 5.1. Estaciones seleccionadas en la RH 12, Lerma-Santiago por características de registro.....	55
Cuadro 5.2. L- momentos y medida de discordancia de la “gran región”.	60
Cuadro 5.3. Estaciones discordantes, segunda iteración.	65
Cuadro 5.4. Estaciones discordantes, tercera iteración.	65
Cuadro 5.5. Diagnóstico por independencia y estacionariedad en la “gran región”.	68
Cuadro 5.6. Promedio de ocurrencia e índice de estacionalidad en las estaciones.	73
Cuadro 5.7. Transformaciones aplicadas a las características del sitio.....	77
Cuadro 5.8. Estaciones seleccionadas y agrupamiento a priori.	78
Cuadro 5.9. L-momentos y medida de discordancia en las regiones refinadas.	84
Cuadro 5.10. Parámetros de la distribución Kappa de la muestra y simulados	86
Cuadro 5.11. Medida de heterogeneidad, regiones refinadas.	87
Cuadro 5.12. R de Pearson para las FDP de dos y tres parámetros probadas.	92
Cuadro 5.13. Prueba de bondad de ajuste, 500 simulaciones.	94
Cuadro 5.14. Parámetros de las funciones que se ajustan a las series de datos por región.	96
Cuadro 5.15. Errores estándar del ajuste.....	97
Cuadro 5.16. Error estándar, para diferentes FDP en las regiones, del programa AX.....	100
Cuadro 5.17. Curva de crecimiento regional para las regiones definidas.	101
Cuadro 5.18. Predicciones (mm) obtenidas con las distribuciones ajustadas por regiones.	103

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1. Representación gráfica de los momentos de una FDP.....	20
Figura 3.2. Diagrama de cocientes de L-momentos, distribuciones de 2 y 3 parámetros.	25
Figura 3.3. Coeficientes de aproximación τ_3 y τ_4 distribución Pearson tipo III.....	29
Figura 3.4. Coeficientes de aproximación τ_3 y τ_4 distribución Log-normal.....	29
Figura 4.1. Regiones hidrológicas de México/ localización de la RH 12	33
Figura 4.2. Climas en la región.....	34
Figura 4.3. Distribución de la precipitación en la región.	35
Figura 4.4. Configuración hidrológica de la RH 12	36
Figura 4.5. Morfología de la R.H. 12 Lerma-Santiago.....	36
Figura 4.6. Aplicación de Google Earth del SMN-CONAGUA de información climatológica	38
Figura 4.7. Esquema, método del inverso de la distancia.	41
Figura 4.8. Análisis regional en L-RAP	52
Figura 5.1. Histograma de porcentaje de datos faltantes en las estaciones seleccionadas. ..	54
Figura 5.2. Distribución de las estaciones seleccionadas por características del registro.	58
Figura 5.3. Cálculo de los dos primeros L-M en R, estación 1004, Cañada Honda.	59
Figura 5.4. Discordancia en la “gran región”, elipsoide de confianza al 95%	59
Figura 5.5. Código en R para calcular las discordancias en la gran región.....	60
Figura 5.6. Gráfica de la serie de tiempo de la estación 15126, Toluca.....	64
Figura 5.7. Serie de tiempo para estación, 15122, Tenango.....	64
Figura 5.8. Discordancia en la “gran región” 162 estaciones, elipsoide de confianza al 95%	65
Figura 5.9. Discordancia en la “gran región” 156 estaciones, elipsoide de confianza al 95%	66
Figura 5.10. Discordancia en la “gran región” 153 estaciones, elipsoide de confianza al 95%	66
Figura 5.11. Modulo regresión, Microsoft Excel	67
Figura 5.12. Ejemplo de gráfica usada para la prueba de estacionariedad.	67
Figura 5.13. Estaciones seleccionadas y eliminadas según criterios de independencia y estacionariedad.	72

Figura 5.14. Histograma de frecuencias de magnitud de índice de estacionalidad.	75
Figura 5.15. Ejemplo de gráfica de estacionalidad, estación 14040, Chapala, Jalisco.....	75
Figura 5.16. Ejemplo de gráfica de estacionalidad, estación 15122, Tenango, México.	76
Figura 5.17. Agrupaciones a priori.	79
Figura 5.18. Mapa de coeficiente de variación (L-Cv).....	81
Figura 5.19. Mapa de coeficiente de asimetría (L-asimetría).....	81
Figura 5.20. Mapa de curtosis (L-curtosis).	82
Figura 5.21. Distribución de la precipitación y elevaciones en la RH 12	83
Figura 5.22. Regiones homogéneas dentro de la región hidrológica 12 Lerma-Santiago....	87
Figura 5.23. FDP y FDA región 1.	88
Figura 5.24. FDP y FDA región 2.	88
Figura 5.25. FDP y FDA región 3.	88
Figura 5.26. FDP y FDA región 4.	89
Figura 5.27. FDP y FDA región 5.	89
Figura 5.28. FDP y FDA región 6.	89
Figura 5.29. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 1.	90
Figura 5.30. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 2.	90
Figura 5.31. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 3.	91
Figura 5.32. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 4.	91
Figura 5.33. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 5.	91
Figura 5.34. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 6.	91
Figura 5.35. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 1	93
Figura 5.36. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 2	93
Figura 5.37. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 3	93
Figura 5.38. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 4	93
Figura 5.39. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 5	93
Figura 5.40. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 6	93
Figura 5.41. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 1.....	95
Figura 5.42. Diagramas de cocientes de L-momentos, región2.	95
Figura 5.43. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 3.....	95
Figura 5.44. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 4.....	95

Figura 5.45. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 5.....	95
Figura 5.46. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 6.....	95
Figura 5.47. Curvas de crecimiento regional, región 1.	102
Figura 5.48. Curva de crecimiento regional, región 2.....	102
Figura 5.49. Curva de crecimiento regional, región 3.....	102
Figura 5.50. Curva de crecimiento regional, región 4.....	102
Figura 5.51. Curva de crecimiento regional, región 5.....	103
Figura 5.52. Curva de crecimiento regional, región 6.....	103
Figura 5.53. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 1000 años.....	106
Figura 5.54. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 500 años.....	106
Figura 5.55. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 100 años.....	107
Figura 5.56. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 50 años.....	107
Figura 5.57. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 25 años.....	108
Figura 5.58. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 10 años.....	108
Figura 5.59. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 5 años.....	109

1 INTRODUCCIÓN

Existen diferentes aplicaciones en las que se requiere ajustar un modelo de distribución probabilística a una serie de observaciones. Entre ellas están las observaciones que se asocian al clima, las que, debido a los fenómenos derivados del calentamiento global, cobran cada vez mayor importancia.

Entre estos fenómenos, se destacan tanto por los impactos sociales, como por las pérdidas de vidas humanas y económicas, los desastres naturales de origen hidrometeorológico.

Por ejemplo, en México, las tormentas extremas (de larga duración y/o intensidad) son uno de los eventos hidroclimáticos que causan mayor impacto; en 2018 estas impactaron 18 estados, 519 municipios, se emitieron 18 declaratorias de desastre por las lluvias ocurridas en junio, agosto, septiembre y octubre; así como 38 declaratorias de emergencia por lluvias de junio a diciembre. De igual manera se reportaron 25 declaratorias por inundaciones en 8 estados (45 municipios). (CENAPRED, 2018).

Uno de los grandes problemas que se enfrenta para el análisis de información meteorológica, es su disponibilidad, dado que, con frecuencia, esta es escasa debido a la ausencia de una red densa de estaciones de monitoreo, otro de los grandes retos es la ausencia de registros con longitudes que permitan realizar estimaciones de frecuencia con cierto grado de confiabilidad y finalmente la falta de calidad en ellos.

La variación en el tiempo de las variables que constituyen el clima, en particular de la frecuencia e intensidad de fenómenos climáticos extremos, puede afectar a la sociedad con más fuerza que los cambios en sus promedios. (Katz y Brown, 1992).

La estadística de valores extremos es conveniente para analizar fenómenos hidrológicos, en especial eventos de tormenta, que son de interés particular en la ingeniería y en el manejo de recursos hidráulicos. (Katz et al., 2002)

Con el estudio regional se pretende reunir los datos de varias estaciones climatológicas en una sola muestra, de tal manera que se cuente con un mayor número de ellos y poder estimar la lluvia esperada en un lugar donde la información climatológica es escasa o inexistente. De esta forma el resultado será más confiable que el que se tendría del estudio de cada una de las estaciones por separado.

Históricamente, se han desarrollado varias técnicas de regionalización que se pueden clasificar, en términos generales, en aquellas utilizadas para el pronóstico en áreas con datos escasos y en las

utilizadas para el análisis regional de frecuencias (ARF) (Chen *et al.*, 2006; Mazvimavi *et al.*, 2004; Sivapalan *et al.*, 2003; Hosking y Wallis, 1997).

Estas técnicas incluyen el análisis de la correlación espacial (Gadgil *et al.*, 1993), análisis del factor común (Barring, 1988), análisis de la función ortogonal empírica (Kulkarni *et al.*, 1992); análisis de componente principal (PCA, por sus siglas en inglés) (Baeriswyl y Rebetz, 1997; Singh y Singh, 1996); análisis de conglomerados (Easterling, 1989; Venkatesh y Jose, 2007); combinación del PCA y el análisis de conglomerados (Dinpashoh *et al.*, 2004); Momentos lineales (L-momentos o LM) que se asocian con análisis de conglomerados (Schaefer, 1990; Guttman, 1993; Wallis *et al.*, 2007; Satyanarayana y Srinivas, 2008) y una mezcla de LM y regresión de mínimos cuadrados generalizados (Haddad *et al.*, 2010).

En México se han hecho estudios de regionalización de tormentas en la cuenca del Valle de México (Cortés, 2003). Existen estudios de regionalización de precipitaciones como aplicación de la distribución General de Valores extremos realizados en San Luis Potosí y Sinaloa (Campos, 2008; Campos, 2014). También se han realizado mapas de factores de regionalización en la República Mexicana (Mendoza, 2001), además de la estimación regional de factores de convectividad (Baeza, 2007), así como mapas de precipitaciones para distintos periodos de retorno y duraciones (SCT, 1990; Domínguez *et al.*, 2012), la influencia de la regionalización en la estimación de precipitaciones máximas diarias (Escalante y Amores, 2014).

Aguilar *et al.* (2017), realizaron la regionalización de precipitaciones máximas en 24 horas en la Región Hidrológica número 23 Costa de Chiapas, formó regiones homogéneas al aplicar las pruebas de Fisher, momentos L y medidas de discordancia.

En 2016 Domínguez *et.al.* propusieron modelos regionales de escurrimientos máximos instantáneos en la república mexicana con datos de estaciones hidrométricas.

Blanco *et al.* (2014) propusieron una metodología con base en la teoría de valores extremos, para investigar tendencias espaciotemporales en eventos meteorológicos extremos (centrados en las variables precipitación y temperatura) en el estado de Durango, México.

En este trabajo se realiza el análisis regional de frecuencias mediante el método de momentos lineales (L-momentos) propuesto por Hosking y Wallis (1997) a partir de la información de 116 estaciones meteorológicas comprendidas en la región hidrológica (R.H.) número 12 Lerma-Santiago, lo que permite estimar precipitaciones de diseño (asociadas a diversos periodos de retorno).

2 OBJETIVOS E HIPÓTESIS

2.1 Objetivo general

Estimar los cuantiles de la precipitación máxima (en 24 h) al emplear el análisis regional de frecuencias con base en momentos lineales (ARF-LM) en la región hidrológica 12, Lerma-Santiago y a partir de estos obtener mapas de isoyetas para distintos periodos de retorno.

2.2 Objetivos específicos

- Recolectar datos y depurarlos con el uso de estadísticas de L-momentos.
- Obtener regiones homogéneas de precipitación mediante métodos de estadística multivariada, estadísticos de L-momentos y características físicas de los sitios.
- Ajustar diferentes funciones de distribución de probabilidad (FDP) y realizar pruebas de bondad de ajuste.
- Evaluar mediante medidas del error cuál de las FDP es mejor para cada región.
- Configurar curvas de crecimiento regional y estimar los cuantiles de precipitación máxima.
- Obtener mapas de isoyetas correspondientes a diferentes periodos de retorno.

2.3 Hipótesis

El análisis regional de frecuencias de la precipitación mediante momentos lineales permite delimitar regiones homogéneas, que hacen posible predicciones de la variable (precipitación máxima) dentro de éstas, a diferentes niveles de probabilidad o períodos de retorno.

3 REVISIÓN DE LITERATURA

3.1 Antecedentes conceptuales

3.1.1 Estimación de eventos

Álvarez *et al.* (1999) define el análisis de frecuencias como la estimación de eventos extremos (precipitaciones máximas, avenidas, etc.) correspondientes a diferentes períodos de retorno mediante el uso de funciones de distribución de probabilidad.

3.1.2 Análisis regional de frecuencias

Chow *et al.*, (1994) al iniciar el estudio de la estadística hidrológica, indican, respecto al enfoque estocástico de los procesos hidrológicos, que: “este tipo de tratamiento es apropiado para observaciones de eventos hidrológicos extremos, como crecientes o sequías, y para información hidrológica promediada a lo largo de intervalo de tiempo grandes como la precipitación anual...”.

La magnitud de un evento extremo está inversamente relacionada con su frecuencia de ocurrencia, es decir, aquellos eventos que son más extremos ocurren con menor frecuencia que aquellos que son moderados.

El objetivo del análisis de frecuencia de estos eventos hidrológicos es relacionar su magnitud con su frecuencia de ocurrencia a través del uso de funciones de distribución de probabilidad. Para ello se requiere partir de algunos supuestos básicos, como son la independencia estadística de la variable de estudio, que el sistema hidrológico que la produce es aleatorio, estacionario y se encuentra idénticamente distribuido e independiente del tiempo y del espacio (Chow *et al.*, 1994).

Dentro de la probabilidad y estadística, los fenómenos inusuales son conocidos como valores extremos, y alude a que estos eventos están coligados con las colas de la distribución. (Reiss y Thomas, 2007).

En las ocasiones en que se requiere del análisis de frecuencias en un sitio donde no se tiene suficiente información disponible, o que se carece por completo de ella, se emplea el análisis regional de las estaciones de medición con características similares, es decir que pertenezcan a una región homogénea.

3.1.3 Análisis regional de frecuencias con base en momentos lineales

La esencia del Análisis de Regional de Frecuencias fundado en L-momentos (ARF-LM) es que los datos provenientes de sitios dentro de una región homogénea pueden ser agregados para mejorar la precisión en las estimaciones de la relación probabilidad-cuantil en todos los sitios (Wallis *et al.*, 2007). De esta manera se compensa la falta de información en registros cortos de cada sitio, por la abundancia de información en el espacio (Loucks y Van Beek, 2017).

El procedimiento asume que los sitios de una denominada “región homogénea”, presentan una distribución de frecuencias idéntica, excepto por un factor de escala específico para el sitio, representado por la media del sitio de la variable analizada (Norbiato *et al.*, 2007; Hosking y Wallis, 1997).

El ARF-LM tiene sus bases en el procedimiento denominado avenida índice, el cuál es una técnica sencilla de regionalización con una larga historia en la hidrología y en los análisis de frecuencia de avenidas (Maidment, 1993).

El método fue propuesto formalmente por el Departamento de levantamientos geológicos de los Estados Unidos (USGS, por sus siglas en inglés) como una forma de agrupar características regionales de una zona de manera exitosa (Viessman *et al.*, 1989), es decir para delimitar una región homogénea.

Supóngase la existencia de N sitios, teniendo el sitio i tamaño de muestra n_i y datos observados $Q_{ij}, j = 1, \dots, n_i$. Sea $Q_i(F), 0 < F < 1$ la función de cuantiles de la FDP en el sitio i .

El método de la Avenida índice puede escribirse como:

$$Q_i(F) = \mu_i q(F), \quad i = 1, \dots, N \quad (3.1)$$

Donde μ_i es la Avenida índice, que representa la media de la distribución de frecuencia del sitio. Por su parte, el factor $q(F)$ es la curva de crecimiento regional, una función de cuantiles adimensional común a todos los sitios dentro de la región homogénea, es decir, la función cuantílica de la distribución regional de frecuencias, la distribución común de Q_{ij}/μ_i (Hosking y Wallis, 1997).

Los datos adimensionales reescalados $q_{ij} = Q_{ij}/\hat{\mu}_i, j = 1, \dots, n_i, i = 1, \dots, N$, son la base para estimar la curva regional de crecimiento $q(F), 0 < F < 1$. En general se asume que la forma de $q(F)$ es conocida excepto por un conjunto p de parámetros desconocidos $\theta_1, \dots, \theta_p$; estos

parámetros pueden ser el coeficiente de variación y asimetría de la distribución, o los cocientes de L-momentos (L-momentos *ratios*) τ y τ_3, \dots , definidos en la sección 3.2.2.

La media de la distribución regional de frecuencia no es un parámetro desconocido, porque si tomamos μ_i de la ecuación (3.1) para que sea la media de la distribución de frecuencia en el sitio i se asegura que la media de la distribución de frecuencia regional es igual a la unidad.

En la aproximación dada por Hosking y Wallis (1997) los parámetros son estimados por separado para cada sitio, la estimación θ_k del sitio i se denota como $\theta_k^{(i)}$. Estas estimaciones puntuales (en el sitio) se combinan para dar estimaciones regionales:

$$\hat{\theta}_k^{(R)} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i \theta_k^{(i)}}{\sum_{i=1}^N n_i} \quad (3.2)$$

Este es un promedio ponderado, donde la estimación del sitio i es proporcional a n_i . Si se sustituyen estas estimaciones en $q(F)$ tenemos la curva de crecimiento regional estimada $\hat{q}(F) = (F; \hat{\theta}_k^{(R)}, \dots, \hat{\theta}_p^{(R)})$.

Los cuantiles para cada sitio se pueden estimar a partir de la relación entre el valor estimado de $\hat{\mu}_i$ correspondiente a la media de los datos observados en el sitio, y $\hat{q}(F)$, la curva de crecimiento regional estimada, según la siguiente ecuación:

$$\hat{Q}_i(F) = \hat{\mu}_i \hat{q}(F) \quad (3.3)$$

El método de L-momentos (momentos lineales) propuesto por Hosking y Wallis (1997) consideraba la realización de 4 etapas, las cuales son: 1) revisión y preparación de datos, 2) identificación de regiones homogéneas, 3) selección de la distribución de frecuencia y 4) estimación de parámetros y la función de cuantiles. Otros autores incluyeron posteriormente una quinta etapa, consistente en el mapeo de la función de cuantiles.

3.2 Momentos y L-momentos

Sea X una variable aleatoria con valores muestrales x dentro del conjunto de los números reales. La frecuencia relativa con la que ocurren estos valores definen la distribución de frecuencias o distribución de probabilidad de X y está especificada por la función de distribución acumulativa:

$$F(x) = Pr[X \leq x] \quad (3.4)$$

Donde $Pr[X \leq x]$ denota la probabilidad de ocurrencia del evento $X \leq x$. $F(x)$ es una función creciente en x , y $0 \leq F(x) \leq 1$ para toda x . $F(\cdot)$ es una función continua y tiene su función inversa $x(\cdot)$, que es la función de cuantiles de X . Dada una u , $0 < u < 1$, $x(u)$ es el único valor que satisface:

$$F(x(u)) = u \quad (3.5)$$

Para cualquier probabilidad p , $x(p)$ es el cuantil de no excedencia de la probabilidad p , es decir, el valor tal que la probabilidad de que X no exceda $x(p)$ es p . La meta del análisis de frecuencias es la estimación precisa de los cuantiles de la distribución de alguna variable aleatoria. En ingeniería y aplicaciones ambientales un cuantil es a menudo expresada en términos de periodo de retorno.

Si $F(x)$ es diferenciable, su derivada $f(x) = \frac{\partial}{\partial x} F(x)$ es la función de densidad de probabilidad de X .

La esperanza de la variable aleatoria X se define como:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (3.6)$$

Siempre que la integral anterior exista. También se puede escribir, al hacer el cambio de variable $u = F(x)$ como:

$$E(X) = \int_0^1 x(u) du \quad (3.7)$$

La función $g(X)$ de una variable aleatoria, es por si misma una variable aleatoria y tiene esperanza:

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) dF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx = \int_0^1 g(x(u)) du \quad (3.8)$$

La dispersión de las realizaciones de X puede medirse por la varianza de X .

$$Var(X) = E[\{X - E(X)\}^2] \quad (3.9)$$

3.2.1 Momentos

La forma de una distribución de probabilidad ha sido tradicionalmente descrita por los momentos que son: el momento de orden cero (que representa la masa total de la serie, en probabilidad esa masa es 1); el momento de orden uno: la esperanza (parámetro de localización en la distribución); el momento de orden dos: la varianza (medida de la dispersión de la distribución); el momento de orden tres: asimetría (o *skewness* en inglés, parámetro de forma de la distribución); el momento de orden cuatro: curtosis (indicador del aplanamiento de la función de distribución, ver Figura 3.1).

En teoría, siempre que exista la esperanza, y la función generadora de momentos sea operable, se pueden tener más momentos, pero los mencionados son los más importantes.

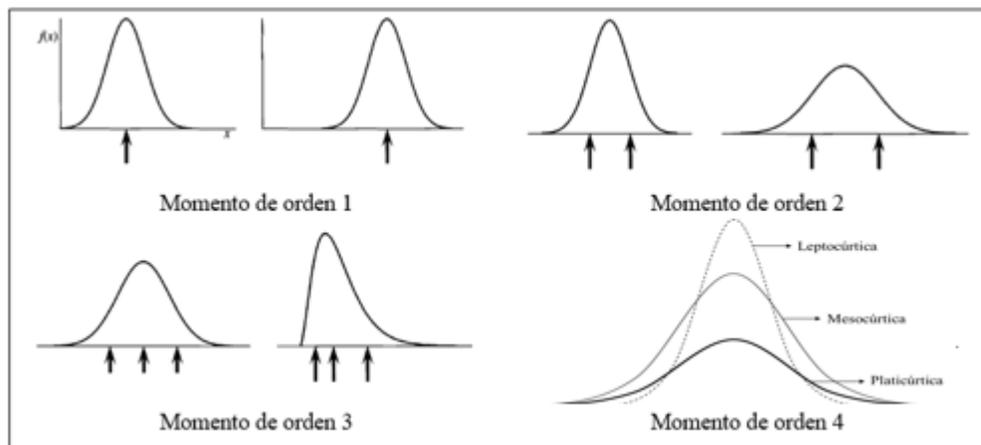


Figura 3.1. Representación gráfica de los momentos de una FDP

3.2.2 Momentos lineales de funciones de distribución de probabilidad

Los momentos lineales son un sistema alternativo que se usa para describir la forma de las funciones de distribución de probabilidad. Históricamente, surgen de los momentos ponderados por probabilidad (MPP) de Greenwood *et al.* (1979).

Los momentos ponderados por probabilidad de una variable aleatoria X con distribución acumulada $F(\cdot)$ se definen como el valor esperado del producto de tres términos: la variable aleatoria X , la función de distribución acumulada $F(X)$ y el complemento de esta función. De esta forma el MPP de orden p, r, s se calcula mediante la siguiente expresión:

$$M_{p,r,s} = E[X^p \{F(X)\}^r \{1 - F(X)\}^s] \quad (3.10)$$

De particular importancia son los momentos ponderados por probabilidad $\alpha_r = M_{1,0,s}$ y $\beta_r = M_{1,r,0}$. Para una distribución que tiene una función de cuantiles $x(u)$ las ecuaciones 3.8 y 3.10 resultan:

$$\alpha_r = \int_0^1 x(u)(1-u)^r du, \quad \beta_r = \int_0^1 x(u)u^r du \quad (3.11)$$

Los momentos ponderados por probabilidad α_r y β_r son difíciles de interpretar directamente como medidas de la escala y la forma de las funciones de distribución; esta información se obtiene de combinaciones lineales de ciertos momentos ponderados por probabilidad. Por ejemplo, las estimaciones del parámetro de escala de distribuciones son múltiplos de $\alpha_0 - 2\alpha_1$ o $2\beta_1 - \beta_0$; la asimetría de una distribución se puede medir con $6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0$.

Estas combinaciones lineales surgen de integrar $x(u)$ ponderados por un conjunto de polinomios ortogonales.

Se definen los polinomios $P_r^*(u)$, $r = 0, 1, 2, \dots$, como sigue:

- i. $P_r^*(u)$ es un polinomio de grado r en u .
- ii. $P_r^*(1) = 1$
- iii. $\int_0^1 P_r^*(u)P_s^*(u) du = 0$ si $r \neq s$

El criterio *iii* es la condición de ortogonalidad. Estas condiciones definen los polinomios de Legendre desplazados, se les llama desplazados porque los polinomios de Legendre ordinarios $P_r(u)$ están definidos para ser ortogonales en el intervalo $-1 \leq u \leq 1$, no $0 \leq u \leq 1$. Los polinomios tienen la forma explícita:

$$P_r^*(u) = \sum_{k=0}^r P_{r,k}^* u^k \quad (3.12)$$

Donde:

$$P_{r,k}^* = (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k} = \frac{(-1)^{r-k} (r+k)!}{(k!)^2 (r-k)!} \quad (3.13)$$

Para la variable aleatoria X con función de cuantiles $x(u)$, se definen los L-momentos de X :

$$\lambda_r = \int_0^1 x(u) P_{r-1}^*(u) du \quad (3.14)$$

En términos de momentos ponderados por probabilidad, los L-momentos están dados por:

$$\lambda_1 = \alpha_0 = \beta_0 \quad (3.15)$$

$$\lambda_2 = \alpha_0 - 2\alpha_1 = 2\beta_1 - \beta_0 \quad (3.16)$$

$$\lambda_3 = \alpha_0 - 6\alpha_1 + 6\alpha_2 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (3.17)$$

$$\lambda_4 = \alpha_0 - 12\alpha_1 + 30\alpha_2 - 20\alpha_3 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \quad (3.18)$$

Y en general:

$$\lambda_{r+1} = (-1)^r \sum_{k=0}^r P_{r,k}^* \alpha_k = \sum_{k=0}^r P_{r,k}^* \beta_k \quad (3.19)$$

Es conveniente definir versiones adimensionales de los L-momentos, esto se consigue al dividir los L-momentos de orden superior por el parámetro de escala λ_2 . Se definen los cocientes de los momentos lineales (L-momentos ratios):

$$\tau_r = \frac{\lambda_r}{\lambda_2}, \quad r = 3, 4, \dots \quad (3.20)$$

Los cocientes de L-momentos miden la forma de la distribución independientemente de su escala de medición física.

También se define el L-CV (coeficiente de L-variación)

$$\tau = \lambda_2 / \lambda_1 \quad (3.21)$$

3.2.3 Momentos lineales muestrales

Los L-momentos se han definido para funciones de probabilidad, sin embargo, en la realidad se estiman para muestras de datos finitas. La estimación está hecha de una muestra de tamaño n ,

ordenada en forma ascendente. Sea $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$ la muestra ordenada. Es conveniente comenzar por definir un estimador del momento ponderado por probabilidad β_r . Un estimador insesgado de β_r es b_r que se define como:

$$b_r = n^{-1} \binom{n-1}{r}^{-1} \sum_{j=r+1}^n \binom{j-1}{r} x_{j:n} \quad (3.22)$$

De forma alternativa se puede expresar como:

$$b_0 = n^{-1} \sum_{j=1}^n \binom{j-1}{0} x_{j:n} \quad (3.23)$$

$$b_1 = n^{-1} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)}{(n-1)} x_{j:n} \quad (3.24)$$

$$b_2 = n^{-1} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)(j-2)}{(n-1)(n-2)} x_{j:n} \quad (3.25)$$

Y en general:

$$b_r = n^{-1} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)(j-2) \dots (j-r)}{(n-1)(n-2) \dots (j-r)} x_{j:n} \quad (3.26)$$

Si se hace una analogía a las ecuaciones (3.15) a (3.18), los L-momentos muestrales están definidos por:

$$\ell_1 = b_0 \quad (3.27)$$

$$\ell_2 = 2b_1 - b_0 \quad (3.28)$$

$$\ell_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 \quad (3.29)$$

$$\ell_4 = 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0 \quad (3.30)$$

Y de manera general:

$$\ell_{r+1} = \sum_{k=0}^r P_{r,k}^* b_k; \quad r = 0, 1, \dots, n-1 \quad (3.31)$$

Los coeficientes $P_{r,k}^*$ se definen como en la ecuación (3.12). El L-momento muestral ℓ_r es un estimador insesgado de λ_r .

Igual que en las ecuaciones (3.20) y (3.21) los cocientes de los L-momentos muestrales están definidas por:

$$t_r = \ell_r / \ell_2 \quad (3.32)$$

Y el L-Cv muestral se define por:

$$t = \ell_2 / \ell_1 \quad (3.33)$$

Los estimadores t y t_r no son insesgados, pero sus sesgos son muy pequeños en muestras de tamaño moderado y grande.

3.2.4 Propiedades de los L-momentos

- **Existencia.** Si la media de la distribución existe, entonces todos los L-momentos existen.
- **Unicidad.** Si la media de la distribución existe, no existen dos distribuciones que tengan los mismos L-momentos.
- **Terminología.** λ_1 es la L-locación o media de la distribución; λ_2 es la L-escala; τ es el L-CV; τ_3 es la L-asimetría y τ_4 es la L-curtosis.
- **Valores numéricos.** λ_1 puede tomar cualquier valor; $\lambda_2 \geq 0$; para una distribución que solo toma valores positivos $0 \leq \tau < 1$.

Los cocientes de L-momentos (L-momentos ratios) satisfacen $|\tau_r| < 1$ para todo $r \geq 3$.

Para distribuciones que toman solo valores positivos, los límites para τ_3 dado τ son $2\tau - 1 \leq \tau_3 < 1$

- **Transformación lineal.** Sean X y Y variables aleatorias con L-momentos λ_r y λ_r^* respectivamente, suponga que $Y = aX + b$ entonces:

$$\lambda_1^* = a\lambda_1 + b \quad (3.34)$$

$$\lambda_2^* = |a|\lambda_2 \quad (3.35)$$

$$\tau_r^* = (\text{sign } a)^r \tau_r, \quad r \geq 3 \quad (3.36)$$

- **Simetría.** Sea X una variable aleatoria simétrica con media μ , esto es $Pr[X \geq \mu + x] = Pr[X \leq \mu - x]$ para toda x . Entonces todos los cocientes de L-momentos (L-momentos ratios) de orden impar de X son cero, es decir $\tau_r = 0, r = 3, 5, \dots$

Los L-momentos se han calculado para varias de las distribuciones más comunes. Una forma alternativa de representar los L-momentos de diferentes distribuciones es un diagrama de cocientes de L-momentos (L-momentos ratios), ejemplificado en la figura 3.2.

Las distribuciones de dos parámetros se muestran como un punto y las de tres parámetros como líneas, con diferentes puntos sobre la línea que se corresponden con diferentes valores del parámetro de forma.

Las distribuciones están codificadas como: E-exponencial, G-Gumbel, L-Logística, N-normal, U-uniforme, GPA-generalizada de Pareto, GEV-Generalizada de valor extremo, GLO- logística generalizada, LN3- log-normal, PE3-Pearson tipo III. Hosking y Wallis (1997).

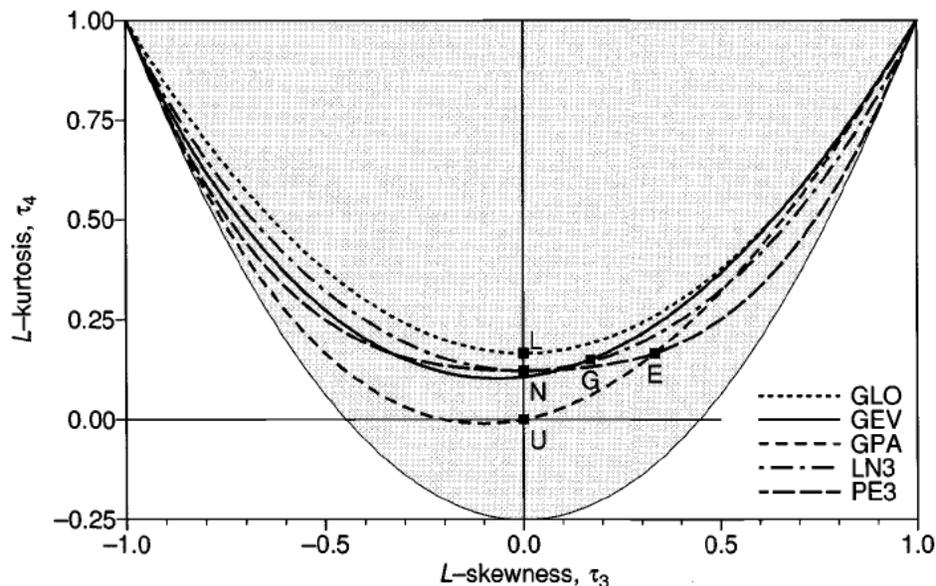


Figura 3.2. Diagrama de cocientes de L-momentos, distribuciones de 2 y 3 parámetros.

3.2.5 Análisis y estimación de distribuciones usando L-momentos

En estadística es común ajustar funciones de distribución de probabilidad a un grupo de datos observados, también es común estimar sus parámetros igualando los momentos muestrales a los de las distribuciones ajustadas; sin embargo, los métodos con base en momentos, aunque tengan larga historia, no siempre dan resultados satisfactorios. (Hosking, 1990)

Existe un enfoque alternativo al uso de los momentos convencionales, que está basado en los L-momentos, análogos a los momentos, pero pueden ser estimados mediante combinaciones lineales de los estadísticos de orden.

Los L-momentos tienen la ventaja teórica, sobre los momentos convencionales, de caracterizar un rango más amplio de distribuciones y, cuando se calculan sobre una muestra, de ser más robustos frente a la presencia de valores atípicos en las series de datos; también, están menos sujetos a sesgos en la estimación y se aproximan más a la distribución normal asintótica en muestras finitas. Las estimaciones de parámetros obtenidas de los momentos L son a veces más precisas, en muestras pequeñas, que las estimaciones hechas por máxima verosimilitud. (Hosking, 1990).

Los L-momentos $\lambda_1, \dots, \lambda_r$ y los cocientes de L-momentos τ_3, \dots, τ_r son parámetros útiles para caracterizar una distribución, los L-momentos de algunas funciones de distribución comunes se listan en el Cuadro 3.1 (Hosking, 1990). Para cada una de las distribuciones se da la función de cuantiles $x(F)$ y los L-momentos en términos de sus parámetros.

Cuadro 3.1. L-momentos de algunas funciones de distribución comunes.

Distribución	$x(F)$	L-momentos
Uniforme	$x(F) = \alpha + (\beta - \alpha)F$	$\lambda_1 = \frac{1}{2}(\alpha - \beta), \lambda_2 = \frac{1}{6}(\beta - \alpha), \tau_3 = 0, \tau_4 = 0$
Exponencial	$x(F) = \xi - \alpha \log(1 - F)$	$\lambda_1 = \xi + \alpha, \quad \lambda_2 = \frac{1}{2}\alpha, \tau_3 = \frac{1}{3}, \tau_4 = \frac{1}{6}$
Gumbel	$x(F) = \xi - \alpha \log(-\log(F))$	$\lambda_1 = \xi + \gamma\alpha, \quad \lambda_2 = \alpha \log 2, \tau_3 = 0.1699, \tau_4 = 0.1504$
Logística	$x(F) = \xi + \alpha \log\{F/(1 - F)\}$	$\lambda_1 = \xi, \quad \lambda_2 = \alpha, \tau_3 = 0, \tau_4 = \frac{1}{6}$
Normal*	$F = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$	$\lambda_1 = \mu, \quad \lambda_2 = \pi^{-1}\sigma, \tau_3 = 0,$ $\tau_4 = 30\pi^{-1} \tan^{-1} \sqrt{2 - 9} = 0.1226$
Generalizada de Pareto	$x(F) = \xi + \alpha\{1 - (1 - F)^k\}/k$	$\lambda_1 = \xi + \frac{\alpha}{1 + k},$ $\lambda_2 = \frac{\alpha}{(1 + k)(2 + k)},$

		$\begin{aligned}\tau_3 &= (1-k)/(3+k), \tau_4 \\ &= (1-k)(2-k)/(3+k)(4+k)\end{aligned}$
Generalizada de valor extremo	$\begin{aligned}x(F) &= \xi + \alpha\{1 - (-\log F)^k\}/k\end{aligned}$	$\begin{aligned}\lambda_1 &= \xi + \frac{\alpha\{1-\Gamma(1+k)\}}{k}, \lambda_2 = \frac{\alpha(1-2^k)\Gamma(1+k)}{k}, \tau_3 = \\ &= \frac{2(1-3^{-k})}{1-2^{-k}} - 3, \tau_4 = \frac{1-6\cdot 2^{-k}+10\cdot 3^{-k}-5\cdot 4^{-k}}{1-2^{-k}}\end{aligned}$
Logística generalizada	$\begin{aligned}x(F) &= \xi + [1 - \{(1-F)/F\}^k] \\ & /k\end{aligned}$	$\begin{aligned}\lambda_1 &= \xi + \frac{\alpha\{1 - \Gamma(1+k)\Gamma(1-k)\}}{k}, \\ \lambda_2 &= \alpha\Gamma(1+k)\Gamma(1-k), \tau_3 = -k, \tau_4 \\ &= \frac{1+5k^2}{6}\end{aligned}$
Log-normal	$F = \Phi\left(\frac{\log(x-\xi) - \mu}{\sigma}\right)$	$\begin{aligned}\lambda_1 &= \xi + \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right), \\ \lambda_2 &= \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{\sigma}{2}\right), \\ \tau_3 &= 6\pi^{-1/2} \int_0^{\sigma/2} \operatorname{erf}(x/\sqrt{3}) \exp(-x^2) dx \\ & / \operatorname{erf}(\sigma/2)\end{aligned}$
Pearson tipo III	$F = 1 - G\left(\alpha \frac{\xi - x}{\beta}\right) / \Gamma(\alpha)$	$\begin{aligned}\lambda_1 &= \alpha\beta, \lambda_2 = \frac{\pi^{-1/2}\beta\Gamma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\alpha)}, \tau_3 \\ &= 6I_{1/3}(\alpha, 2\alpha) - 3\end{aligned}$
Kappa	$\begin{aligned}x(F) &= \xi + \frac{\alpha}{k} \left\{ 1 - \left(\frac{1-F^h}{h} \right)^k \right\}\end{aligned}$	$\begin{aligned}\lambda_1 &= \xi + \alpha\beta \\ \lambda_2 &= \frac{\pi^{-1/2}\beta\Gamma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\alpha)}, \\ \tau_3 &= \frac{(-g_1 + 3g_2 - 2g_3)}{(g_1 - g_2)}, \tau_4 \\ &= \frac{(-g_1 + 6g_2 - 10g_3 + 5g_4)}{(g_1 - g_2)}\end{aligned}$

En el Cuadro 3.1., γ es la constante de Euler; Φ es la función de distribución estándar de la normal;

$$I_x(p, q) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \int_0^x t^{p-1}(1-t)^{q-1} dt \quad (3.37)$$

La Ecuación 3.37 se corresponde con el cociente de la función incompleta beta; Γ denota la función Gamma (Ecuación 3.38)

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (3.38)$$

En la distribución Kappa, g está dada por:

$$g_r = \begin{cases} \frac{r\Gamma(1+k)\Gamma(r/h)}{h^{1+k}\Gamma\left(1+k+\frac{r}{h}\right)}, & h > 0 \\ \frac{r\Gamma(1+k)\Gamma(-k-r/h)}{-h^{1+k}\Gamma\left(1-\frac{r}{h}\right)}, & h < 0 \end{cases} \quad (3.39)$$

En la función Pearson tipo III no existe expresión simple para τ_4 , aproximaciones de “función-racional” se pueden usar, coeficientes de las aproximaciones están dadas en la Figura 3.3 (Hosking y Wallis, 1997)

Si $\alpha \geq 1$:

$$\tau_3 \approx \alpha^{-1/2} \frac{A_0 + A_1\alpha^{-1} + A_2\alpha^{-2} + A_3\alpha^{-3}}{1 + B_1\alpha^{-1} + B_2\alpha^{-2}} \quad (3.40)$$

$$\tau_4 \approx \frac{C_0 + C_1\alpha^{-1} + C_2\alpha^{-2} + C_3\alpha^{-3}}{1 + D_1\alpha^{-1} + D_2\alpha^{-2}} \quad (3.41)$$

Si $\alpha < 1$:

$$\tau_3 \approx \alpha^{-1/2} \frac{A_0 + A_1\alpha^{-1} + A_2\alpha^{-2} + A_3\alpha^{-3}}{1 + B_1\alpha^{-1} + B_2\alpha^{-2}} \quad (3.42)$$

$$\tau_4 \approx \frac{C_0 + C_1\alpha^{-1} + C_2\alpha^{-2} + C_3\alpha^{-3}}{1 + D_1\alpha^{-1} + D_2\alpha^{-2}Z} \quad (3.43)$$

$A_0 = 3.2573501 \times 10^{-1}$	$C_0 = 1.2260172 \times 10^{-1}$
$A_1 = 1.6869150 \times 10^{-1}$	$C_1 = 5.3730130 \times 10^{-2}$
$A_2 = 7.8327243 \times 10^{-2}$	$C_2 = 4.3384378 \times 10^{-2}$
$A_3 = -2.9120539 \times 10^{-3}$	$C_3 = 1.1101277 \times 10^{-2}$
$B_1 = 4.6697102 \times 10^{-1}$	$D_1 = 1.8324466 \times 10^{-1}$
$B_2 = 2.4255406 \times 10^{-1}$	$D_2 = 2.0166036 \times 10^{-1}$
$E_1 = 2.3807576$	$G_1 = 2.1235833$
$E_2 = 1.5931792$	$G_2 = 4.1670213$
$E_3 = 1.1618371 \times 10^{-1}$	$G_3 = 3.1925299$
$F_1 = 5.1533299$	$H_1 = 9.0551443$
$F_2 = 7.1425260$	$H_2 = 2.6649995 \times 10^1$
$F_3 = 1.9745056$	$H_3 = 2.6193668 \times 10^1$

Figura 3.3. Coeficientes de aproximación τ_3 y τ_4 distribución Pearson tipo III

Para la distribución log-normal no existen expresiones simples para los cocientes de L-momentos $\tau_r, r > 3$, pero existen aproximaciones “función racional” que pueden ser usadas:

$$\tau_3 \approx -k \frac{A_0 + A_1 k^2 + A_2 k^4 + A_3 k^6}{1 + B_1 k^2 + B_2 k^4 + B_3 k^6} \quad (3.44)$$

$$\tau_4 \approx \tau_4^0 + k^2 \frac{C_0 + C_1 k^2 + C_2 k^4 + C_3 k^6}{1 + D_1 k^2 + D_2 k^4 + D_3 k^6} \quad (3.45)$$

Los coeficientes que se usan para las aproximaciones se muestran en la Figura 3.4, (Hosking y Wallis, 1997)

	$\tau_4^0 = 1.2260172 \times 10^{-1}$	
$A_0 = 4.8860251 \times 10^{-1}$	$C_0 = 1.8756590 \times 10^{-1}$	$E_0 = 2.0466534$
$A_1 = 4.4493076 \times 10^{-3}$	$C_1 = -2.5352147 \times 10^{-3}$	$E_1 = -3.6544371$
$A_2 = 8.8027039 \times 10^{-4}$	$C_2 = 2.6995102 \times 10^{-4}$	$E_2 = 1.8396733$
$A_3 = 1.1507084 \times 10^{-6}$	$C_3 = -1.8446680 \times 10^{-6}$	$E_3 = -0.20360244$
$B_1 = 6.4662924 \times 10^{-2}$	$D_1 = 8.2325617 \times 10^{-2}$	$F_1 = -2.0182173$
$B_2 = 3.3090406 \times 10^{-3}$	$D_2 = 4.2681448 \times 10^{-3}$	$F_2 = 1.2420401$
$B_3 = 7.4290680 \times 10^{-5}$	$D_3 = 1.1653690 \times 10^{-4}$	$F_3 = -0.21741801$

Figura 3.4. Coeficientes de aproximación τ_3 y τ_4 distribución Log-normal.

3.2.5.1 Estimación de parámetros

Exponencial: 2 parámetros: ξ (*punto más bajo de la distribución*), α (*escala*); rango: $x: \xi \leq x \leq \infty$.

Si ξ es conocido, α está dada por $\alpha = \lambda_1 - \xi$ y los estimadores de L-momentos y máxima verosimilitud son idénticos. Si ξ es desconocido, los parámetros están dados por:

$$\alpha = 2\lambda_2, \xi = \lambda_1 - \alpha \quad (3.46)$$

Para estimaciones basadas en una única muestra estas estimaciones son ineficientes, pero en ARF pueden dar estimaciones razonables de cuantiles en la cola superior de la distribución.

Gumbel: 2 parámetros: ξ (*localización*), α (*escala*); rango: $x: -\infty < x < \infty$. Los estimadores están dados por:

$$\alpha = \lambda_2 / \log 2, \xi = \lambda_1 - \gamma\alpha \quad (3.47)$$

Normal: 2 parámetros: μ (*localización*), σ (*escala*); rango: $x: -\infty < x < \infty$. Los estimadores están dados por:

$$\mu = \lambda_1, \sigma = \pi^{1/2}\lambda_2 \quad (3.48)$$

Generalizada de Pareto: 3 parámetros: ξ (*localización*), α (*escala*), k (*forma*); rango: $x: \xi \leq x \leq \xi + \frac{\alpha}{k}$ si $k > 0$; $\xi \leq x < \infty$ si $k \leq 0$

Si ξ es conocida, los otros dos parámetros están dados por:

$$k = \frac{(\lambda_1 - \xi)}{\lambda_2} - 2, \alpha = (1 + k)(\lambda_1 - \xi) \quad (3.49)$$

Si ξ es desconocida, los parámetros están dados por:

$$k = \frac{(1 - 3\tau_3)}{(1 + \tau_3)}, \alpha = (1 + k)(2 + k)\lambda_2, \xi = \lambda_1 - (2 + k)\lambda_2 \quad (3.50)$$

Generalizada de valores extremos: 3 parámetros: ξ (*localización*), α (*escala*), k (*forma*); rango: $x: -\infty < x \leq \xi + \frac{\alpha}{k}$ si $k > 0$; $-\infty < x < \infty$ si $k = 0$; $\xi + \frac{\alpha}{k} \leq x < \infty$ si $k < 0$.

Para estimar k , no existe solución explícita, se da una aproximación obtenida por Hosking, *et al.* (1985):

$$k = 7.8590c + 2.9554c^2, c = \frac{2}{3 + \tau_3} - \frac{\log 2}{\log 3} \quad (3.51)$$

Los otros parámetros están dados por:

$$\alpha = \frac{\lambda_2 k}{(1 - 2^{-k})\Gamma(1 + k)}, \xi = \lambda_1 - \frac{\alpha\{1 - \Gamma(1 + k)\}}{k} \quad (3.52)$$

Logística generalizada: 3 parámetros: ξ (*localización*), α (*escala*), k (*forma*); rango: $x: -\infty < x \leq \xi + \frac{\alpha}{k}$ si $k > 0$; $-\infty < x < \infty$ si $k = 0$; $\xi + \frac{\alpha}{k} \leq x < \infty$ si $k < 0$. Los parámetros están dados por:

$$k = -\tau_3, \alpha = \frac{\lambda_2 \sin k \pi}{k\pi}, \xi = \lambda_1 - \alpha \left(\frac{1}{k} - \frac{\pi}{\sin k \pi} \right) \quad (3.53)$$

Log-normal: 3 parámetros: ξ (*localización*), α (*escala*), k (*forma*); rango: $x: -\infty < x \leq \xi + \frac{\alpha}{k}$ si $k > 0$; $-\infty < x < \infty$ si $k = 0$; $\xi + \frac{\alpha}{k} \leq x < \infty$ si $k < 0$. Los parámetros están dados por:

El parámetro de forma k es una función de τ_3 . No existe solución explícita, pero existen buenas aproximaciones para $|\tau_3| \leq 0.94$ correspondiente a $|k| \leq 3$.

$$k \approx -\tau_3 \frac{E_0 + E_1 \tau_3^2 + E_2 \tau_3^4 + E_3 \tau_3^6}{1 + F_1 \tau_3^2 + F_2 \tau_3^4 + F_3 \tau_3^6} \quad (3.54)$$

Los coeficientes que se usan para la aproximación están en la Figura 3.4, los otros parámetros están dados por:

$$\alpha = \frac{\lambda_2 k e^{-k^2/2}}{1 - 2\Phi(-k/\sqrt{2})}, \xi = \lambda_1 - \frac{\alpha}{k} (1 - e^{-k^2/2}) \quad (3.55)$$

Pearson tipo III: 3 parámetros: μ (*localización*), σ (*escala*), γ (*forma*); rango: si $\gamma \neq 0$, sea $\alpha = \frac{4}{\gamma^2}$, $\beta = \frac{1}{2}\sigma|\gamma|$ y $\xi = \mu - 2\sigma/\gamma$. Si $\gamma > 0$ $x: \xi \leq x < \infty$, si $\gamma = 0$ $x: N, -\infty < x < \infty$, y si $\gamma < 0$ $x: -\infty < x \leq \xi$.

Para estimar los parámetros, si $0 < |\tau_3| < \frac{1}{3}$, sea $z = 3\pi\tau_3^2$

$$\alpha \approx \frac{1 + 0.2906z}{z + 0.1882z^2 + 0.0442z^3} \quad (3.56)$$

Y si $\frac{1}{3} \leq |\tau_3| < 1$, sea $z = 1 - |\tau_3|$, entonces:

$$\alpha \approx \frac{0.36067z - 0.59567z^2 + 0.25361z^3}{1 - 2.78861z + 2.56096z^2 - 0.77045z^3} \quad (3.57)$$

Dado α , el resto de los parámetros se obtienen de:

$$\gamma = 2\alpha^{-\frac{1}{2}}\text{sign}(\tau_3), \sigma = \frac{\lambda_2 \pi^{\frac{1}{2}} \alpha^{\frac{1}{2}} \Gamma(\alpha)}{\Gamma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)}, \mu = \lambda_1 \quad (3.58)$$

Kappa: 4 parámetros: ξ (*localización*), α (*escala*) k y h ; rango: x : en límite superior $\xi + \frac{\alpha}{k}$ si $k > 0$, ∞ si $k \leq 0$; en límite inferior $\xi + \frac{\alpha(1-h^{-k})}{k}$ si $h > 0$, $\xi + \frac{\alpha}{k}$ si $h > 0$, $\xi + \frac{\alpha}{k}$ si $h \leq 0$ y $k < 0$ y $-\infty$ si $h \leq 0$ y $k \geq 0$.

No existen expresiones simples para los parámetros en términos de L-momentos. Sin embargo, se pueden hacer aproximaciones mediante métodos numéricos.

4 MATERIALES Y MÉTODOS

4.1 Zona de estudio

Para propósitos de administración de las aguas nacionales, la Conagua definió 731 cuencas hidrológicas. Las cuencas del país se encuentran organizadas en 37 regiones hidrológicas (RH). (CONAGUA, 2018) que se ilustran en el Cuadro 4.1 y Figura 4.1.

Cuadro 4.1. Regiones hidrológicas de México.

Clave	RH	Extensión territorial (km ²)	Número de cuencas hidrológicas	Clave	RH	Extensión territorial continental (km ²)	Número de cuencas hidrológicas
1	B.C. Noroeste	28,492	16	20	Costa Chica de Guerrero	39,936	32
2	B.C. Centro Oeste	44,314	16	21	Costa de Oaxaca	10,514	19
3	B.C. Suroeste	29,722	15	22	Tehuantepec	16,363	15
4	B.C. Noreste	14,418	8	23	Costa de Chiapas	12,293	25
5	B.C. Centro Este	13,626	15	24	Bravo Conchos	229,740	37
6	B.C. Sureste	11,558	14	25	San Fernando Soto La Mar.	54,961	45
7	Río Colorado	6,911	4	26	Panuco	96,989	77
8	Sonora Norte	61,429	9	27	Norte de Veracruz	26,596	12
9	Sonora Sur	139,370	16	28	Papaloapan	57,355	18
10	Sinaloa	103,483	30	29	Coatzacoalcos	30,217	15
11	Presidio-San Pedro	51,717	26	30	Grijalva-Usumacinta	102,465	83
12	Lerma Santiago	132,916	58	31	Yucatán Oeste	25,443	7
13	Huicicila	5,225	6	32	Yucatán Norte	58,135	2
14	Río Ameca	12,255	9	33	Yucatán Este	38,308	6
15	Costa de Jalisco	12,967	11	34	Cuencas Cerradas del Nte	90,829	22
16	Armería-Coahuayana	17,628	10	35	Mapimí	62,639	6
17	Costa de Michoacán	9,205	6	36	Nazas Aguanaval	93,032	16
18	Balsas	118,268	15	37	El Salado	87,801	8
19	Costa Grande de Guerrero	12,132	28				



Figura 4.1. Regiones hidrológicas de México/ localización de la RH 12

El área de estudio de este trabajo es la R.H. 12 Lerma-Santiago, la cual se ubica en el centro y occidente de la República mexicana, comprende una extensión territorial de aproximadamente 132,916 km², en la que se localizan parcialmente los estados de Aguascalientes, Durango, Guanajuato, Jalisco, Estado de México, Michoacán, Nayarit, Querétaro y Zacatecas; con un total de 255 municipios que representan el 7% de la superficie del país.

Situada entre los meridianos 99° y 106° y los paralelos 19° y 24°, colinda el norte con las RH 11 y la RH 36, al este con la RH 37 y la RH 26, al sur con la RH 18 y la RH 16 y al oeste con la RH 14 y la RH 13. (INEGI, 1998).

En cuanto a clima, en la RH 12 (por su localización geográfica), se encuentra predominancia de climas templados subhúmedos y semi-cálidos, esto de acuerdo con la clasificación mundial de tipos de clima, del alemán Wladimir Köppen (1936), modificada por Enriqueta García (García, 2005) y se encuentran distribuidos como se muestra en la Figura 4.2.

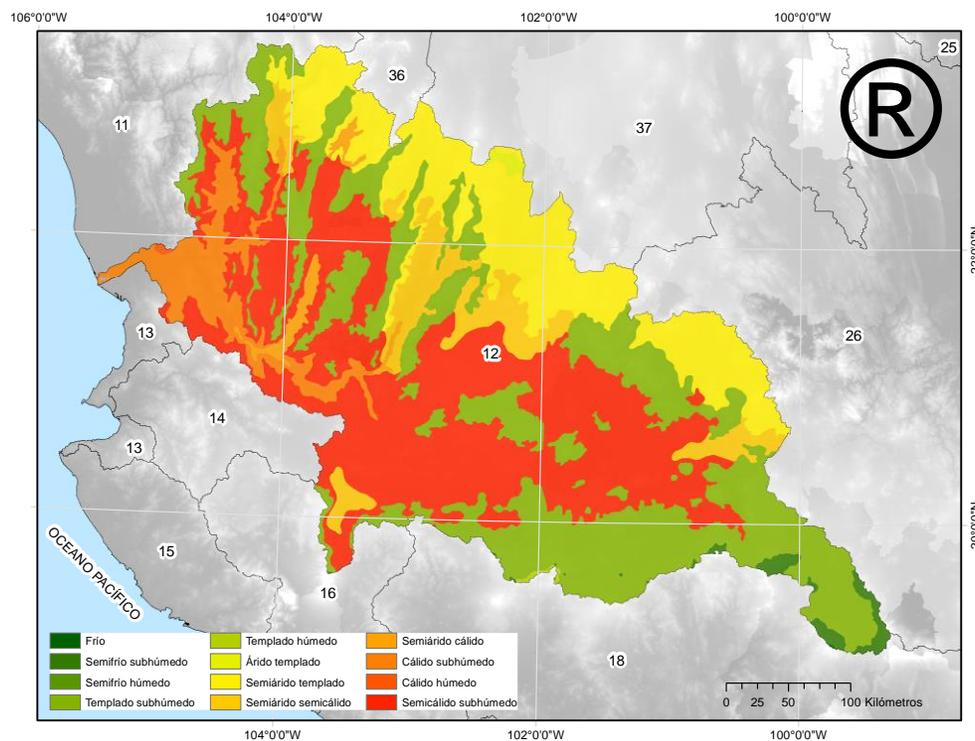


Figura 4.2. Climas en la región.

La precipitación máxima se concentra en los meses de junio, julio y agosto, y puede alcanzar durante estos meses una cantidad cercana al 90% de la lluvia anual. Para el periodo 1981-2010, la precipitación normal promedio de la región fue 717 mm anuales y se distribuyó como se muestra en la Figura 4.3.

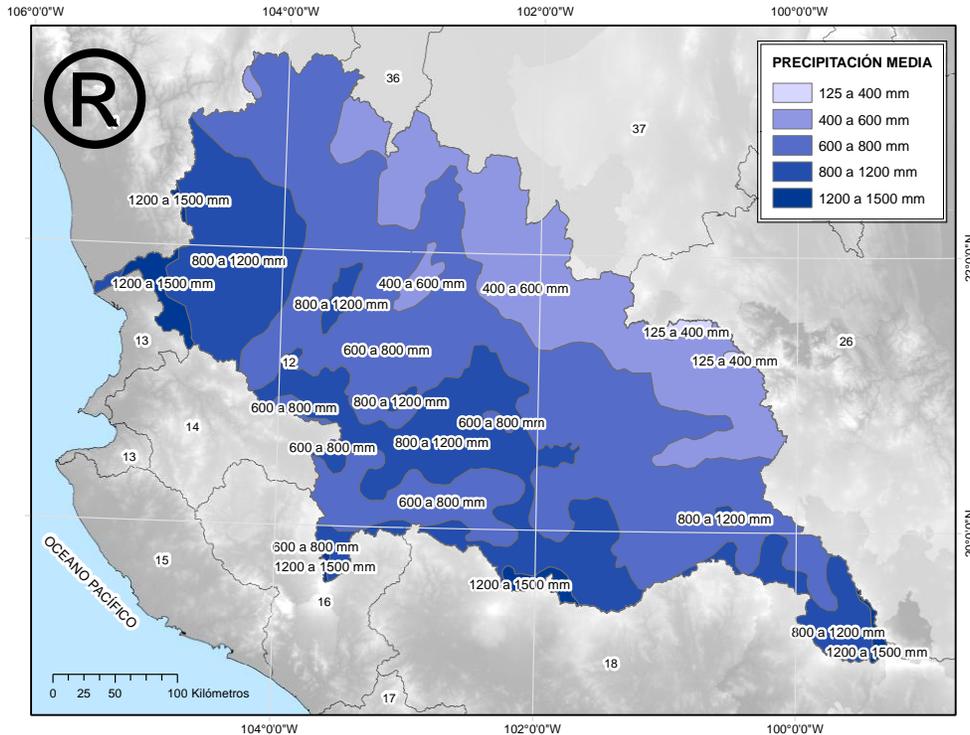


Figura 4.3. Distribución de la precipitación en la región.

La región se drena por una serie de corrientes perennes y subcolectores intermitentes que presentan un patrón de drenaje dentrítico, y en algunas regiones volcánicas la red hídrica es radial; su dirección de escurrimiento es de sureste a noroeste.

El río Lerma constituye uno de los sistemas hidrológicos más importantes del país (Figura 4.4), recorre un total de 1180 km desde su origen, hasta su desembocadura en el océano pacífico. El colector está dividido por una depresión natural que dio origen al lago de Chapala, el vaso natural más grande del país y tercero en Latinoamérica. De esta extensión 60% corresponde al río Lerma y 40% al río Santiago.

Este sistema inicia con el nacimiento del río Lerma, en los manantiales de Almoloya del río, al sureste de Toluca, sigue a través del Estado de México, traza la división física entre los estados de Querétaro y Michoacán, se dirige al noroeste cruzando por Guanajuato, continúa al sur y separa los estados de Guanajuato, Michoacán y Jalisco y descarga en el lago de Chapala, con un recorrido aproximado de 708 km. Del lago nace el río Santiago que se desarrolla a través del estado de Jalisco y desemboca en el océano Pacífico a 16 km de San Blas, Nayarit, con un recorrido aproximado de 472 km.

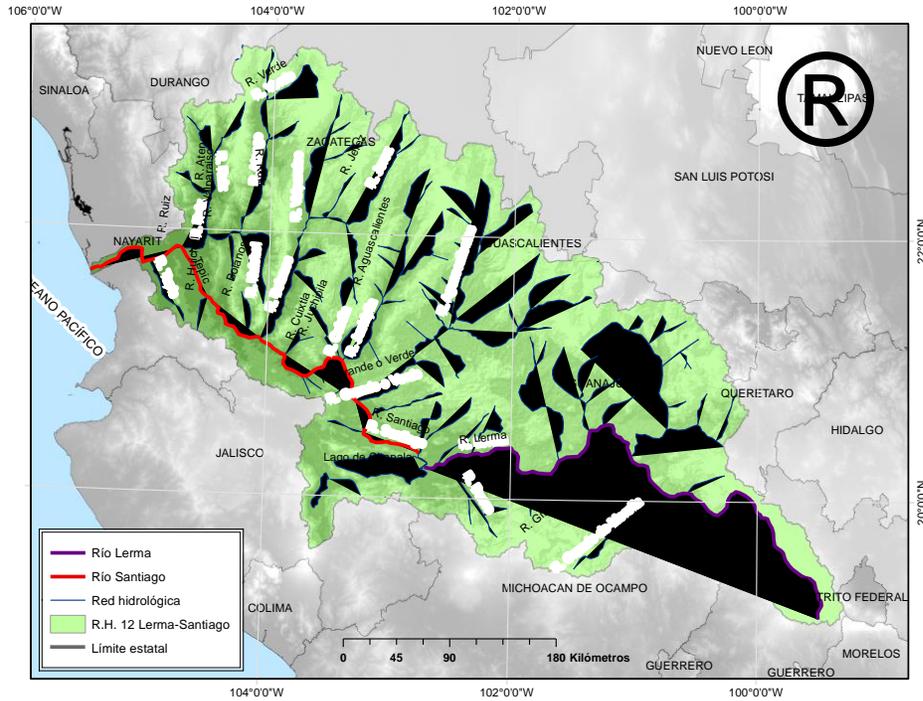


Figura 4.4. Configuración hidrológica de la RH 12

Las características morfológicas son muy variadas, desde zonas montañosas hasta planicies, depresiones, cuencas cerradas y grandes lagos, entre los que se destaca el lago de Chapala (el más grande del país) y una zona costera correspondiente a la desembocadura de la cuenca (Figura 4.5).

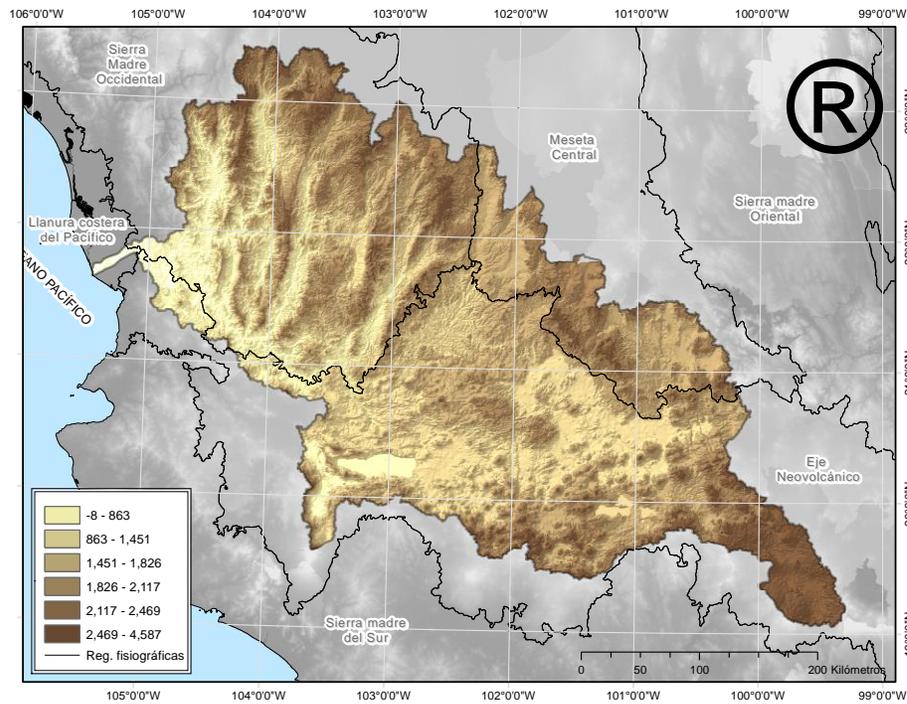


Figura 4.5. Morfología de la R.H. 12 Lerma-Santiago

La región se encuentra parcialmente dentro de tres provincias fisiográficas (ver Figura 4.5): el eje neovolcánico que cubre el 47% del territorio, correspondiente a Michoacán, Jalisco, Guanajuato, Querétaro y estado de México; la meseta central que ocupa el 12.57% de la región, con porciones en los estados de Querétaro, Guanajuato, Jalisco, Aguascalientes y Zacatecas; así como la Sierra Madre Occidental que comprende el 39.71% del área de estudio con fracciones de los estados de Jalisco, Nayarit, Zacatecas, Aguascalientes y Durango.

El principal uso de suelo es la agricultura, aproximadamente el 37% del territorio, principalmente en la región del medio Lerma (Guanajuato, Estado de México y Jalisco) con cultivos de maíz, frijol, trigo, fresa, chile, alfalfa, legumbres y frutales. En orden de importancia, de acuerdo al área ocupada, siguen los bosques que comprenden el 23.81% de ésta. Los bosques se concentran hacia el noroeste en la subregión del bajo Santiago, abundan los bosques de pino, oyamel, encino y pino-encino.

El Producto Interno Bruto (PIB) de los municipios que integran la región, equivalía en el año 2008 al 17 por ciento del PIB nacional, lo que la convierte en la segunda en importancia del país. Las actividades económicas predominantes en la región, con relación a su fuerte vinculación con el agua, son: la agricultura y los servicios turísticos. (CONAGUA 2018)

4.2 Materiales

4.2.1 Base de datos climatológica

La información climatológica es de gran importancia para todos los sectores de la sociedad; en México es colectada, administrada y provista por el Servicio Meteorológico Nacional (SMN), de la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA).

En 2009 la subgerencia de comunicación y desarrollo institucional desarrolló una herramienta que permite consultar los registros de base de datos climatológica, en tres de sus variables: evaporación, lluvia y temperatura (máximas y mínimas, cuando es posible) a través de internet con una aplicación de *Google Earth* (Figura 4.6), disponible en: <https://smn.conagua.gob.mx/es/climatologia/informacion-climatologica/informacion-estadistica-climatologica>, que enlaza al reservorio en línea de recursos disponibles para la estación seleccionada (SMN-CONAGUA, 2010).

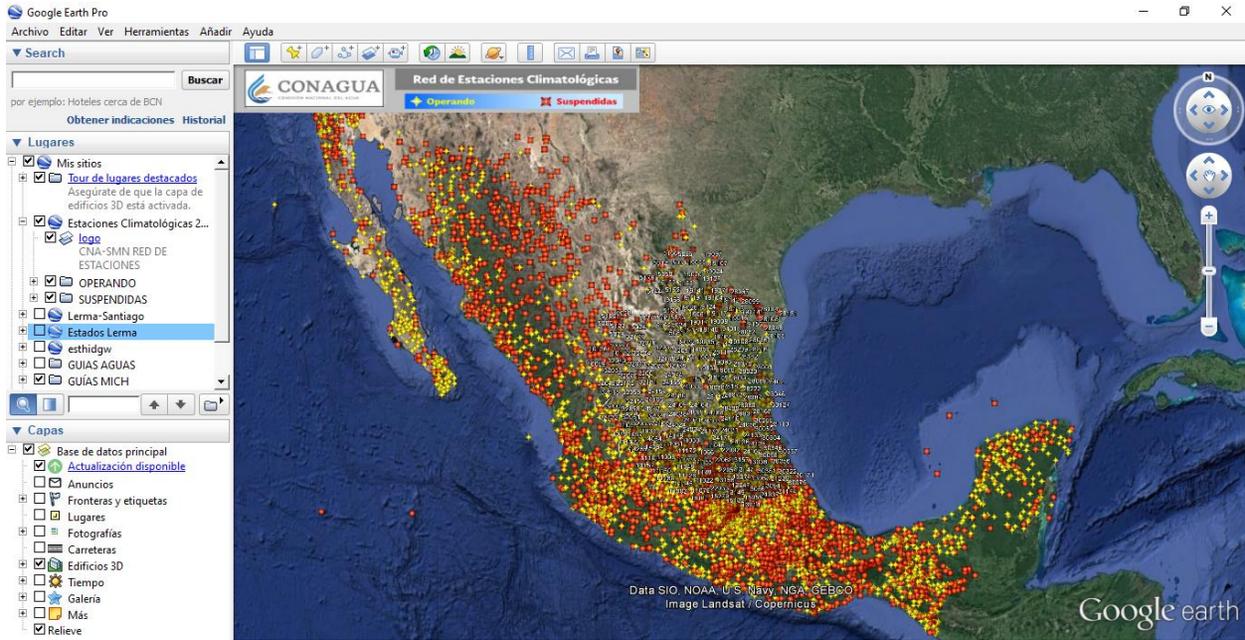


Figura 4.6. Aplicación de Google Earth del SMN-CONAGUA de información climatológica

En el país existen 5,420 estaciones climatológicas de las cuales se encuentran operando 3,200 y 2,220 suspendidas, representadas en la Figura 4.6 con íconos de color amarillo y rojo respectivamente.

Dependiendo de la información disponible, en la estación, puede haber datos de climatología diaria, estadística general, normales (si se tienen series de 10 o más años), valores extremos o valores mensuales.

4.2.2 Información geográfica digital

La información geográfica digital, para la realización de mapas, que se utilizó fue: límites continentales, límites estatales, límites de regiones hidrológicas, cuencas hidrológicas, características fisiográficas, de relieve, climáticas, entre otras.

Del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) por medio del sitio: <https://www.inegi.org.mx/> se obtuvieron datos vectoriales, de límites, hidrografía y unidades climáticas, en formato *Shapefile* (.shp), así como la parte del continuo mexicano de elevaciones (CEM) que abarca la región de estudio, archivo ráster con resolución de 15 m en formato de banda intercalada por línea (.bil).

De la Comisión Nacional para el conocimiento y uso de la Biodiversidad (CONABIO), a través del sitio: <http://www.conabio.gob.mx/>, se obtuvieron en formato *shapefile* (.shp) los límites de cuencas y regiones hidrológicas, así como de clima y de otros recursos naturales.

4.2.3 Software

Para analizar, procesar y presentar la información, se recurrió a diferentes programas de computadora (*software*), de uso común como la paquetería de Office y especializados, se describe brevemente aquellos útiles a la investigación.

R y RStudio

R es un entorno de software libre para gráficos y computación estadística. RStudio es un entorno de desarrollo integrado (IDE) para R. Incluye una consola, un editor de resaltado de sintaxis que admite la ejecución directa de código, así como herramientas para el trazado, el historial, la depuración y la gestión del espacio de trabajo. (R-project, 2020).

RStudio está disponible en ediciones comerciales y de código abierto, que se ejecuta en el escritorio (Windows, Mac y Linux) o en un navegador conectado a RStudio Server o RStudio Server Pro (Debian / Ubuntu, Red Hat / CentOS y SUSE Linux). (R-project, 2020).

Se eligió la versión de código abierto para Windows, de R y Rstudio disponible en <https://www.r-project.org/> y <https://rstudio.com/products/rstudio/> respectivamente.

L-RAP

L-RAP (L-moments Regional Analysis Program) es un software diseñado para realizar análisis de frecuencia regional utilizando L-Momentos para conjuntos de datos compuestos por mediciones del mismo fenómeno observado en múltiples sitios. L-RAP se desarrolló inicialmente para realizar análisis de datos climáticos y de recursos hídricos que se observan en múltiples sitios sobre un periodo con una base máxima mensual, plurimestral o anual, pero el programa puede usarse para analizar datos de casi cualquier fuente. (MGS Software, LLC. 2019)

Desarrollado y comercializado por MGS Software LLC, se puede obtener en mgsengr.com/lrap.html.

ArcMap

Es una aplicación que se utiliza para crear, editar, explorar y mostrar conjuntos de datos de información geográfica. Se representa como una colección de capas y otros elementos de un mapa. Cuenta con un amplio conjunto de herramientas para realizar análisis espaciales y administrar datos de información geográfica de forma automatizada (ESRI, 2010).

AX

El programa AX.EXE ajusta distintas funciones de probabilidad a series de datos, calcula el error estándar de cada una de ellas y estima valores para diferentes períodos de retorno. Las funciones de probabilidad que contempla el programa son las siguientes: Normal, Log-normal, Gumbel, Exponencial, Gamma y doble Gumbel. Los métodos para calcular los parámetros de las funciones de probabilidad son: por momentos y por máxima verosimilitud. (CENAPRED, 1997)

4.3 Métodos

4.3.1 Selección de estaciones climatológicas

Los datos de precipitación máxima en 24 horas (máximo mensual de mediciones diarias) se encuentran en mm para la serie de años disponible (variable por estación) con registros que van de enero a diciembre.

Las estaciones seleccionadas de la red deben de ser las de máxima longitud de registro posible, se busca que satisfagan los siguientes criterios: periodo más actual, al menos 40 años de registro, no más del 10% de valores mensuales faltantes y no más de 12 meses consecutivos faltantes. (Hosking y Wallis, 1997).

Se obtuvo la información de máximos de precipitación máxima en 24 h de las estaciones dentro de la región de estudio. Se revisaron las series de datos de 727 estaciones para conocer el periodo de 40 años con mayor número de estaciones con datos y que fuera el más reciente, y se ubicaron las que cumplían con el resto de los criterios descritos previamente.

4.3.2 Cálculo de datos faltantes

Los datos o valores faltantes en un registro de lluvias son bastante frecuentes y se deben a una gran variedad de causas. En general los datos faltantes son estimados con base en los registros de las estaciones cercanas, o bien en base al propio registro, como en el método llamado racional deductivo. (Campos, 1984).

Para este estudio se eligió uno de los métodos más estudiados y utilizados para estimarlos, el del United States National Weather Service (NWS), conocido también como el cuadrado de la distancia inversa; fue elegido por ser conveniente al análisis estadístico subsecuente, se describe a continuación como se opera para llegar al (los) dato (s) faltante (s).

4.3.2.1 Método del Servicio Meteorológico Nacional de los Estados Unidos (U.S National Weather Service)

El método del servicio meteorológico nacional de los Estados Unidos (*U.S National weather service*) se ha verificado tanto teórica como empíricamente y considera que el dato faltante en una cierta estación A, puede ser estimado a partir de los datos observados en las estaciones circundantes. El método se puede aplicar para estimar valores diarios, mensuales o anuales faltantes.

Esta técnica pondera los valores observados en una cantidad W , igual al recíproco del cuadrado de la distancia (D) entre cada estación vecina y la estación A (figura 4.7). Por ejemplo, un evento de lluvia buscada P_x será:

$$P_x = \sum (P_i - W_i) / \sum W_i \quad (4.1)$$

Donde:

P_i = precipitación observada para la fecha de la faltante en las estaciones auxiliares circundantes (mínimo 2) [mm]

$W_i = 1/D_i^2$ siendo D_i la distancia entre cada estación circundante y la estación incompleta [km]

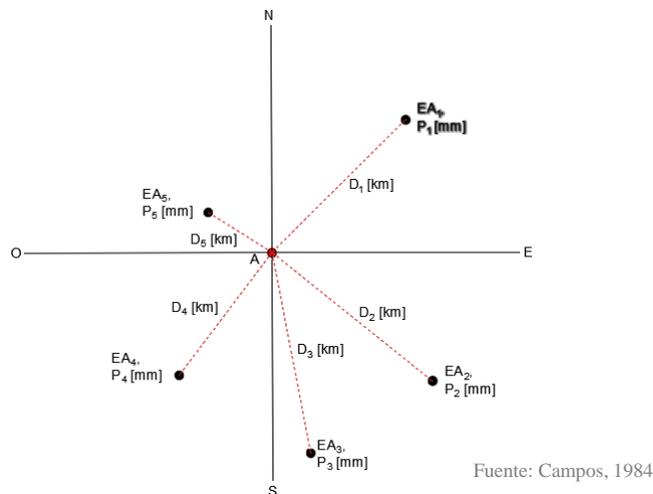


Figura 4.7. Esquema, método del inverso de la distancia.

Se ubicaron las estaciones auxiliares a cada estación con datos faltantes y se trató de seguir, en lo posible, la recomendación de Campos (1984) de utilizar cuatro estaciones auxiliares (las más cercanas) distribuidas de manera que cada una se localice en uno de los cuadrantes que definen los ejes de coordenadas que pasan por la estación incompleta.

4.3.3 Cribado de datos

El siguiente paso fue revisar que los datos fueran apropiados para el análisis, es decir, examinar las series para tratar de identificar las fallas más comunes en los registros: anotación de valores incorrectos, malas transcripciones, o cambios en las observaciones que evidenciaran el cambio en el método o instrumento de medición.

Para la identificación de valores atípicos, Barnett y Lewis (1984) proponen evaluar su existencia mediante pruebas estadísticas; la que se utilizó en este trabajo fue la propuesta por Hosking y Wallis (1997) que utiliza L-momentos que hacen posible la obtención de información útil al comparar los cocientes de L-momentos muestrales (L-momentos *ratios* muestrales) de diferentes sitios.

4.3.3.1 Medida de discordancia

La forma concreta en que se utilizaron los L-momentos muestrales (los cocientes de estos) en un solo estadístico es con la medida de la discordancia entre el cociente de L-momentos de un sitio y la media de los cocientes de L-momentos de un grupo de sitios “similares”, como se describe a continuación:

Supóngase que hay N sitios en el grupo. Sea $u_i = [t^{(i)} \quad t_3^i \quad t_4^{(i)}]^T$ un vector que contiene los valores t , t_3 y t_4 del sitio i : el superíndice T denota la transposición del vector o matriz.

Sea:

$$\bar{u} = N^{-1} \sum_{i=1}^N u_i \quad (4.2)$$

El promedio (no ponderado). Defínase la matriz de suma de cuadrados y productos cruzados

$$A = \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})(u_i - \bar{u})^T \quad (4.3)$$

Se define la medida de discordancia para el sitio i como:

$$D_i = \frac{1}{3} N(u_i - \bar{u})^T A^{-1} (u_i - \bar{u}) \quad (4.4)$$

Se declara discordante el sitio i si D_i es grande. La definición de “grande” depende del número de sitios en el grupo, Hosking y Wallis (1997) sugieren que se considere un sitio como discordante si el valor de D_i excede los valores críticos expuestos en el Cuadro 4.2.

Cuadro 4.2. Valores críticos para el estadístico de discordancia D_i

No. de lugares en la región	Valor crítico	No. de lugares en la región	Valor crítico
5	1.333	11	2.632
6	1.648	12	2.757
7	1.917	13	2.869
8	2.140	14	2.971
9	2.329	≥ 15	3.000
10	2.491		

La medida de discordancia se aplicó al grupo de sitios, todos dentro del área geográfica del estudio. Los sitios con errores graves en sus datos se destacan de los otros sitios y se marcaron como discordantes.

Los sitios marcados como discordantes en esta etapa fueron examinados a detalle para detectar errores en el registro o transcripción de datos u otras fuentes de falta de confiabilidad en los datos.

4.3.3.2 Independencia y estacionariedad

Como parte de la etapa de cribado de datos se llevaron a cabo pruebas estadísticas de independencia y estacionariedad de las series de datos. Las primeras, para revisar que las series de datos fueran independientes dentro de sí mismas (requisito para llevar a cabo el análisis de frecuencias). Las segundas para verificar que no existieran tendencias significativas respecto a la tendencia central.

Independencia: la prueba de independencia se llevó a cabo al calcular el coeficiente de correlación “serial” ($lag-1$, coeficiente de autocorrelación) para la serie de datos de cada estación; Bowerman *et al.* (2006) establecieron que este coeficiente de autocorrelación es fundamental en el estudio de series de tiempo.

En este estudio se ejecutó una prueba de autocorrelación simple, que mide la relación lineal entre las observaciones de una serie de datos Y_t en un lapso de tiempo k . A este lapso de tiempo k se le conoce como retardo o retraso (lag). Este retardo denota el periodo de tiempo entre los valores de la serie, para el cual se mide el tipo y grado de correlación de la variable considerada.

Estos coeficientes de autocorrelación varían entre +1 y -1. Un valor aproximado a +1 implica una fuerte relación entre dos observaciones separadas k unidades de tiempo, signo (+), denota una relación directa entre las dos observaciones. Un coeficiente de correlación cercano a -1 expresa que la relación entre las observaciones es inversa. Un coeficiente de 0 indica que los dos valores de una misma serie de tiempo no están relacionados. (Makridakis, 1985).

El cálculo del coeficiente de autocorrelación simple (r_k) entre observaciones que se encuentra a k periodos de distancia se realizó por medio de la siguiente expresión Bowerman, *et al.* 2006):

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (4.5)$$

Donde:

\bar{Y} : *media de los valores de la serie*

Y_t : *observación en el periodo t*

Y_{t+k} : *observación en el periodo con k retrasos*

n : *número total de periodos*

En la práctica, cuando se tienen datos sin correlación; r_k puede ser diferente de cero, con lo que surge el problema de establecer un intervalo alrededor de $r_k = 0$ que ayude a evaluar si la diferencia de cero del coeficiente r_k es significativa o no.

Para examinar lo anterior, se llevó a cabo una prueba estándar de t en la cual la hipótesis nula es que el coeficiente de correlación serial global es cero para un tamaño de muestra igual a la longitud del registro promedio global para el conjunto de estaciones.

El incumplimiento de este supuesto podría traer como consecuencia que los valores obtenidos para los estimadores de los parámetros de la recta de regresión no sean los correctos, esto implica que los resultados de las pruebas de significación estadística de los mismos no sean válidos, e incluso que las predicciones que se realicen a partir de determinada ecuación no tengan la eficiencia deseada.

Estacionariedad: Intuitivamente el concepto se refiere a que las propiedades de la serie no varían con respecto al tiempo. En otras palabras, significa que su variación (la forma en la que cambia) no cambia en función del tiempo.

La prueba de estacionariedad se realizó al dividir cada elemento de la serie de datos en una estación por la media en el sitio y luego restando 2000 del año de ocurrencia.

Luego, se configuró una gráfica de series de tiempo y se utilizaron métodos de regresión lineal estándar para calcular una intersección y una pendiente. Una muestra perfectamente estacionaria tendría un valor de intersección (Alfa) de 1.00 (en el año 2000) y una pendiente (Beta) de cero durante el período de registro. Se calcula un valor de pendiente global como un promedio ponderado de los valores de pendiente para cada estación ponderado por la longitud del registro.

Se realizó una prueba t estándar para examinar si el valor de la pendiente global es significativamente diferente de cero. La hipótesis nula es que el valor de la pendiente global es cero para un tamaño de muestra igual a la longitud de registro promedio global para la colección de estaciones.

Si hay estacionariedad, estaríamos prediciendo que las características estadísticas de nuestra serie de tiempo serán las mismas en el futuro como en el pasado.

En el apartado de resultados se reportan únicamente los diagnósticos de independencia y estacionariedad de las estaciones, ya que estas pruebas se ejecutaron en varias ocasiones, los cálculos se llevaron a cabo utilizando R-Rstudio y L-RAP.

4.3.3.3 Estacionalidad

Se revisó la estacionalidad dentro de las series de tiempo. La estacionalidad se refiere a los movimientos de oscilación dentro del año, las estadísticas circulares son apropiadas para analizar datos que son “cíclicos” o direccionales en la naturaleza.

La media aritmética de un grupo de meses o fechas numéricas no es representativa con estadísticas muestrales convencionales porque el sistema de conteo es cíclico, no lineal. Cuando se realiza el análisis de estacionalidad de los máximos anuales o tormentas extremas se utiliza el día juliano del año para describir la fecha de ocurrencia. (Fisher, 1994)

Las estadísticas circulares para las fechas de ocurrencia utilizando el día del año juliano se calcularon de la siguiente manera:

Conversión del día juliano a dirección de brújula (ϕ_i):

$$\phi_i = 360 \left[\frac{J_i}{D_{total}} \right] \quad (4.6)$$

Se calcularon los vectores para compás de brújula:

$$S = \sum_{i=1}^n P_i [\sin(\phi_i)] \quad (4.7)$$

$$C = \sum_{i=1}^n P_i [\cos(\phi_i)] \quad (4.8)$$

Se calculó el día promedio de ocurrencia (análogo a la media aritmética, Dingman, 2001)

$$\phi_2 = \text{ArcTan}(S/C) \quad (4.9)$$

$$\phi_m = \phi_2 \quad \text{si: } S > 0 \text{ y } C > 0 \quad (4.10)$$

$$\phi_m = \phi_2 + 180^\circ \quad \text{si: } C < 0 \quad (4.11)$$

$$\phi_m = \phi_2 + 360^\circ \quad \text{si: } S < 0 \text{ y } C > 0 \quad (4.12)$$

$$J_m = 365 \phi_m \quad (4.13)$$

Y finalmente se calculó el índice de estacionalidad (análogo a la medida estandarizada de la variación, Dingman, 2001):

$$IE = \sqrt{(S^2 - C^2)} / P_{Total} \quad (4.14)$$

En donde P_{total} se calculó como:

$$P_{Total} = \sum_{i=1}^n P_i \quad (4.15)$$

Para las ecuaciones (4.6) a (4.15) tenemos:

J_i : día juliano de la fecha de interés

D_{total} : número de días del año

P_i : el dato para una fecha determinada (J_i)

n : número total de datos

4.3.4 Formación de regiones homogéneas

De todas las etapas del análisis regional de frecuencias, la identificación de las regiones homogéneas es usualmente la más difícil y requiere cantidades enormes de criterio.

Con el tiempo, los autores han propuesto métodos para formar grupos de sitios similares en la aplicación del análisis regional de frecuencias. El análisis de conglomerados o “*cluster*” es un método estándar de la estadística multivariada para dividir un grupo de datos y ha sido exitoso al formar regiones a priori para el análisis regional de frecuencias. (Hosking y Wallis, 1997).

4.3.4.1 Análisis de conglomerados

En este tipo de análisis la meta es la reducción del número de filas de la matriz de datos $X_{n \times p}$. La idea es combinar las observaciones (es decir, las filas de X) en grupos relativamente homogéneos llamados conglomerados (*clústers*). Las observaciones del mismo grupo estarán, en algún sentido, “cerca”. Por tanto, es necesario considerar medidas de similaridad o distancia entre observaciones.

Se detalla a continuación el algoritmo del método de k-medias para el análisis de conglomerados, como lo describe Rencher (2002), que es el método de optimización utilizado para formar las regiones *a priori* en este trabajo.

Nota: Se usa la notación g en lugar de k para el número de conglomerados.

Una de las razones para elegir este método sobre los métodos jerárquicos, es que permite que los elementos se muevan de un conglomerado a otro, una reasignación que no está disponible en los métodos jerárquicos.

- Se seleccionan g elementos para que sirvan como semillas. Estos son luego reemplazados por los centroides (vectores medios) de los grupos.
- Una vez elegidas las semillas, cada punto restante del conjunto de datos se asigna al grupo con la semilla más cercana (según la distancia euclidiana). Ya que un grupo tiene más de un miembro, la semilla del grupo se reemplaza por el centroide.
- Ya que se asignaron todos los elementos a los grupos, se examina cada elemento para ver si está más cerca del centroide de otro grupo que del centroide de su propio grupo. Si es así, el elemento se mueve al nuevo grupo y los dos centroides del grupo se actualizan. Este proceso continúa hasta que no sea posible ninguna mejora adicional.

Para estos métodos de selección de semillas, se debe especificar el número de conglomerados, g . Como alternativa, se puede especificar una distancia mínima entre semillas, y luego todos los elementos que satisfacen este criterio se eligen como semillas.

Este método se ejecutó de forma automática mediante la utilización R-Rstudio, con la rutina “k.means”.

4.3.4.2 Prueba de heterogeneidad

Se llevó a cabo esta prueba para estimar el grado de heterogeneidad en un grupo de sitios y evaluar si se consideraban estos como una región homogénea.

Para la ejecución de la prueba de heterogeneidad se siguen las siguientes etapas matemáticas: se considera que cada región propuesta tiene N sitios, en donde el sitio i tiene una longitud de registro n_i y cocientes de L-momentos muestrales $t^{(i)}$, $t_3^{(i)}$ y $t_4^{(i)}$.

Sean t^R , $t_3^{(R)}$ y $t_4^{(R)}$ los promedios regionales de L-CV, L-asimetría y L-curtosis ponderados proporcionalmente a la longitud de registro de los sitios; que se obtienen de:

$$t^R = \frac{\sum_{i=1}^N n_i t^{(i)}}{\sum_{i=1}^N n_i} \quad (4.16)$$

Se calcula la desviación estándar ponderada de los L-Cv muestrales en el sitio i .

$$V = \left\{ \sum_{i=1}^N n_i (t^{(i)} - t^R)^2 / \sum_{i=1}^N n_i \right\}^{1/2} \quad (4.17)$$

Se ajusta al promedio regional de los cocientes de L-momentos 1, t^R , $t_3^{(R)}$ y $t_4^{(R)}$ a una distribución Kappa. (Apartado 3.2.5; una descripción completa de esta distribución se encuentra en el apéndice A.10 del libro “*Regional frequency analysis*” de Hosking Y Wallis, 1997).

Se simula un número grande (N_{sim}) de realizaciones de la región con N sitios (mediante simulaciones tipo Montecarlo en R), cada una teniendo esta distribución Kappa y su correspondiente distribución de frecuencias. Las regiones simuladas son homogéneas y no existe correlación cruzada o correlación serial; los sitios tienen las mismas longitudes de registro que tienen sus contrapartes en la realidad, para cada región simulada se calcula V , con la Ecuación (4.17).

A partir de las simulaciones se determina la media y la desviación estándar de los valores de N_{sim} de V , llámense μ_V y σ_V respectivamente.

Se calcula la medida de heterogeneidad como:

$$H = \frac{(V - \mu_V)}{\sigma_V} \quad (4.18)$$

Este valor de H se compara con los valores críticos presentados en el Cuadro 4.3 para decidir si una región se considera homogénea o no.

Cuadro 4.3. Guía para la aceptación o rechazo de una región, prueba de heterogeneidad.

Medida de heterogeneidad	Decisión sobre región homogénea
$H \leq 2$	La región propuesta es aceptablemente homogénea.
$2 < H \leq 3$	Heterogeneidad marginal, se recomienda reasignar sitios.
$3 < H$	La región propuesta es probablemente heterogénea. Es necesaria la reasignación de algunos sitios

4.3.5 Elección de una función de distribución de frecuencia

En el análisis regional una sola distribución de frecuencia es ajustada a los datos de varios sitios. En esta clase de análisis, los periodos de retorno de diseño, comúnmente exceden varias veces la amplitud del registro disponible en años, entonces las predicciones buscadas son extrapolaciones de los datos disponibles.

El error principal inherente a tales extrapolaciones radica en aceptar que la función de distribución probabilidad (FDP) adoptada y ajustada a los datos, es válida más allá de la magnitud máxima de los valores disponibles. Como Campos, (2016) indica, para reducir el error mencionado, se adoptaron FDP flexibles, es decir, aquellas caracterizadas por tres parámetros de ajuste: logística generalizada, generalizada de valores extremos, log-normal, generalizada de Pareto y Pearson tipo III.

Cuando varias distribuciones se ajustan adecuadamente a los datos, cualquiera de ellas es una elección razonable para su uso en el análisis final y la mejor elección será la distribución que sea más robusta, es decir, la que sea capaz de dar las mejores estimaciones cuantiles.

4.3.5.1 Medida de la bondad de ajuste

Cuando se tiene un conjunto de datos que constituyen una región homogénea, se busca probar si cierta FDP se ajusta aceptablemente a los datos.

La región tiene N sitios, tenga el sitio i n_i datos y cocientes de L-momentos (L-momentos ratios) de la muestra: $t^{(i)}, t_3^{(i)}$ y $t_4^{(i)}$. Sean $t^{(R)}, t_3^{(R)}$ Y $t_4^{(R)}$ la media regional de los parámetros: L-

Cv, L-asimetría y L-curtosis, ponderados proporcionalmente a las longitudes de registro de cada sitio.

Se probaron las FDP de tres parámetros mencionadas con anterioridad (logística generalizada, generalizada de valores extremos, log-normal, generalizada de Pareto y Pearson tipo III).

Se ajustó cada distribución a la media regional de los L-momentos: $1, t^{(R)}, t_3^{(R)}$. Se denota como τ_4^{DIST} la L-curtosis de la distribución ajustada, donde DIST puede ser GLo, GEV, etc.

Se hizo el ajuste del promedio regional de los cocientes de L-momentos: $1, t^R, t_3^{(R)}$ y $t_4^{(R)}$ a una distribución Kappa.

Se simuló un número grande (N_{sim}) de realizaciones de una región con N sitios (500 simulaciones), cada una teniendo esta distribución Kappa y su correspondiente distribución de frecuencias. Este procedimiento es análogo al descrito en las pruebas de heterogeneidad.

Se calcula del sesgo de $t_4^{(R)}$

$$B_4 = N_{sim}^{-1} \sum_{m=1}^{N_{sim}} (t_4^{[m]} - t_4^R) \quad (4.19)$$

Y su desviación estándar

$$\sigma_4 = \left[(N_{sim} - 1)^{-1} \left\{ \sum_{m=1}^{N_{sim}} (t_4^{[m]} - t_4^R)^2 - N_{sim} B_4^2 \right\} \right]^{1/2} \quad (4.20)$$

Y, para cada distribución, la bondad de ajuste:

$$Z^{Dist} = (\tau_4^{Dist} - t_4^R + B_4) / \sigma_4 \quad (4.21)$$

Se dice que el ajuste es adecuado si Z^{DIST} es suficientemente cercana a cero, un criterio razonable es $|Z^{DIST}| \leq 1.64$

4.3.6 Estimación de la distribución de frecuencia

Después de obtener regiones homogéneas a priori, varios métodos para ajustar una distribución a los datos de una región homogénea son posibles.

El método de la avenida índice, descrito en la sección 3.1.3 usa resúmenes de estadísticas de cada uno de los sitios, y los combina para obtener estimaciones regionales (Ecuación 3.2). Cuando

los resúmenes de estadísticas son los cocientes de L-momentos (L-momentos *ratios*) de los datos en el sitio, se llama al procedimiento “algoritmo regional de L-momentos”.

El procedimiento de avenida índice con base en L-momentos no tiene ventaja teórica sobre las aproximaciones hechas con el de máxima verosimilitud, sin embargo, los cálculos que requiere tienden a ser más simples, dado que no involucran todos los datos de la región simultáneamente (Hosking y Wallis, 1997).

Las medias regionales de los cocientes de L-momentos, calculadas como parte del algoritmo regional de L-momentos, son por sí mismas útiles como resumen de las características más destacadas del conjunto de datos regionales.

Para realizar la estimación de las FDP, se refiere al lector al apartado 3.2.5, y con apoyo del *software* L-RAP se calcularon los parámetros las funciones de probabilidad que se ajustaron a las series de datos en el paso anterior; el procedimiento matemático realizado por el programa es el siguiente:

Por simplicidad se asume que la avenida índice (ecuación 3.1) es la media de la distribución de frecuencia en cada sitio y es estimada en el sitio i mediante la media de los datos en el sitio (*at site*).

Se consideran regiones con N sitios, en donde el sitio i tiene longitud de registro n_i , media muestral $\ell_1^{(i)}$, y cocientes de L-momentos muestrales $t^{(i)}, t_3^{(i)}, t_4^{(i)}, \dots$ (sección 3.2.3) sean $t^{(R)}, t_3^{(R)}, t_4^{(R)}, \dots$ la media regional de los cocientes de L-momentos, ponderados proporcionalmente a la longitud de los registros de cada sitio:

$$t^R = \frac{\sum_{i=1}^N n_i t^{(i)}}{\sum_{i=1}^N n_i} \quad (4.22)$$

$$t_r^R = \frac{\sum_{i=1}^N n_i t_r^{(i)}}{\sum_{i=1}^N n_i}, \quad r = 3, 4, \dots \quad (4.23)$$

Se establece como media regional 1, esto es $\ell_1^{(R)} = 1$.

Y se ajusta la distribución equiparando los cocientes de L-momentos $\lambda_1, \tau, \tau_3, \tau_4, \dots$, a las medias regionales de L-momentos $\ell_1^{(R)}, t^R, t_3^R, t_4^R, \dots$ calculadas anteriormente. Sea $\hat{q}(\cdot)$ la función cuantil de la distribución de frecuencia ajustada.

Las estimaciones de cuantiles en el sitio i se obtienen al combinar las estimaciones de μ_i y $q(\cdot)$. La estimación cuantil con probabilidad de no excedencia F es:

$$\hat{Q}_i(F) = \ell_1^{(i)} \hat{q}(F) \quad (4.24)$$

Tanto la estimación como la prueba de bondad de ajuste se llevó a cabo con el *software* L-RAP, para usarlo se llenan unas plantillas en Excel® con los datos de cada estación; estos se cargan en el programa y se ejecuta el análisis en la pestaña “regional analysis” (Figura 4.8)

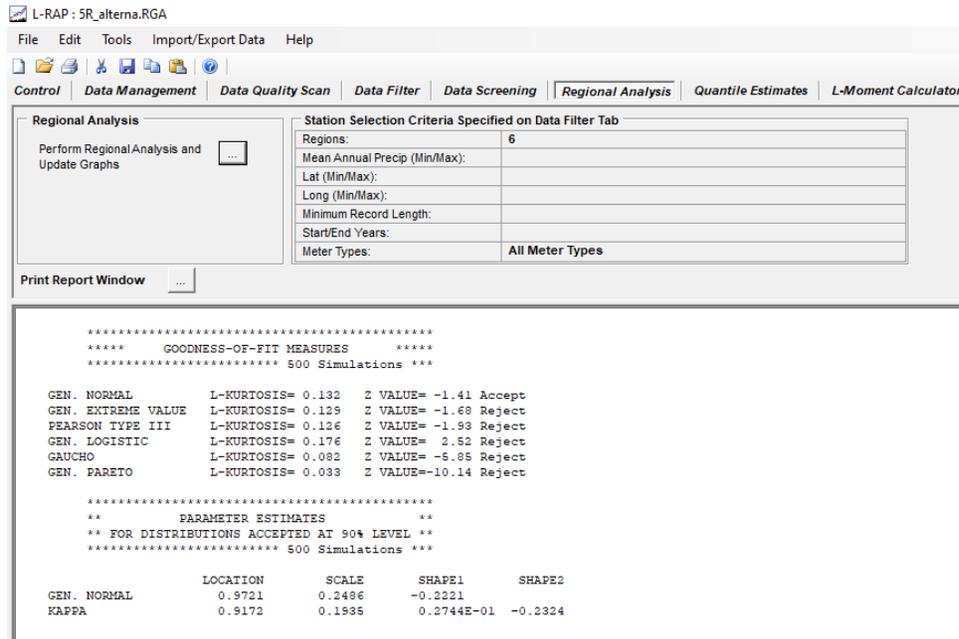


Figura 4.8. Análisis regional en L-RAP.

4.3.7 Medida cuantitativa del ajuste

Para conocer cuál de las FDP ajustadas es la “mejor” para una serie de datos, se utiliza el error estándar del ajuste (EEA), establecido a mediados de los 70’s como un indicador estadístico cuantitativo que estima la calidad del ajuste y que además permite la comparación objetiva entre las diversas funciones de distribución que se ajustan a la muestra.

Ya que las pruebas clásicas para evaluar la calidad del ajuste (Chi cuadrada y Kolmogorov-Smirnov) no son lo suficientemente poderosas para discriminar entre métodos, con propósitos de comparación se usa este otro procedimiento (Bobee, 1977). Su expresión es, según Kite (1977), citado por Campos (2016):

$$EEA = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n - np}} \quad (4.25)$$

En donde n y np son el número de datos de la muestra y de parámetros de ajuste; x_i son los datos de la muestra ordenados de menor a mayor y \hat{x}_i son los datos estimados con la solución inversa $x(F)$, para una probabilidad de no excedencia, estimada con la fórmula de Weibull. (Benson, 1962, citado por Campos, 2016)

$$P(X < x) = \frac{m}{n+1} \quad (4.26)$$

Donde m es el ordinal del dato, siendo 1 el menor y n el mayor.

5 RESULTADOS

Los resultados se muestran tratando de seguir el orden dado en la metodología, sin embargo, algunos procesos descritos, como el análisis de heterogeneidad y la medida de discordancia, se utilizan más de una vez y en diferente parte del estudio.

5.1 Información climatológica

El periodo de registro que se seleccionó es el más actual y consta de más 40 años (1976-2018, 43 años) que es el periodo mínimo que recomiendan los autores del método de análisis regional de frecuencias fundado en L-momentos (Hosking y Wallis, 1997).

Con base en los criterios expuestos en la metodología, se seleccionaron 170 estaciones (de 727 que hay en la región de estudio, suma de las que operan y las que no), de las cuales 17 tienen registros completos de precipitación máxima en 24 h (516 datos, correspondientes a 43 años de registro). El porcentaje de datos faltantes en las estaciones se detalla en el histograma de la Figura 5.1

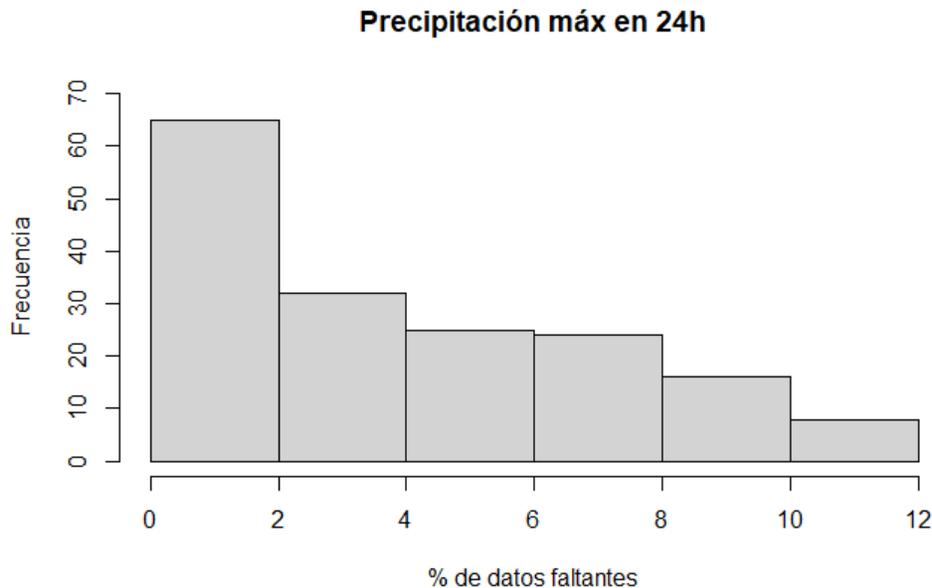


Figura 5.1. Histograma de porcentaje de datos faltantes en las estaciones seleccionadas.

De las estaciones seleccionadas, 28 están en el estado de Aguascalientes, 53 en el estado de Guanajuato, 42 en Jalisco, 20 en el Estado de México, 12 en Michoacán, 2 en Nayarit, 2 en Querétaro y 11 en Zacatecas, las cuales se distribuyen espacialmente como se observa en la Figura 5.2. Las estaciones seleccionadas y sus características generales se listan en el Cuadro 5.1.

Cuadro 5.1. Estaciones seleccionadas en la RH 12, Lerma-Santiago por características de registro.

Clave	Estación	Latitud	Longitud	Altitud (msnm)	Media ppt máx en 24 h (mm)	Periodo	% de datos generados
1004	Cañada Honda	22.001	-102.199	1,925	15.29	1976-2018	0.19%
1005	Presa El Niagara	21.781	-102.372	1,844	15.44	1976-2018	0.00%
1008	Puerto De La Concepción	22.203	-102.135	2,323	15.5	1976-2018	0.00%
1010	La Tinaja	22.164	-102.554	2,526	18.1	1976-2018	0.19%
1011	Malpaso	21.860	-102.664	1,730	14.43	1976-2018	0.39%
1012	Presa Media Luna	21.794	-102.802	1,589	16.39	1976-2018	0.58%
1013	Mesillas	22.313	-102.166	2,021	13.2	1976-2018	1.36%
1015	Palo Alto	21.916	-101.969	2,038	16.37	1976-2018	0.19%
1017	Presa Potrerillos	22.233	-102.444	2,172	15.32	1976-2018	1.16%
1018	Presa Plutarco	22.141	-102.415	2,053	14.61	1976-2018	0.00%
1019	Presa Jocoque	22.128	-102.359	2,006	14.64	1976-2018	0.00%
1020	Presa La Codorniz	21.997	-102.674	1,850	16.04	1976-2018	0.58%
1021	Rancho Viejo	22.123	-102.511	2,127	16.62	1976-2018	1.74%
1022	San Bartolo	21.748	-102.170	1,998	16.13	1976-2018	0.00%
1023	Calvillo (Dge)	21.837	-102.712	1,685	15.55	1976-2018	0.78%
1024	San Isidro	21.779	-102.104	2,004	13.81	1976-2018	0.58%
1026	Tepezala	22.224	-102.169	2,110	13.98	1976-2018	0.58%
1027	Venadero (Dge)	21.877	-102.463	2,026	14.38	1976-2018	0.97%
1028	Villa Juarez	22.101	-102.068	1,999	15.29	1976-2018	1.74%
1030	Aguascalientes	21.896	-102.309	1,889	15.05	1976-2018	0.00%
1031	El Novillo	22.019	-101.999	2,043	16.23	1976-2018	0.78%
1032	Las Fraguas	22.039	-101.893	2,086	15.03	1976-2018	1.94%
1033	Los Conos	21.898	-101.993	2,026	15.88	1976-2018	0.39%
1034	Sandoval	21.885	-102.109	2,007	13.88	1976-2018	0.39%
1045	El Tule (Dge)	22.083	-102.091	1,982	15.39	1976-2018	1.74%
1046	La Labor (Dge)	21.964	-102.697	1,785	13.76	1976-2018	1.55%
1047	Agua Zarca	21.974	-102.584	2,417	16.82	1976-2018	10.47%
1073	La Tinaja	21.809	-102.130	2,027	15.69	1976-2018	4.65%
11001	Abasolo	20.447	-101.536	1,761	17.15	1976-2018	0.19%
11002	Acambaro	20.033	-100.712	1,860	17.11	1976-2018	0.39%
11003	Agua Tibia	20.510	-101.629	1,720	15.78	1976-2018	0.19%
11004	Aldama	20.817	-101.319	1,800	12.01	1976-2018	6.98%
11005	Apaseo	20.544	-100.686	1,773	17.76	1976-2018	2.71%
11006	Apaseo El Alto	20.455	-100.621	1,875	17.48	1976-2018	5.62%
11007	Calderones	20.992	-101.227	2,357	19.82	1976-2018	1.74%
11009	Celaya (Smm)	20.536	-100.817	1,761	17.15	1976-2018	0.97%
11010	Cerano	20.101	-101.396	1,909	16.09	1976-2018	6.98%
11011	Cinco Señores	20.958	-100.893	2,062	17.76	1976-2018	1.16%
11012	Coroneo	20.198	-100.363	2,271	15.82	1976-2018	8.33%
11013	Cortazar	20.488	-100.963	1,730	16.59	1976-2018	1.55%
11014	Cueramaro	20.626	-101.676	1,732	15.63	1976-2018	0.39%
11015	Charcas	21.139	-100.331	2,114	14.31	1976-2018	7.95%
11020	El Palote	21.173	-101.696	1,837	15.84	1976-2018	0.00%
11021	El Sabino	20.281	-101.006	1,730	16.43	1976-2018	2.71%
11022	El Terrero	20.370	-100.555	2,099	16.77	1976-2018	2.91%
11023	Guanajal	21.025	-101.837	1,767	15.89	1976-2018	7.75%
11025	Hacienda De Arriba	21.231	-101.705	1,920	17.56	1976-2018	1.94%
11028	Irapuato	20.668	-101.337	1,729	16.39	1976-2018	0.00%
11031	Jerecuaro	20.143	-100.519	1,787	18.23	1976-2018	3.10%
11033	La Begoña	20.848	-100.826	1,850	15.99	1976-2018	0.39%
11034	La Golondrina	20.438	-101.742	1,849	16.54	1976-2018	7.95%
11035	La Sandia	20.921	-101.698	1,771	15.82	1976-2018	1.55%
11036	Las Adjuntas	20.675	-101.844	1,727	17.7	1976-2018	0.39%
11040	Los Castillos	21.195	-101.668	1,865	17.2	1976-2018	0.19%
11041	Los Razos	20.676	-101.149	1,768	16.57	1976-2018	5.43%
11042	Los Rodriguez	21.041	-100.641	2,009	16.89	1976-2018	7.75%
11045	Media Luna	21.233	-101.639	2,221	17.73	1976-2018	3.68%

Clave	Estación	Latitud	Longitud	Altitud (msnm)	Media ppt máx en 24 h (mm)	Periodo	% de datos generados
11048	Neutla	20.708	-100.836	1,933	16.61	1976-2018	5.62%
11049	Nuevo Valle Moreno	21.211	-101.426	2,247	17.83	1976-2018	1.74%
11050	Ocampo	21.650	-101.480	2,253	14.31	1976-2018	2.91%
11051	Peñuelitas	21.108	-100.878	1,906	16.03	1976-2018	0.78%
11052	Pericos	20.522	-101.118	1,719	15.86	1976-2018	0.19%
11053	Pozos	21.220	-100.496	2,206	16.06	1976-2018	8.33%
11055	Purísima De Bustos	21.079	-101.871	1,794	16.02	1976-2018	3.49%
11060	Salvatierra	20.214	-100.886	1,753	16.78	1976-2018	4.65%
11066	San Jose Iturbide (Smn)	21.017	-100.369	2,041	15.64	1976-2018	5.43%
11070	Santa Julia	21.072	-101.196	2,552	17.73	1976-2018	2.52%
11071	Santa Maria (Dge)	20.943	-101.430	1,768	16.75	1976-2018	0.00%
11072	Santa Rita	20.298	-101.067	1,728	17.5	1976-2018	0.00%
11076	Presa Solis	20.054	-100.673	1,901	15.76	1976-2018	4.46%
11077	Tarandacuao	19.998	-100.512	1,937	16.44	1976-2018	6.98%
11078	Tarimoro	20.287	-100.760	1,766	17.64	1976-2018	2.52%
11079	Valle De Santiago	20.383	-101.179	1,790	17.16	1976-2018	2.52%
11085	Dos Arroyos	20.834	-101.061	2,241	16.9	1976-2018	3.29%
11095	Leon (Dge)	21.136	-101.699	1,828	17.76	1976-2018	0.00%
11096	Salamanca	20.565	-101.200	1,717	17.6	1976-2018	6.40%
11099	Mariano Abasolo	20.499	-101.949	1,711	16.25	1976-2018	6.59%
11103	Valenciana	21.034	-101.256	2,147	19.53	1976-2018	6.78%
11116	Hacienda San Lucas	20.176	-100.555	2,027	15.85	1976-2018	4.26%
11122	Presa Jalpa	20.763	-100.615	1,992	17.38	1976-2018	2.71%
11165	Chichimequillas	21.042	-101.436	1,898	15.38	1976-2018	10.08%
14002	Acatlan De	20.421	-103.591	1,370	18.54	1976-2018	4.46%
14006	Ajojucar	21.563	-102.439	1,745	16.13	1976-2018	0.39%
14016	Atequiza	20.395	-103.136	1,520	19.12	1976-2018	1.94%
14018	Atoyac	20.010	-103.515	1,350	15.66	1976-2018	5.43%
14023	Bolaños	21.825	-103.783	963	15.86	1976-2018	0.39%
14026	Casa Llanta	22.059	-103.362	1,730	16.52	1976-2018	5.62%
14029	Concepcion De Buenos Aires	19.978	-103.261	1,639	19.99	1976-2018	4.07%
14038	Cuixtla	21.052	-103.439	1,000	19.32	1976-2018	0.00%
14039	Cuquio	20.928	-103.023	1,790	18.32	1976-2018	3.88%
14040	Chapala	20.290	-103.189	1,530	20.23	1976-2018	0.39%
14047	El Fuerte	20.331	-102.763	1,540	20.85	1976-2018	5.43%
14053	El Pinito	22.609	-103.948	1,684	16.12	1976-2018	2.71%
14054	El Puesto	21.626	-101.966	2,050	16.13	1976-2018	7.36%
14065	Guadalajara (Obs)	20.706	-103.392	1,551	20.44	1976-2018	0.19%
14066	Guadalajara (Dge)	20.676	-103.346	1,550	21.52	1976-2018	1.36%
14068	Hostotipaquillo	21.058	-104.051	1,300	20.48	1976-2018	7.75%
14070	Huascato	20.481	-102.249	1,619	18.81	1976-2018	1.16%
14072	Huerta Vieja	20.426	-103.242	1,550	21.62	1976-2018	2.71%
14076	Jesus Maria	20.608	-102.215	2,129	19.77	1976-2018	8.53%
14080	La Cuña	21.007	-102.823	1,490	18.22	1976-2018	4.84%
14083	Lagos De Moreno (Obs)	21.348	-101.941	1,901	15.03	1976-2018	4.07%
14084	Lagos De Moreno (Dge)	21.360	-101.921	1,884	16.06	1976-2018	3.29%
14087	La Red	20.725	-102.813	1,774	18.22	1976-2018	0.97%
14090	La Yerbabuena	20.582	-102.746	1,588	18.57	1976-2018	0.39%
14093	Magdalena	20.906	-103.980	1,380	20.18	1976-2018	6.40%
14100	Mexiticacan	21.265	-102.777	1,750	15.35	1976-2018	2.71%
14101	Michoacanejo	21.540	-102.597	1,860	15.18	1976-2018	2.52%
14113	Presa Hurtado	20.439	-103.633	1,400	19.25	1976-2018	3.88%
14114	Presa La Duquesa	21.224	-101.820	1,950	16.33	1976-2018	3.68%
14122	San Bernardo	21.632	-102.391	1,800	14.93	1976-2018	1.36%
14123	San Diego De Alejandria	20.994	-101.994	1,960	14.88	1976-2018	9.11%
14132	Tlaquepaque	20.638	-103.311	1,540	20.58	1976-2018	0.39%
14136	Santa Rosa	20.906	-103.726	1,059	19.81	1976-2018	8.53%
14144	Tenasco	22.157	-103.233	1,710	17.42	1976-2018	2.52%
14145	Teocaltiche (Dge)	21.434	-102.574	1,740	13.91	1976-2018	2.33%

Clave	Estación	Latitud	Longitud	Altitud (msnm)	Media ppt máx en 24 h (mm)	Periodo	% de datos generados
14156	Tuxcueca	20.154	-103.184	1,530	17.84	1976-2018	2.52%
14157	Union De San Antonio	21.131	-102.005	1,917	17.45	1976-2018	8.14%
14165	Villa Obregon	21.148	-102.689	1,850	16.9	1976-2018	1.94%
14167	Yahualica De Gonzalez Gallo (Smn)	21.182	-102.891	1,800	17.27	1976-2018	9.88%
14168	Zacoalco De Torres	20.228	-103.569	1,350	12.28	1976-2018	8.72%
14169	Zapopan	20.720	-103.392	1,560	20.82	1976-2018	4.26%
14266	San Gaspar De Los Reyes	21.285	-102.497	1,750	16.38	1976-2018	6.01%
15010	Atotonilco	19.462	-99.776	2,557	17.26	1976-2018	7.17%
15014	Capulhuac	19.441	-99.545	2,760	16.84	1976-2018	4.84%
15025	Ejido De Llano Grande	19.573	-99.665	2,538	18.19	1976-2018	3.68%
15029	El Tejocote	19.862	-99.918	2,449	19.02	1976-2018	3.49%
15037	Jiquipilco	19.559	-99.600	2,772	14.58	1976-2018	8.14%
15063	Nueva Santa Elena	19.411	-99.699	2,611	16.76	1976-2018	2.52%
15070	Presa Brockman	19.769	-100.140	2,929	17.39	1976-2018	10.66%
15071	Presa El Tigre	19.780	-99.686	2,710	17.74	1976-2018	5.43%
15076	Presa Tepetitlan	19.663	-99.958	2,564	16.15	1976-2018	6.78%
15085	San Bartolo Del Llano	19.524	-99.741	2,587	15.92	1976-2018	3.49%
15086	San Bernabe	19.476	-99.714	2,560	16.82	1976-2018	5.23%
15089	San Francisco Tlalcalcalpan	19.292	-99.768	2,773	16.05	1976-2018	1.55%
15104	San Pedro Potla	19.855	-99.968	2,450	17.57	1976-2018	0.78%
15108	Santa Maria Del Monte	19.306	-99.825	2,839	15.55	1976-2018	8.72%
15122	Tenango	19.107	-99.617	2,858	14.53	1976-2018	3.29%
15126	Toluca (Obs)	19.291	-99.714	2,726	10.55	1976-2018	2.52%
15128	Tultenango	19.812	-100.081	2,601	15.79	1976-2018	4.84%
15160	Santiago Del Monte	19.401	-99.945	2,770	17.6	1976-2018	9.11%
15201	Trojes	19.428	-99.613	2,583	16.96	1976-2018	8.72%
15203	Calixtlahuaca	19.339	-99.684	2,630	65.25	1976-2018	4.65%
16050	Huaniqueo	19.899	-101.505	2,040	18.43	1976-2018	7.75%
16055	Jesus Del Monte	19.652	-101.151	2,180	17.95	1976-2018	4.26%
16081	Morelia	19.689	-101.176	1,908	16.27	1976-2018	1.55%
16091	Alvaro Obregon (Dge)	19.823	-101.038	1,840	15.58	1976-2018	4.26%
16094	Presa Guaracha	19.961	-102.584	1,580	18.27	1976-2018	3.29%
16095	Presa Jaripo	19.958	-102.600	1,587	17.78	1976-2018	2.71%
16105	Quirio	19.798	-100.995	1,858	15.51	1976-2018	6.59%
16111	San Jose	19.908	-100.319	2,043	18.26	1976-2018	7.17%
16124	Temascales	20.051	-100.149	2,409	18.51	1976-2018	0.39%
16141	Yurecuaro	20.338	-102.283	1,543	17.91	1976-2018	5.62%
16159	El Rosario	20.129	-101.749	1,700	16.92	1976-2018	4.84%
16162	Orandino	19.967	-102.325	1,580	16.89	1976-2018	3.49%
18005	Cerro Blanco	21.377	-104.618	965	24.3	1976-2018	10.08%
18039	Tepic (Obs)	21.489	-104.893	963	24.37	1976-2018	7.17%
22004	El Batan	20.504	-100.424	1,895	19.1	1976-2018	1.16%
22029	Huimilpan	20.384	-100.281	2,271	19.91	1976-2018	9.11%
32013	El Chique	22.000	-102.889	1,648	14.92	1976-2018	6.59%
32016	El Platanito	22.611	-104.051	1,030	15.47	1976-2018	8.53%
32019	Excame	21.649	-103.340	1,740	18.34	1976-2018	6.01%
32027	Jimenez Del Teul	23.249	-103.805	1,924	12.38	1976-2018	10.85%
32030	La Florida	22.686	-103.603	1,870	15.19	1976-2018	6.59%
32032	La Villita	21.605	-103.338	1,786	19.14	1976-2018	8.53%
32037	Monte Escobedo	22.307	-103.562	2,182	16.31	1976-2018	10.08%
32042	Palomas	22.347	-102.797	2,025	14.72	1976-2018	10.47%
32057	Tlaltenango Sanchez Roman	21.774	-103.309	1,685	16.5	1976-2018	7.75%
32097	Tenayuca	21.503	-102.653	1,865	15.6	1976-2018	10.85%
32100	San Isidro De Los Gonzalez	22.845	-103.383	2,037	13.83	1976-2018	9.50%

Una vez seleccionadas las estaciones, para iniciar el análisis, se completó la información climática con la metodología del US NWS, descrita en el apartado 4.3.2, de esta manera se

obtuvieron 170 series de datos completas, 516 datos de 43 años por estación (un dato de máximo por mes).

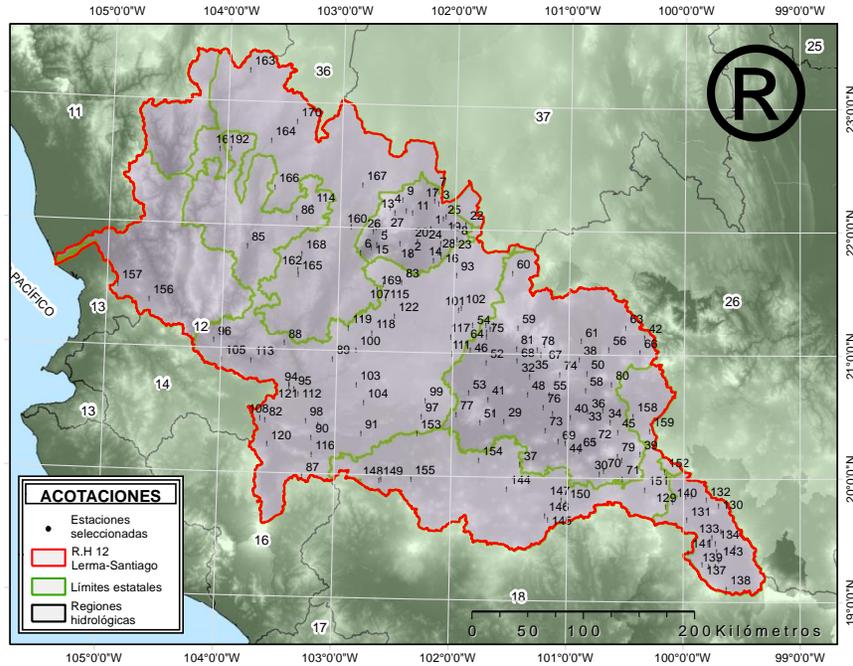


Figura 5.2. Distribución de las estaciones seleccionadas por características del registro.

5.2 Cribado de datos

De inicio se consideró una sola “gran región” tomando los datos de las 170 estaciones, se calcularon los cocientes de L-momentos muestrales, (L-momentos desde ahora, para abreviar) y la medida de discordancia (Cuadro 5.2) para comenzar el cribado de datos.

Los L-momentos se calcularon para cada estación con la ayuda de R, al utilizar las ecuaciones 3.23 a la 3.26; a manera de ejemplo se muestra, en la Figura 5.3 el cálculo de la media ℓ_0 y $L - Cv$ (aplicando la ecuación 3.33) en la estación 1004 Cañada Honda; el resto de los L-momentos contemplados se calcularon de igual manera, al aplicar las ecuaciones mencionadas.

```

RStudio
File Edit Code View Plots Session Build Debug Profile Tools Help
Source on Save
lcv vs lskew, elipse.R x Clúster_k means.R x Untitled2* x Untitled1* x Untitled3* x
4 - #### L-momentos 1004 Cañada Honda ####
5
6 setwd("C:/Tesis/Datos para R")
7 #Leer datos
8 library(readxl)
9 D1004 <- read_excel("1004_canada.xls")
10 D1004
11 D1004=D1004[,-1]
12 D1004
13
14 n=ncol(D1004)*nrow(D1004)
15 n
16
17 ### b0 ###
18
19 j0=1:n
20
21 b0=(1/n)*sum(D1004)
22 b0
23
24 ### b1 ###
25
26 j=2:n
27
28 h=((j-1)/(n-1))*D1004
29
30 b1=(1/n)*sum(h)
31 b1
32 h
33
34 l2=(2*b1)-b0
35 l2
36 LCV=l2/b0
37:1 L-momentos 1004 Cañada Honda
Console Terminal Jobs x
C:/Tesis/Datos para R/
> LCV=0.149164

```

Figura 5.3. Cálculo de los dos primeros L-M en R, estación 1004, Cañada Honda.

Los cocientes de L-momentos (L-Cv, L-asimetría, L-curtosis) conforman un espacio tridimensional, dichos índices de una estación son un punto en ese espacio tridimensional. Un grupo de sitios produce una nube de tales puntos (Figura 5.4). Se marcaron como discordantes los puntos que están lejos del centro de la nube, se trazó una elipse de confianza al 95% con centro en el promedio de los L-momentos de la “gran región”.

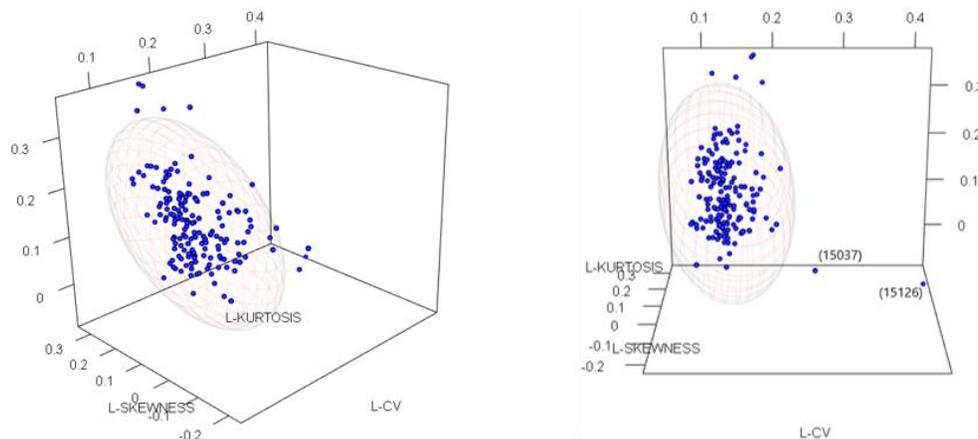


Figura 5.4. Discordancia en la “gran región”, elipsoide de confianza al 95%

El cálculo numérico se hizo con Rstudio, el código para obtener los valores de la discordancia se muestra en la Figura 5.5

```

RStudio
File Edit Code View Plots Session Build Debug Profile Tools Help
Go to file/function Addins
/iskew_ellipse.R Clúster_k means.R Ensayo cluster.R Untitled1* para_pequena.R ejemplos
1 #-----leer los datos-----#
2 base <- read.csv("C:/Tesis/pequena.csv")
3 #-----leer solo columnas de datos-----#
4 base2 <- as.matrix(base[,3:5])
5 #-----calcular u_i menos u_barra para obtener A-----#
6 N = nrow(base2)
7 unos = matrix(1,nrow=N,ncol = 1)
8 u_barra = colMeans(base2)
9 u_i_m_u_barra = rbind(base2-unos%*%u_barra)
10 #-----calcula A-----#
11 #estos son los objetos que se necesitan para los ciclos
12 u_barra_v = NA
13 mat_u = matrix(NA, nrow = 3, ncol=3)
14 A_v = matrix(NA, nrow = 3, ncol=3)
15 A_inicial = matrix(0, nrow = 3, ncol=3)
16 #-----
17 for (i in 1:N)
18 {
19   u_barra_v = u_i_m_u_barra[i,]
20   mat_u = u_barra_v%*%t(u_barra_v)
21   A_v = A_inicial+mat_u
22   A_inicial = A_v
23 }
24 # esta es la matriz A
25 A = A_inicial
26 #-----calcula las discordancias-----#
27 #Discordancias
28 D = NA
29 for (i in 1:N)
30 {
31   D[i] = (1/3)*N*(t(u_i_m_u_barra[i,])%*%solve(A)%*%u_i_m_u_barra[i,])
32 }
33
34 #Estas son las discordancias
35 D
36 #incluir clave
37 D_c = cbind(base[,2],D)

```

Figura 5.5. Código en R para calcular las discordancias en la gran región.

Cuadro 5.2. L- momentos y medida de discordancia de la “gran región”.

Clave	Estación	L-Cv	L-Asimetría	L-Curtosis	L-5	D _i
1004	Cañada Honda	0.1492	0.1595	0.1554	0.0616	0.25
1005	Presa El Niagara	0.1422	0.0597	0.0915	0.0689	0.26
1008	Puerto De La Concepción	0.1326	0.11	0.1562	-0.0025	0.05
1010	La Tinaja	0.1265	0.1279	0.1636	0.047	0.15
1011	Malpaso	0.1452	-0.0128	0.0857	-0.0229	0.57
1012	Presa Media Luna	0.1328	0.1378	0.1719	0.1178	0.14
1013	Mesillas	0.177	0.0614	0.1349	-0.0225	0.42
1015	Palo Alto	0.1478	0.2491	0.1104	0.0512	1.74
1017	Presa Potrerillos	0.136	0.0389	0.2212	0.0216	0.74
1018	Presa Plutarco	0.1468	0.1394	0.1926	0.1161	0.21
1019	Presa Jocoque	0.1256	0.1358	0.1929	0.0135	0.25
1020	Presa La Codorniz	0.1429	0.0914	0.1299	0.0409	0.03
1021	Rancho Viejo	0.1327	0.1417	0.2479	0.0413	0.74
1022	San Bartolo	0.1364	0.1961	0.1664	0.0059	0.54
1023	Calvillo (Dge)	0.138	0.0634	0.1387	-0.0378	0.04
1024	San Isidro	0.1317	0.1497	0.1582	0.0424	0.21
1026	Tepezala	0.1817	0.0803	0.1443	0.0726	0.51
1027	Venadero (Dge)	0.144	0.1188	0.1477	0.0492	0.05
1028	Villa Juárez	0.1352	0.1001	0.1087	0.0774	0.21
1030	Aguascalientes	0.151	0.2721	0.2203	0.0605	1.59
1031	El Novillo	0.1339	0.1436	0.1555	0.0153	0.17
1032	Las Fraguas	0.1364	0.173	0.1605	0.0465	0.34
1033	Los Conos	0.1625	0.2393	0.1901	0.1198	1.17
1034	Sandoval	0.1563	0.0838	0.0922	0.017	0.3
1045	El Tule (Dge)	0.1773	0.0841	0.1081	0.0142	0.47
1046	La Labor (Dge)	0.1889	0.1725	0.1533	0.0577	1.05
1047	Agua Zarca	0.1566	0.1181	0.2679	0.0603	1.27
1073	La Tinaja	0.1232	0.0986	0.1732	0.063	0.15

Clave	Estación	L-Cv	L-Asimetría	L-Curtosis	L-5	D _i
11001	Abasolo	0.1361	0.1124	0.0601	0.0213	0.87
11002	Acámbaro	0.1268	0.1002	0.1915	0.0518	0.19
11003	Agua Tibia	0.1765	0.0348	0.1678	-0.0476	0.66
11004	Aldama	0.258	-0.0473	0.0334	0.0069	5.24*
11005	Apaseo	0.1321	0.0288	0.1306	0.0337	0.2
11006	Apaseo El Alto	0.1341	0.0192	0.1015	0.0117	0.33
11007	Calderones	0.1252	0.1132	0.0845	0.0186	0.63
11009	Celaya (Smn)	0.1712	-0.0473	0.1626	-0.0689	1.37
11010	Cerano	0.1746	-0.0303	0.1468	0.0096	1.08
11011	Cinco Señores	0.1638	-0.04	0.1043	0	0.87
11012	Coroneo	0.1649	-0.0429	0.1941	0.0358	1.58
11013	Cortázar	0.1454	-0.0041	0.0995	-0.0015	0.43
11014	Cuerámbaro	0.2085	-0.0393	0.1212	0.0368	2.15
11015	Charcas	0.1485	0.1136	0.1987	0.0312	0.22
11020	El Palote	0.1873	0.0296	0.1689	0.0293	1
11021	El Sabino	0.1819	-0.1086	0.1697	0.0103	2.83
11022	El Terrero	0.1071	0.046	0.1493	0.0361	0.5
11023	Guanajal	0.1341	0.1262	0.1129	0.0115	0.29
11025	Hacienda De Arriba	0.176	0.0538	0.1032	0.0084	0.47
11028	Irapuato	0.1127	0.0082	0.1917	-0.0114	0.86
11031	Jerécuaro	0.1409	0.1336	0.1918	0.0471	0.17
11033	La Begoña	0.1307	0.0757	0.1045	0.0553	0.23
11034	La Golondrina	0.1469	0.0176	0.1193	0.0003	0.24
11035	La Sandia	0.1425	-0.0056	0.0259	-0.0188	1.23
11036	Las Adjuntas	0.1543	0.1258	0.2136	0.0906	0.41
11040	Los Castillos	0.1463	-0.037	0.0846	0.0082	0.78
11041	Los Razos	0.1415	0.0849	0.1227	-0.0157	0.06
11042	Los Rodríguez	0.1932	0.101	0.0907	0.0214	1.04
11045	Media Luna	0.1676	0.079	0.1236	0.0318	0.23
11048	Neutla	0.1407	0.0931	0.0844	0.0324	0.39
11049	Nuevo Valle Moreno	0.118	0.0612	0.2176	0.0535	0.65
11050	Ocampo	0.1818	0.0409	0.1978	-0.0312	1.06
11051	Peñuelitas	0.1389	-0.0061	0.1051	0.0245	0.44
11052	Pericos	0.1361	0.1023	0.0809	-0.0052	0.5
11053	Pozos	0.1402	0.1791	0.2212	0.1135	0.56
11055	Purísima De Bustos	0.139	0.0959	0.1175	0.0173	0.11
11060	Salvatierra	0.1305	0.0794	0.0137	0.007	1.69
11066	San José Iturbide (Smn)	0.1395	0.1057	0.1504	-0.019	0.02
11070	Santa Julia	0.1333	0.0982	0.194	0.1355	0.17
11071	Santa María (Dge)	0.1424	0.0392	0.2194	0.0522	0.72
11072	Santa Rita	0.1459	0.0892	0.1977	0.0762	0.22
11076	Presa Solís	0.1632	-0.0599	0.182	-0.1073	1.65
11077	Tarandácuao	0.1415	0.04	0.0781	0.0259	0.4
11078	Tarimoro	0.1086	-0.0968	0.0616	0.0774	2.14
11079	Valle De Santiago	0.1359	0.1237	0.1625	0.0643	0.07
11085	Dos Arroyos	0.1391	0.0286	0.064	-0.0007	0.59
11095	León (Dge)	0.1286	0.113	0.0775	-0.0215	0.68
11096	Salamanca	0.1062	0.0597	0.2194	0.0053	0.87
11099	Mariano Abasolo	0.1629	-0.038	0.1333	-0.0268	0.88
11103	Valenciana	0.1238	-0.0071	0.1605	0.0407	0.62
11116	Hacienda San Lucas	0.1314	0.0724	0.0993	0.0081	0.26
11122	Presa Jalpa	0.1272	0.1535	0.0579	0.035	1.38
11165	Chichimequillas	0.2004	0.1258	0.0589	0.0304	1.78
14002	Acatlán de Juárez	0.1343	0.0322	0.076	-0.0008	0.48
14006	Ajojuar	0.1403	0.0056	0.0829	-0.0109	0.48
14016	Atequiza	0.1132	0.1045	0.1275	0.0253	0.39
14018	Atoyac	0.1447	0.1523	0.252	0.1465	0.84

Clave	Estación	L-Cv	L-Asimetría	L-Curtosis	L-5	D _i
14023	Bolaños	0.1644	0.2195	0.2077	0.0442	1.02
14026	Casa Llanta	0.135	-0.0277	0.2192	-0.0494	1.49
14029	Concepción De Buenos Aires	0.1563	0.1706	0.2284	0.1274	0.7
14038	Cuixtla	0.1001	0.0804	0.0838	0.0801	1.09
14039	Cuquio	0.1213	0.0497	0.0999	-0.0548	0.39
14040	Chapala	0.1335	0.0978	0.1447	0.0014	0.04
14047	El Fuerte	0.1303	0.1035	0.128	0.0655	0.13
14053	El Pinito	0.1453	0.2243	0.2291	0.1294	1
14054	El Puesto	0.1465	0.0669	0.1266	0.0171	0.05
14065	Guadalajara (Obs)	0.1151	0.1057	0.1068	0.0147	0.52
14066	Guadalajara (Dge)	0.1266	0.1795	0.1681	0.0609	0.45
14068	Hostotipaquillo	0.1749	0.1581	0.1199	0.0314	0.71
14070	Huascato	0.1193	0.0677	0.1907	0.0755	0.34
14072	Huerta Vieja	0.1349	0.1665	0.2254	0.0783	0.53
14076	Jesús María	0.1414	0.0631	0.1154	0.0883	0.09
14080	La Cuña	0.1288	0.1166	0.0505	0.0294	1.16
14083	Lagos De Moreno (Obs)	0.1319	0.1514	0.189	0.0701	0.24
14084	Lagos De Moreno (Dge)	0.1217	0.1298	0.2111	0.0648	0.39
14087	La Red	0.1143	0.1309	0.1576	0.0156	0.34
14090	La Yerbabuena	0.1196	-0.0423	0.1285	0.0262	0.96
14093	Magdalena	0.1558	0.1131	0.3623	0.1109	3.98*
14100	Mexicacan	0.2132	0.025	0.21	0.0172	2.64
14101	Michoacanejo	0.1413	0.0312	0.141	0.016	0.15
14113	Presa Hurtado	0.0991	0.0206	0.1862	0.098	1
14114	Presa La Duquesa	0.1455	0.0327	0.0401	0.0358	0.9
14122	San Bernardo	0.1337	-0.0799	0.1197	-0.0094	1.31
14123	San Diego De Alejandría	0.1758	-0.1078	0.1304	-0.06	2.21
14132	Tlaquepaque	0.1203	0.0658	0.104	0.1178	0.37
14136	Santa Rosa	0.1055	0.0946	0.0905	0.0101	0.89
14144	Tenasco	0.1735	0.3379	0.3641	0.294	5.30*
14145	Teocaltiche (Dge)	0.1352	0.1204	0.2046	0.0479	0.24
14156	Tuxcueca	0.1153	0.1019	0.1183	0.0716	0.4
14157	Unión De San Antonio	0.1501	0.1049	0.0367	0.0468	1.19
14165	Villa Obregón	0.1333	0.1108	0.0936	0.0106	0.41
14167	Yahualica De González Gallo (Smn)	0.1336	0.1721	0.1447	0.0511	0.41
14168	Zacoalco De Torres	0.1612	-0.021	0.1289	0.073	0.65
14169	Zapopan	0.1047	0.1276	0.174	0.0335	0.52
14266	San Gaspar De Los Reyes	0.1435	0.1033	0.0914	0.0628	0.34
15010	Atotonilco	0.1083	0.0916	0.0733	-0.0028	1.04
15014	Capulhuac	0.1873	0.1229	0.2134	0.0204	1.13
15025	Ejido De Llano Grande	0.1115	0.1173	0.2051	0.1133	0.48
15029	El Tejocote	0.131	0.139	0.1133	0.1005	0.4
15037	Jiquipilco	0.1714	-0.2239	0.1654	-0.0831	5.62*
15063	Nueva Santa Elena	0.1509	0.0219	0.1845	-0.0394	0.49
15070	Presa Brockman	0.1336	0.1468	0.111	0.0453	0.45
15071	Presa El Tigre	0.1073	0.1362	0.2222	0.1742	0.71
15076	Presa Tepetitlán	0.1224	0.0525	0.1672	-0.1046	0.23
15085	San Bartolo Del Llano	0.099	0.0122	0.1095	0.0604	0.98
15086	San Bernabé	0.1682	-0.0118	0.185	-0.0458	1.09
15089	San Francisco Tlalcalcalpan	0.1137	0.1978	0.1529	0.0389	0.88
15104	San Pedro Potla	0.1254	0.1043	0.1084	0.0425	0.32
15108	Santa María Del Monte	0.1429	-0.0197	0.1439	0.019	0.57
15122	Tenango	0.1501	0.1793	0.1221	0.0611	0.61
15126	Toluca (Obs)	0.415	0.1992	-0.0821	-0.0504	27.81*
15128	Tultenango	0.1201	0.2243	0.3485	0.0494	3.11*
15160	Santiago Del Monte	0.1121	0.1183	0.1958	0.04	0.41
15201	Trojes	0.1038	0.0233	0.094	-0.0051	0.9

Clave	Estación	L-Cv	L-Asimetría	L-Curtosis	L-5	D _i
15203	Calixtlahuaca	0.105	-0.1207	0.1469	-0.1336	2.62
16050	Huaniqueo	0.1061	0.0506	0.2087	0.0396	0.81
16055	Jesús Del Monte	0.1336	0.0594	0.2068	0.0939	0.41
16081	Morelia	0.1233	0.1168	0.157	0.1085	0.15
16091	Álvaro Obregón (Dge)	0.1211	0.2603	0.1982	0.0845	1.44
16094	Presa Guaracha	0.1176	0.0565	0.0643	0.0835	0.86
16095	Presa Jaripo	0.1249	0.0763	0.1196	0.0268	0.19
16105	Quirio	0.1126	0.0298	0.1917	0.0483	0.67
16111	San José	0.1238	0.0398	0.0703	-0.0281	0.67
16124	Temascales	0.1244	0.2437	0.224	0.0911	1.23
16141	Yurécuaro	0.1566	-0.0327	0.1114	-0.085	0.71
16159	El Rosario	0.1354	0.2526	0.2108	0.1039	1.23
16162	Orandino	0.1342	0.0727	0.0794	0.0421	0.44
18005	Cerro Blanco	0.125	0.1955	0.205	0.0505	0.64
18039	Tepic (Obs)	0.1185	0.2575	0.2102	0.0467	1.44
22004	El Batán	0.1491	0.1065	0.0756	0.016	0.54
22029	Huimilpan	0.124	0.173	0.0236	0.033	2.5
32013	El Chique	0.1237	0.1942	0.2463	0.1143	0.95
32016	El Platanito	0.1571	0.1381	0.1912	0.0543	0.28
32019	Excame	0.1714	0.3172	0.3638	0.2249	4.94*
32027	Jiménez Del Teul	0.1353	0.0393	0.1317	0.0656	0.13
32030	La Florida	0.1509	0.0702	0.1175	0.063	0.09
32032	La Villita	0.1867	0.2776	0.3205	0.1884	3.85*
32037	Monte Escobedo	0.1249	0.1418	0.2459	-0.015	0.75
32042	Palomas	0.1311	0.1236	0.1548	0.0388	0.1
32057	Tlaltenango Sánchez Román	0.1175	0.1346	0.2165	0.068	0.49
32097	Tenayuca	0.141	0.1214	0.1295	0.0373	0.12
32100	San Isidro De Los González	0.1501	0.1068	0.1138	-0.0086	0.16
Promedio ponderado:		0.142	0.088	0.149	0.037	

El * en la columna D_i indica que se marca como discordante la estación.

Tanto en la Figura 5.4 como en el Cuadro 5.2, en esta primera aproximación, se encontró que 8 estaciones son discordantes con el resto del grupo, la 11004, 14093, 14144, 15037, 15126, 15128, 32019 y la 32032, numéricamente se acató el criterio de discordancia expuesto en la sección 4.3.3.1, como se examinó una región con más de 15 sitios, el umbral de aceptación de D_i es 3.

Se revisaron las estaciones discordantes, para decidir si se conservaban o se descartaban para el análisis, y se presenta como ejemplo la estación 15126 que es la que tiene mayor índice de discordancia con respecto al grupo.

Si se observa, la figura 5.4 sugiere, para la estación 15126, que la discordancia aparece porque la combinación de un alto L-Cv con L-asimetría y L-curtosis moderados diverge del patrón que observan los demás sitios.

La figura 5.6 muestra una gráfica de la serie de tiempo de la estación discordante 15126. Se observa un periodo de registros bajos (1981-2003) comparado con otros registros en la zona, por ejemplo, la que se presenta en la figura 5.7, que por el contrario muestra picos en la precipitación;

adicional a esto, se observa que en esta estación la media en el sitio es la más baja (10.55 mm), por lo que existen razones para sospechar de la calidad de los datos en este sitio; cabe mencionar que en esta estación el porcentaje de datos faltantes calculados fue del 2.5% (13 datos) y ninguno dentro del periodo mencionado. Por lo anterior, se decide excluir la estación 15126 del análisis.

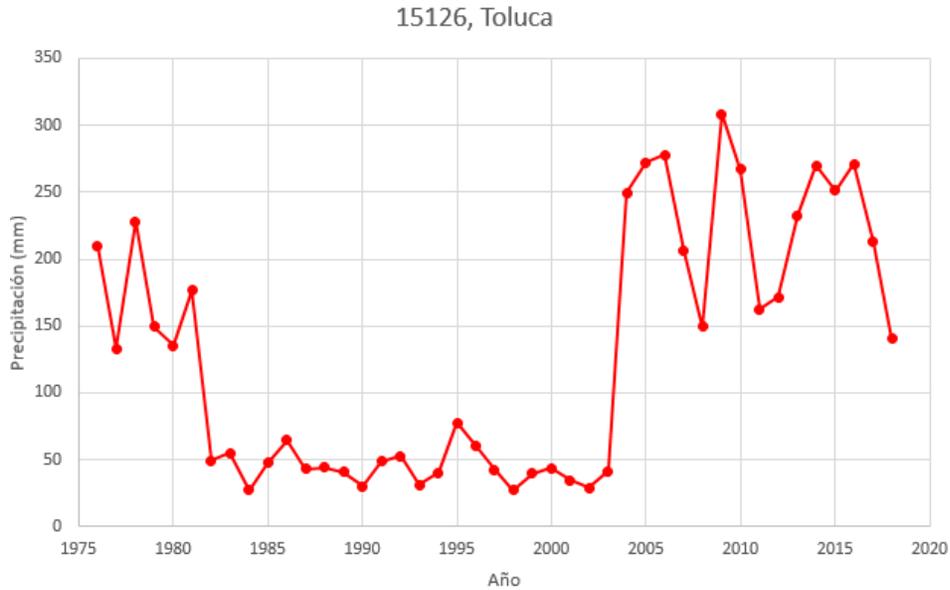


Figura 5.6. Gráfica de la serie de tiempo de la estación 15126, Toluca

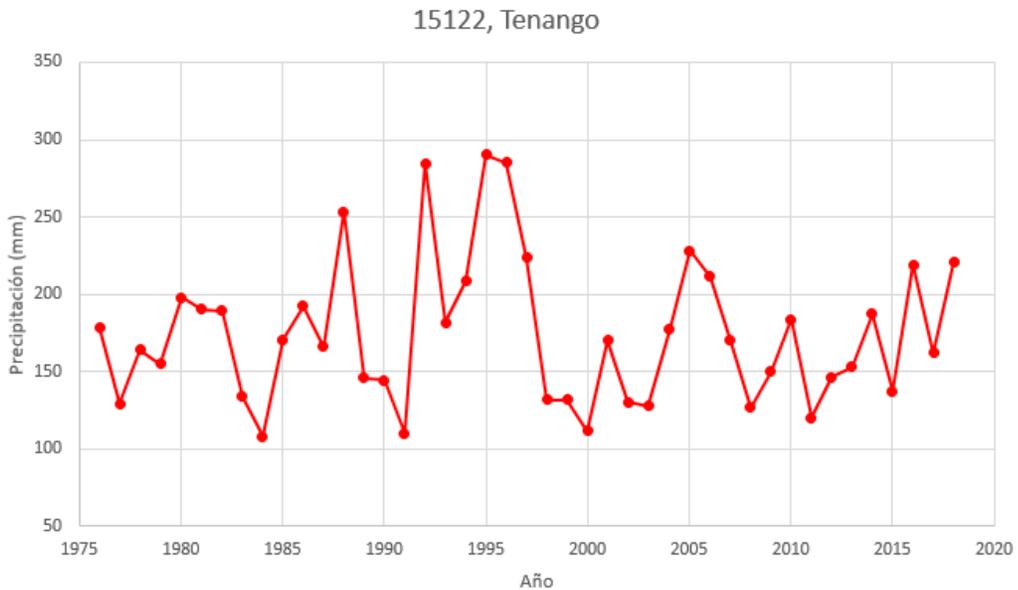


Figura 5.7. Serie de tiempo para estación, 15122, Tenango

Se revisó el resto de las estaciones, y se decidió excluir las 8 estaciones discordantes. Después de eliminarlas, se volvió a hacer el análisis del índice de discordancia. Del que se obtuvieron 6

estaciones más que son discordantes (Cuadro 5.3), los que se observan en la gráfica tridimensional de L-momentos y elipse de confianza (Figura 5.8), con la eliminación de las estaciones discordantes de la primera iteración cambiaron los promedios ponderados, es decir, el centro del elipsoide, que en esta iteración es (0.139, 0.080, 0.143) correspondientes a L-Cv, L-asimetría y L-curtosis.

Cuadro 5.3. Estaciones discordantes, segunda iteración.

Clave	Estación	Media	L-cv	L-asimetría	L-curtosis	L-5	Di
11014	Cuerámara	178.4	0.207	-0.0416	0.1346	0.0549	3.34*
11021	El sabino	184.9	0.1793	-0.1163	0.2046	0.0155	3.85*
11078	Tarimoro	201.5	0.1068	-0.137	0.0405	0.0484	4.22*
11165	Chichimequillas	169.7	0.1981	0.1056	0.0692	-0.009	3.09*
14100	Mexicacan	172.5	0.2143	0.0239	0.2287	0.0365	4.68*
15203	Calixtlahuaca	755.5	0.106	-0.1217	0.1688	-0.1281	3.86*

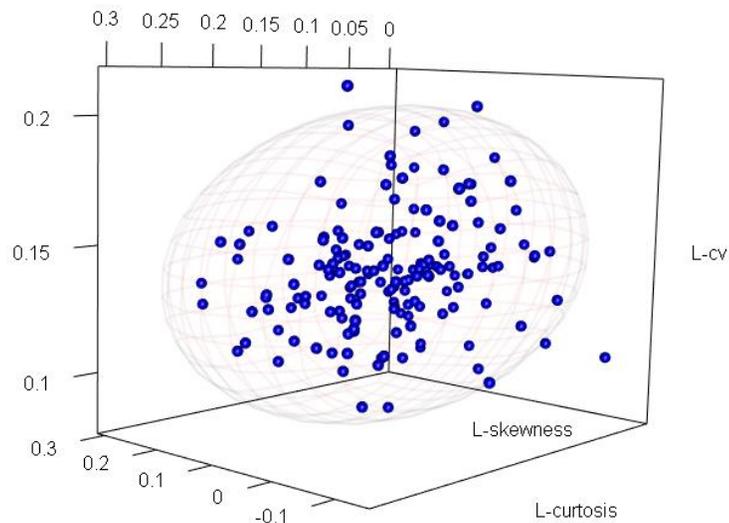


Figura 5.8. Discordancia en la “gran región” 162 estaciones, elipsoide de confianza al 95%

Nuevamente, al examinar los puntos discordantes, se excluyeron las seis estaciones marcadas discordantes. Se realizó un tercer análisis de discordancia, donde se encontraron dos estaciones fuera de la tendencia de grupo (Cuadro 5.4 y Figura 5.9).

Cuadro 5.4. Estaciones discordantes, tercera iteración.

Clave	Estación	Media	L-cv	L-asimetría	L-curtosis	L-5	Di
11042	Los Rodríguez	202.6	0.1932	0.101	0.0907	0.0214	3.17*
14123	Sn Diego De Alejandría	186.8	0.1758	-0.1078	0.1304	-0.06	3.30*

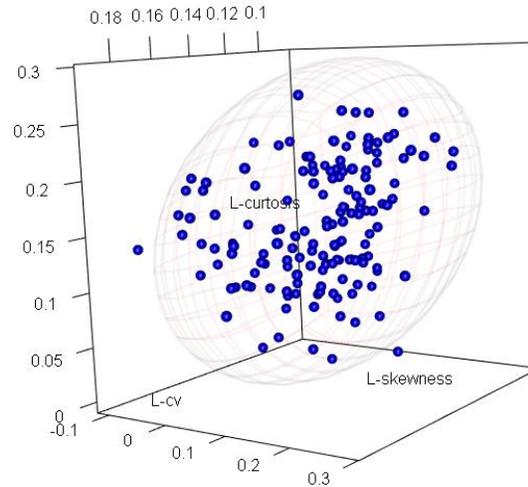


Figura 5.9. Discordancia en la “gran región” 156 estaciones, elipsoide de confianza al 95%

Después del examen individual, y de que se eliminaron las estaciones 11042 y 14123, se hizo una cuarta iteración y se encontró una nueva estación discordante, la 1046, se examinó y finalmente se eliminó; de esta forma, las 153 estaciones restantes son adecuadas por criterio de discordancia (Figura 5.10), el elipsoide de confianza ahora tiene centro en 0.137, 0.091, 0.146.

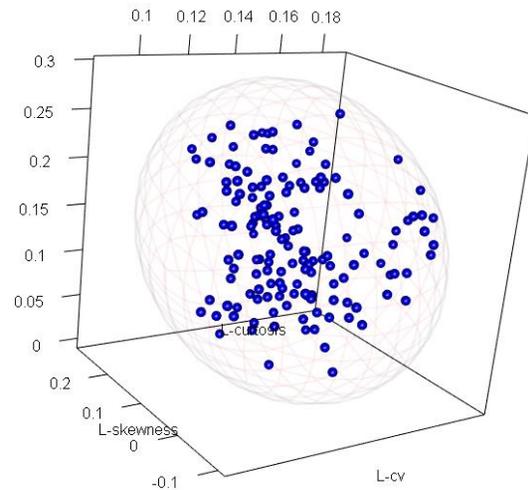


Figura 5.10. Discordancia en la “gran región” 153 estaciones, elipsoide de confianza al 95%

Una vez seleccionadas las estaciones que pasan por discordancia, se procedió con el análisis de independencia y estacionariedad en las 153 estaciones restantes, según el procedimiento descrito en la sección 4.3.3.2, la correlación se calculó con apoyo de L-RAP, obteniéndose los resultados resumidos en el cuadro 5.5, Rho es el coeficiente de correlación (en ambas pruebas).

Para la estacionariedad, se reescalaron los datos y el año de ocurrencia como se describe en la sección 4.3.3.2, para cada estación se obtuvo una gráfica de series de tiempo como la que se muestra en la figura 5.12, ejemplo de la estación 1004, Cañada Honda.

Con el módulo “regresión” de Excel (Figura 5.11), se calcularon los valores de la recta de regresión con intercepto Alpha, y pendiente Beta.

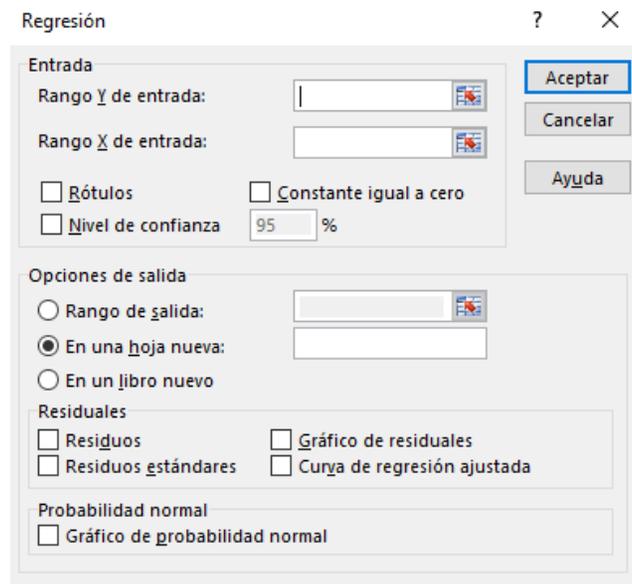


Figura 5.11. Modulo regresión, Microsoft Excel.

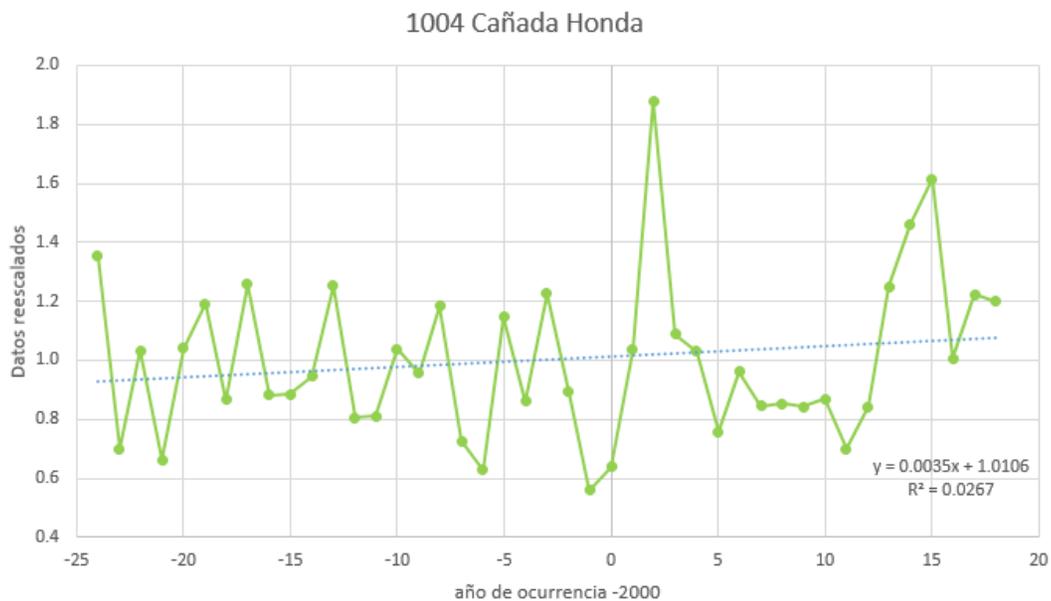


Figura 5.12. Ejemplo de gráfica usada para la prueba de estacionariedad.

Se calculó una pendiente global (Beta=0.0033) como promedio de las pendientes de las estaciones; esto para comprobar si el promedio global de las estaciones en la región pasa por estos criterios.

Para hacer lo anterior y dar un diagnóstico individual de las estaciones, se llevó a cabo una prueba de hipótesis de correlación (Rho = ρ) con las siguientes hipótesis: $H_0: \rho = 0$ y $H_1 \neq 0$.

El estadístico de contraste es t ; los valores de t se calcularon como sigue: $t_{calculado} = \rho \sqrt{\frac{n-2}{1-\rho^2}}$ con $n - 2$ grados de libertad; se contrasta con $t_{0.0001,151} = 3.8124$, los valores que excedieron este valor no se consideraron aprobados. Estos resultados se muestran en el Cuadro 5.5.

Cuadro 5.5. Diagnóstico por independencia y estacionariedad en la “gran región”.

Clave	Estación	Correlación serial				Estacionariedad			
		ρ	t calculada	Independencia	Alpha	Beta	ρ	t calculada	Diagnóstico
1004	Cañada Honda	0.18	2.2486	Aprobado	1.01	0.0035	0.163	2.030	Aprobado
1005	Presa El Niágara	-0.23	-2.9041	Aprobado	0.99	-0.0031	-0.189	-2.365	Aprobado
1008	Puerto De La Concepción	0.01	0.1229	Aprobado	1.01	0.0027	0.143	1.775	Aprobado
1010	La Tinaja	-0.14	-1.7375	Aprobado	1.01	0.003	0.167	2.081	Aprobado
1011	Malpaso	-0.02	-0.2458	Aprobado	1.01	0.0018	0.091	1.123	Aprobado
1012	Presa Media Luna	0.03	0.3688	Aprobado	1.02	0.0082	0.413	5.572	Reprobado
1013	Mesillas	0.14	1.7375	Aprobado	1.02	0.0083	0.335	4.369	Reprobado
1015	Palo Alto	0.17	2.1199	Aprobado	1.03	0.0096	0.446	6.123	Reprobado
1017	Presa Potrerillos	0.02	0.2458	Aprobado	1.01	0.0025	0.126	1.561	Aprobado
1018	Presa Plutarco	-0.06	-0.7386	Aprobado	1.01	0.0024	0.142	1.763	Aprobado
1019	Presa Jocoque	0.07	0.8623	Aprobado	1.01	0.0044	0.224	2.824	Aprobado
1020	Presa La Codorniz	0.28	3.5841	Aprobado	1.01	0.0024	0.101	1.247	Aprobado
1021	Rancho Viejo	0.03	0.3688	Aprobado	1.02	0.0052	0.265	3.377	Aprobado
1022	San Bartolo	0.36	4.7417	Reprobado	1.01	0.0042	0.213	2.679	Aprobado
1023	Calvillo (Dge)	0.09	1.1104	Aprobado	1	0.0001	0.006	0.074	Aprobado
1024	San Isidro	-0.03	-0.3688	Aprobado	1.01	0.0028	0.133	1.649	Aprobado
1026	Tepezala	0.21	2.6394	Aprobado	1.01	0.0044	0.17	2.120	Aprobado
1027	Venadero (Dge)	0.04	0.4919	Aprobado	1.01	0.0049	0.236	2.984	Aprobado
1028	Villa Juárez	-0.2	-2.5083	Aprobado	1.02	0.0057	0.298	3.801	Aprobado
1030	Aguascalientes	-0.03	-0.3688	Aprobado	1.02	0.007	0.303	3.907	Reprobado
1031	El Novillo	0.01	0.1229	Aprobado	1.01	0.0021	0.112	1.385	Aprobado
1032	Las Fraguas	0.12	1.4853	Aprobado	1.01	0.003	0.155	1.928	Aprobado
1033	Los Conos	0.17	2.1199	Aprobado	1.04	0.012	0.488	6.870	Reprobado
1034	Sandoval	0.14	1.7375	Aprobado	1.02	0.0071	0.289	3.710	Aprobado
1045	El Tule (Dge)	0.05	0.6152	Aprobado	1.01	0.0038	0.197	2.469	Aprobado
1047	Agua Zarca	0.19	2.3781	Aprobado	1.03	0.0087	0.371	4.909	Reprobado

Clave	Estación	Correlación serial			Estacionariedad				
		ρ	t calculada	Independencia	Alpha	Beta	ρ	t calculada	Diagnóstico
1073	La Tinaja	0.01	0.1229	Aprobado	1	0.0016	0.093	1.148	Aprobado
11001	Abasolo	0.08	0.9862	Aprobado	1.01	0.0028	0.146	1.814	Aprobado
11002	Acámbaro	0.22	2.7713	Aprobado	1.01	0.003	0.162	2.017	Aprobado
11003	Agua Tibia	0.27	3.4458	Aprobado	1.03	0.0083	0.334	4.354	Reprobado
11005	Apaseo	-0.06	-0.7386	Aprobado	1.01	0.0039	0.21	2.639	Aprobado
11006	Apaseo El Alto	0.05	0.6152	Aprobado	1.01	0.0035	0.189	2.365	Aprobado
11007	Calderones	-0.23	-2.9041	Aprobado	1.01	0.0037	0.211	2.653	Aprobado
11009	Celaya (Smn)	-0.01	-0.1229	Aprobado	1	0.0002	0.01	0.123	Aprobado
11010	Cerano	0.41	5.5238	Reprobado	1.01	0.0034	0.139	1.725	Aprobado
11011	Cinco Señores	-0.02	-0.2458	Aprobado	1.02	0.0058	0.253	3.213	Aprobado
11012	Coroneo	0.4	5.3630	Reprobado	0.99	-0.0035	-0.151	-1.877	Aprobado
11013	Cortázar	0.04	0.4919	Aprobado	1	0.0002	0.011	0.135	Aprobado
11015	Charcas	0.19	2.3781	Aprobado	1.02	0.0075	0.348	4.561	Reprobado
11020	El Palote	0.27	3.4458	Aprobado	1.04	0.0123	0.465	6.454	Reprobado
11022	El Terrero	-0.07	-0.8623	Aprobado	1.02	0.0077	0.312	4.035	Reprobado
11023	Guanajal	0.13	1.6111	Aprobado	1.02	0.0053	0.275	3.515	Aprobado
11025	Hacienda De Arriba	0.08	0.9862	Aprobado	1.02	0.0056	0.307	3.964	Reprobado
11028	Irapuato	0.08	0.9862	Aprobado	1.01	0.0022	0.136	1.687	Aprobado
11031	Jerécuaro	-0.02	-0.2458	Aprobado	1	0.0008	0.039	0.480	Aprobado
11033	La Begoña	0.02	0.2458	Aprobado	1.02	0.0083	0.452	6.227	Reprobado
11034	La Golondrina	0.18	2.2486	Aprobado	1.01	0.0029	0.143	1.775	Aprobado
11035	La Sandía	0.13	1.6111	Aprobado	1.02	0.0053	0.271	3.460	Aprobado
11036	Las Adjuntas	0.31	4.0067	Reprobado	1.03	0.0095	0.416	5.621	Reprobado
11040	Los Castillos	-0.02	-0.2458	Aprobado	1.02	0.0065	0.322	4.179	Reprobado
11041	Los Razos	0.08	0.9862	Aprobado	1	0.0004	0.019	0.234	Aprobado
11045	Media Luna	0.39	5.2045	Reprobado	1.03	0.0111	0.473	6.597	Reprobado
11048	Neutla	0.07	0.8623	Aprobado	1.02	0.0053	0.274	3.501	Aprobado
11049	Nuevo Valle Moreno	-0.01	-0.1229	Aprobado	1.01	0.0039	0.229	2.891	Aprobado
11050	Ocampo	0.27	3.4458	Aprobado	1.02	0.0082	0.318	4.122	Reprobado
11051	Peñuelitas	0.15	1.8643	Aprobado	1.01	0.0045	0.235	2.971	Aprobado
11052	Pericos	-0.14	-1.7375	Aprobado	1.01	0.0019	0.099	1.223	Aprobado
11053	Pozos	0.05	0.6152	Aprobado	1.01	0.0045	0.213	2.679	Aprobado
11055	Purísima De Bustos	-0.17	-2.1199	Aprobado	1.02	0.0054	0.278	3.556	Aprobado
11060	Salvatierra	-0.24	-3.0380	Aprobado	1.01	0.0024	0.131	1.624	Aprobado
11066	San José Iturbide (Smn)	-0.07	-0.8623	Aprobado	1	-0.0003	-0.023	-0.283	Aprobado
11070	Santa Julia	-0.12	-1.4853	Aprobado	1	0.0016	0.096	1.185	Aprobado
11071	Santa María (Dge)	0.11	1.3600	Aprobado	1.01	0.0049	0.232	2.931	Aprobado
11072	Santa Rita	0.19	2.3781	Aprobado	1.01	0.0037	0.21	2.639	Aprobado
11076	Presa Solís	0.26	3.3087	Aprobado	1.02	0.0081	0.407	5.475	Reprobado
11077	Tarandácuao	0.25	3.1728	Aprobado	0.99	-0.0046	-0.236	-2.984	Aprobado
11079	Valle De Santiago	-0.06	-0.7386	Aprobado	1.01	0.0039	0.2	2.508	Aprobado

Clave	Estación	Correlación serial			Estacionariedad				
		ρ	t calculada	Independencia	Alpha	Beta	ρ	t calculada	Diagnóstico
11085	Dos Arroyos	-0.11	-1.3600	Aprobado	0.99	-0.0046	-0.241	-3.051	Aprobado
11095	León (Dge)	-0.08	-0.9862	Aprobado	1.02	0.0065	0.363	4.787	Reprobado
11096	Salamanca	0.23	2.9041	Aprobado	1.02	0.0056	0.366	4.833	Reprobado
11099	Mariano Abasolo	0.02	0.2458	Aprobado	0.99	-0.0039	-0.172	-2.146	Aprobado
11103	Valenciana	-0.18	-2.2486	Aprobado	1	-0.0005	-0.031	-0.381	Aprobado
11116	Hacienda San Lucas	0.06	0.7386	Aprobado	1.03	0.0086	0.353	4.636	Reprobado
11122	Presa Jalpa	-0.09	-1.1104	Aprobado	1.02	0.005	0.279	3.570	Aprobado
14002	Acatlán De Juárez	0.04	0.4919	Aprobado	1.01	0.0041	0.221	2.785	Aprobado
14006	Ajojucar	0.08	0.9862	Aprobado	1.01	0.0029	0.152	1.890	Aprobado
14016	Atequiza	-0.09	-1.1104	Aprobado	1.01	0.0037	0.231	2.917	Aprobado
14018	Atoyac	-0.12	-1.4853	Aprobado	1.02	0.0056	0.257	3.268	Aprobado
14023	Bolaños	0.17	2.1199	Aprobado	1.02	0.0058	0.236	2.984	Aprobado
14026	Casa Llanta	0.26	3.3087	Aprobado	1.01	0.0019	0.099	1.223	Aprobado
14029	Concepción De Buenos Aires	0.19	2.3781	Aprobado	1.03	0.0107	0.445	6.106	Reprobado
14038	Cuixtla	0.04	0.4919	Aprobado	1	0.0011	0.079	0.974	Aprobado
14039	Cuquío	0.04	0.4919	Aprobado	1.02	0.0057	0.339	4.428	Reprobado
14040	Chapala	0.11	1.3600	Aprobado	1	-0.0001	-0.008	-0.098	Aprobado
14047	El Fuerte	0.22	2.7713	Aprobado	1.01	0.0021	0.114	1.410	Aprobado
14053	El Pinito	0.29	3.7236	Aprobado	1.01	0.005	0.224	2.824	Aprobado
14054	El Puesto	-0.12	-1.4853	Aprobado	1.01	0.0044	0.213	2.679	Aprobado
14065	Guadalajara (Obs)	-0.29	-3.7236	Aprobado	1.01	0.0038	0.238	3.011	Aprobado
14066	Guadalajara (Dge)	-0.09	-1.1104	Aprobado	1.01	0.0041	0.223	2.811	Aprobado
14068	Hostotipaquillo	-0.08	-0.9862	Aprobado	1.01	0.0017	0.068	0.838	Aprobado
14070	Huascato	-0.06	-0.7386	Aprobado	1.01	0.0045	0.264	3.363	Aprobado
14072	Huerta Vieja	0.17	2.1199	Aprobado	1.02	0.0071	0.359	4.727	Reprobado
14076	Jesús María	0.18	2.2486	Aprobado	1.01	0.0048	0.247	3.132	Aprobado
14080	La Cuña	0.18	2.2486	Aprobado	1.01	0.0035	0.194	2.430	Aprobado
14083	Lagos De Moreno (Obs)	-0.05	-0.6152	Aprobado	1.01	0.0036	0.188	2.352	Aprobado
14084	Lagos De Moreno (Dge)	0.04	0.4919	Aprobado	1	0.0015	0.084	1.036	Aprobado
14087	La Red	-0.08	-0.9862	Aprobado	1.01	0.0027	0.167	2.081	Aprobado
14090	La Yerbabuena	-0.09	-1.1104	Aprobado	1.01	0.0029	0.172	2.146	Aprobado
14101	Michoacanejo	-0.16	-1.9918	Aprobado	1.01	0.0021	0.106	1.310	Aprobado
14113	Presa Hurtado	-0.2	-2.5083	Aprobado	0.99	-0.0018	-0.106	-1.310	Aprobado
14114	Presa La Duquesa	0.3	3.8645	Aprobado	0.99	-0.003	-0.17	-2.120	Aprobado
14122	San Bernardo	0.02	0.2458	Aprobado	0.99	-0.0036	-0.211	-2.653	Aprobado
14132	Tlaquepaque	0.06	0.7386	Aprobado	1.02	0.0071	0.418	5.654	Reprobado
14136	Santa Rosa	0.13	1.6111	Aprobado	0.99	-0.0024	-0.119	-1.473	Aprobado
14145	Teocaltiche (Dge)	0.16	1.9918	Aprobado	1	0.0011	0.054	0.665	Aprobado
14156	Tuxcueca	-0.17	-2.1199	Aprobado	1	-0.0004	-0.025	-0.307	Aprobado
14157	Unión De San Antonio	0.19	2.3781	Aprobado	1.02	0.0072	0.345	4.517	Reprobado
14165	Villa Obregón	0.03	0.3688	Aprobado	1.02	0.0073	0.397	5.315	Reprobado

Clave	Estación	Correlación serial			Estacionariedad				
		ρ	t calculada	Independencia	Alpha	Beta	ρ	t calculada	Diagnóstico
14167	Yahualica De González Gallo (Smn)	-0.16	-1.9918	Aprobado	1.01	0.0046	0.243	3.078	Aprobado
14168	Zacoalco De Torres	0.25	3.1728	Aprobado	0.99	-0.0023	-0.099	-1.223	Aprobado
14169	Zapopan	-0.1	-1.2350	Aprobado	1.01	0.0031	0.203	2.548	Aprobado
14266	San Gaspar De Los Reyes	-0.17	-2.1199	Aprobado	1	0.0006	0.029	0.357	Aprobado
15010	Atotonilco	0.16	1.9918	Aprobado	1.01	0.0034	0.225	2.838	Aprobado
15014	Capulhuac	0.19	2.3781	Aprobado	1	-0.0009	-0.034	-0.418	Aprobado
15025	Ejido De Llano Grande	0.27	3.4458	Aprobado	1.01	0.0037	0.219	2.758	Aprobado
15029	El Tejocote	-0.1	-1.2350	Aprobado	1	-0.0016	-0.103	-1.272	Aprobado
15063	Nueva Santa Elena	0.11	1.3600	Aprobado	1	0.0012	0.056	0.689	Aprobado
15070	Presa Brockman	0.23	2.9041	Aprobado	1	-0.0013	-0.067	-0.825	Aprobado
15071	Presa El Tigre	0	0.0000	Aprobado	1	0.0014	0.096	1.185	Aprobado
15076	Presa Tepatitlán	0.05	0.6152	Aprobado	1.01	0.0046	0.241	3.051	Aprobado
15085	San Bartolo Del Llano	0	0.0000	Aprobado	1.01	0.0026	0.14	1.737	Aprobado
15086	San Bernabé	0.02	0.2458	Aprobado	1	0	0.002	0.025	Aprobado
15089	San Francisco Tlalcalcalpan	0.22	2.7713	Aprobado	1.02	0.0069	0.316	4.093	Reprobado
15104	San Pedro Potla	-0.14	-1.7375	Aprobado	1.01	0.0025	0.127	1.573	Aprobado
15108	Santa María Del Monte	0.28	3.5841	Aprobado	1.01	0.0038	0.193	2.417	Aprobado
15122	Tenango	0.27	3.4458	Aprobado	1	-0.0002	-0.011	-0.135	Aprobado
15160	Santiago Del Monte	0.38	5.0482	Reprobado	1	0.0005	0.025	0.307	Aprobado
15201	Trojés	-0.15	-1.8643	Aprobado	1.01	0.0037	0.258	3.281	Aprobado
16050	Huaniqueo	0.07	0.8623	Aprobado	1	0.0014	0.091	1.123	Aprobado
16055	Jesús Del Monte	-0.04	-0.4919	Aprobado	1.02	0.0067	0.337	4.398	Reprobado
16081	Morelia	0.04	0.4919	Aprobado	1.01	0.0025	0.14	1.737	Aprobado
16091	Álvaro Obregón (Dge)	0.05	0.6152	Aprobado	1.01	0.0022	0.115	1.423	Aprobado
16094	Presa Guaracha	0.08	0.9862	Aprobado	1.02	0.0054	0.305	3.935	Reprobado
16095	Presa Jaripo	0.19	2.3781	Aprobado	1.01	0.0047	0.212	2.666	Aprobado
16105	Quirio	0.07	0.8623	Aprobado	1.01	0.0024	0.15	1.864	Aprobado
16111	San José	0.01	0.1229	Aprobado	1	0.0008	0.052	0.640	Aprobado
16124	Temascales	0.01	0.1229	Aprobado	1	0.0015	0.078	0.961	Aprobado
16141	Yurécuaro	-0.07	-0.8623	Aprobado	1	-0.0007	-0.03	-0.369	Aprobado
16159	El Rosario	0.11	1.3600	Aprobado	1.01	0.0027	0.129	1.599	Aprobado
16162	Orandino	-0.08	-0.9862	Aprobado	1.01	0.0021	0.112	1.385	Aprobado
18005	Cerro Blanco	0.4	5.3630	Reprobado	1.01	0.0033	0.179	2.236	Aprobado
18039	Tepic (Obs)	0.14	1.7375	Aprobado	1.01	0.0022	0.122	1.510	Aprobado
22004	El Batán	-0.09	-1.1104	Aprobado	1	0.0007	0.031	0.381	Aprobado
22029	Huimilpan	-0.05	-0.6152	Aprobado	0.99	-0.0017	-0.099	-1.223	Aprobado
32013	El Chique	0.11	1.3600	Aprobado	1.01	0.0032	0.168	2.094	Aprobado
32016	El Platanito	0.08	0.9862	Aprobado	1	0.0005	0.022	0.270	Aprobado
32027	Jiménez Del Teul	-0.22	-2.7713	Aprobado	1.01	0.0031	0.16	1.992	Aprobado
32030	La Florida	0.22	2.7713	Aprobado	1.01	0.0043	0.203	2.548	Aprobado
32037	Monte Escobedo	0.04	0.4919	Aprobado	1.01	0.0045	0.242	3.065	Aprobado

Clave	Estación	Correlación serial				Estacionariedad				Diagnóstico
		ρ	t calculada	Independencia	Alpha	Beta	ρ	t calculada		
32042	Palomas	-0.03	-0.3688	Aprobado	1.01	0.0018	0.095	1.173	Aprobado	
32057	Tlaltenango Sánchez Román	-0.08	-0.9862	Aprobado	1	0.0015	0.087	1.073	Aprobado	
32097	Tenayuca	-0.05	-0.6152	Aprobado	1	0.0014	0.068	0.838	Aprobado	
32100	San Isidro De Los González	0.28	3.5841	Aprobado	1	-0.0012	-0.081	-0.999	Aprobado	
Media		0.059	0.7240	Aprobado	1.01	0.0033	0.163	2.036	Aprobado	
Desviación estándar		0.152			0.01	0.0033	0.154			

El análisis anterior da como resultado que 33 estaciones más sean rechazadas. Se rechazan, porque, de continuar con el análisis incluyendo estas series de datos, lo obtenido no sería confiable, desde el punto de vista estadístico.

Finalmente se tiene, para la regionalización inicial, dentro de la R.H. 12, 120 estaciones, que se distribuyen espacialmente según la Figura 5.13, se aprecia que las estaciones eliminadas están principalmente en el estado de Guanajuato.

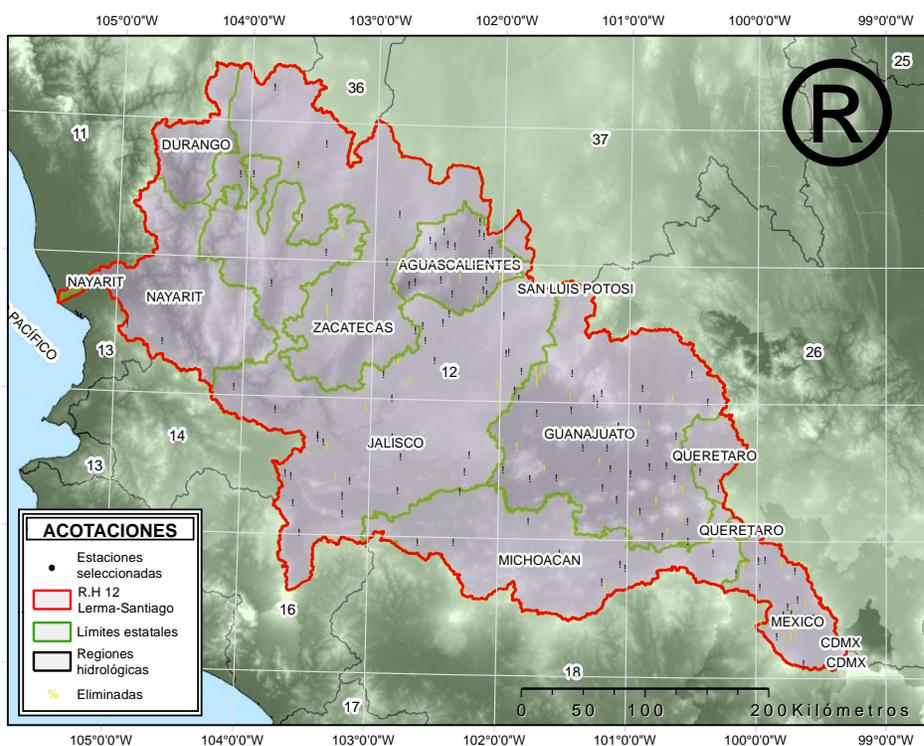


Figura 5.13. Estaciones seleccionadas y eliminadas según criterios de independencia y estacionariedad.

Para revisar la estacionalidad de las series de tiempo, se siguió la metodología explicada en el apartado 4.3.3.3. El día promedio de ocurrencia y el índice de estacionalidad se muestran en el

Cuadro 5.6. Al tratarse de precipitación dentro de un periodo circular, se observa que existe estacionalidad en las series de tiempo examinadas.

Cuadro 5.6. Promedio de ocurrencia e índice de estacionalidad en las estaciones.

Clave	Estación	Estado	Latitud	Longitud	Promedio de ocurrencia		Índice de estacionalidad
					Mes	Día	
1004	Cañada Honda	Aguascalientes	22.001	-102.199	Agosto	6	0.731
1005	Presa El Niagara	Aguascalientes	21.781	-102.372	Julio	30	0.838
1008	Puerto De La Concepción	Aguascalientes	22.203	-102.135	Julio	30	0.771
1010	La Tinaja	Aguascalientes	22.164	-102.554	Agosto	5	0.682
1011	Malpaso	Aguascalientes	21.86	-102.664	Agosto	7	0.641
1017	Mesillas	Aguascalientes	22.233	-102.444	Agosto	7	0.681
1018	Presa Potrerillos	Aguascalientes	22.141	-102.415	Julio	17	0.674
1019	Presa Plutarco	Aguascalientes	22.128	-102.359	Agosto	6	0.655
1020	Presa Jocoque	Aguascalientes	21.997	-102.674	Julio	30	0.736
1021	Presa La Codorniz	Aguascalientes	22.123	-102.511	Julio	30	0.711
1023	Rancho Viejo	Aguascalientes	21.837	-102.712	Agosto	6	0.745
1024	Calvillo (Dge)	Aguascalientes	21.779	-102.104	Agosto	4	0.715
1026	San Isidro	Aguascalientes	22.224	-102.169	Julio	29	0.72
1027	Tepezala	Aguascalientes	21.877	-102.463	Agosto	5	0.555
1028	Venadero (Dge)	Aguascalientes	22.101	-102.068	Julio	30	0.708
1031	Villa Juárez	Aguascalientes	22.019	-101.999	Julio	26	0.713
1032	El Novillo	Aguascalientes	22.039	-101.893	Julio	26	0.572
1034	Las Fraguas	Aguascalientes	21.885	-102.109	Agosto	6	0.763
1045	Sandoval	Aguascalientes	22.083	-102.091	Julio	20	0.683
1073	El Tule (Dge)	Aguascalientes	21.809	-102.13	Agosto	3	0.824
11001	La Tinaja	Aguascalientes	20.447	-101.536	Julio	22	0.741
11002	Abasolo	Guanajuato	20.033	-100.712	Agosto	7	0.68
11005	Acámbaro	Guanajuato	20.544	-100.686	Agosto	6	0.733
11006	Apaseo	Guanajuato	20.455	-100.621	Julio	31	0.657
11007	Apaseo El Alto	Guanajuato	20.992	-101.227	Agosto	7	0.737
11009	Calderones	Guanajuato	20.536	-100.817	Agosto	7	0.633
11011	Celaya (Smn)	Guanajuato	20.958	-100.893	Agosto	4	0.557
11013	Cinco Señores	Guanajuato	20.488	-100.963	Julio	22	0.636
11023	Cortázar	Guanajuato	21.025	-101.837	Agosto	1	0.766
11028	Guanajal	Guanajuato	20.668	-101.337	Julio	20	0.63
11031	Irapuato	Guanajuato	20.143	-100.519	Agosto	2	0.598
11034	Jerécuaro	Guanajuato	20.438	-101.742	Agosto	9	0.722
11035	La Golondrina	Guanajuato	20.921	-101.698	Julio	24	0.771
11041	La Sandía	Guanajuato	20.676	-101.149	Julio	28	0.689
11048	Los Razos	Guanajuato	20.708	-100.836	Julio	11	0.682
11049	Neutla	Guanajuato	21.211	-101.426	Agosto	1	0.571
11051	Nuevo Valle Moreno	Guanajuato	21.108	-100.878	Julio	24	0.695
11052	Peñuelitas	Guanajuato	20.522	-101.118	Julio	23	0.67
11053	Pericos	Guanajuato	21.22	-100.496	Julio	27	0.666
11055	Pozos	Guanajuato	21.079	-101.871	Julio	23	0.751
11060	Purísima De Bustos	Guanajuato	20.214	-100.886	Agosto	6	0.71
11066	Salvatierra	Guanajuato	21.017	-100.369	Julio	21	0.677
11070	San José Iturbide (Smn)	Guanajuato	21.072	-101.196	Agosto	7	0.711
11071	Santa Juliaia	Guanajuato	20.943	-101.43	Agosto	15	0.668
11072	Santa María (Dge)	Guanajuato	20.298	-101.067	Agosto	9	0.673
11077	Santa Rita	Guanajuato	19.998	-100.512	Agosto	7	0.693
11079	Tarandácuo	Guanajuato	20.383	-101.179	Julio	23	0.662
11085	Valle De Santiago	Guanajuato	20.834	-101.061	Julio	26	0.824
11099	Dos Arroyos	Guanajuato	20.499	-101.949	Julio	27	0.641
11103	Mariano Abasolo	Guanajuato	21.034	-101.256	Julio	21	0.685
11122	Valenciana	Guanajuato	20.763	-100.615	Julio	26	0.627
14002	Presa Jalpa	Guanajuato	20.421	-103.591	Julio	27	0.623
14006	Acatlán De Juárez	Jalisco	21.563	-102.439	Julio	27	0.743
14016	Ajojuar	Jalisco	20.395	-103.136	Julio	22	0.747
14018	Atequiza	Jalisco	20.01	-103.515	Agosto	2	0.465
14023	Atoyac	Jalisco	21.825	-103.783	Julio	30	0.741
14026	Bolaños	Jalisco	22.059	-103.362	Julio	26	0.676
14038	Casa Llanta	Jalisco	21.052	-103.439	Agosto	7	0.776
14040	Chapala	Jalisco	20.29	-103.189	Julio	29	0.844
14047	El Fuerte	Jalisco	20.331	-102.763	Agosto	1	0.769

Clave	Estación	Estado	Latitud	Longitud	Promedio de ocurrencia		Índice de estacionalidad
					Mes	Día	
14053	El Pinito	Jalisco	22.609	-103.948	Agosto	21	0.499
14054	El Puesto	Jalisco	21.626	-101.966	Agosto	6	0.777
14065	Guadalajara (Obs)	Jalisco	20.706	-103.392	Julio	30	0.672
14066	Guadalajara (Dge)	Jalisco	20.676	-103.346	Julio	23	0.791
14068	Hostotipaquillo	Jalisco	21.058	-104.051	Agosto	7	0.681
14070	Huascato	Jalisco	20.481	-102.249	Julio	16	0.676
14076	Jesús María	Jalisco	20.608	-102.215	Agosto	1	0.646
14080	La Cuña	Jalisco	21.007	-102.823	Julio	12	0.807
14083	Lagos De Moreno (Obs)	Jalisco	21.348	-101.941	Agosto	6	0.667
14084	Lagos De Moreno (Dge)	Jalisco	21.36	-101.921	Julio	28	0.708
14087	La Red	Jalisco	20.725	-102.813	Julio	29	0.756
14090	La Yerbabuena	Jalisco	20.582	-102.746	Julio	27	0.749
14101	Michoacanejo	Jalisco	21.54	-102.597	Julio	25	0.797
14113	Presa Hurtado	Jalisco	20.439	-103.633	Julio	30	0.719
14114	Presa La Duquesa	Jalisco	21.224	-101.82	Agosto	3	0.704
14122	San Bernardo	Jalisco	21.632	-102.391	Agosto	9	0.797
14136	Santa Rosa	Jalisco	20.906	-103.726	Agosto	11	0.719
14145	Teocaltiche (Dge)	Jalisco	21.434	-102.574	Julio	22	0.802
14156	Tuxcueca	Jalisco	20.154	-103.184	Agosto	4	0.567
14167	Yahualica De González Gallo (Smn)	Jalisco	21.182	-102.891	Julio	29	0.751
14168	Zacoalco De Torres	Jalisco	20.228	-103.569	Julio	27	0.599
14169	Zapopan	Jalisco	20.72	-103.392	Julio	26	0.721
14266	San Gaspar De Los Reyes	Jalisco	21.285	-102.497	Julio	26	0.76
15010	Atotonilco	México	19.462	-99.776	Julio	7	0.648
15014	Capulhuac	México	19.441	-99.545	Agosto	11	0.794
15025	Ejido De Llano Grande	México	19.573	-99.665	Agosto	5	0.75
15029	El Tejocote	México	19.862	-99.918	Agosto	5	0.772
15063	Nueva Santa Elena	México	19.411	-99.699	Julio	6	0.619
15070	Presa Brockman	México	19.769	-100.14	Agosto	10	0.67
15071	Presa El Tigre	México	19.78	-99.686	Julio	31	0.725
15076	Presa Tepetitlan	México	19.663	-99.958	Agosto	6	0.628
15085	San Bartolo Del Llano	México	19.524	-99.741	Agosto	5	0.625
15086	San Bernabé	México	19.476	-99.714	Julio	11	0.524
15104	San Pedro Potla	México	19.855	-99.968	Agosto	9	0.731
15108	Santa María Del Monte	México	19.306	-99.825	Julio	8	0.509
15122	Tenango	México	19.107	-99.617	Julio	14	0.341
15201	Trojes	México	19.428	-99.613	Julio	25	0.588
16050	Huaniqueo	Michoacán	19.899	-101.505	Julio	17	0.608
16081	Morelia	Michoacán	19.689	-101.176	Julio	26	0.573
16091	Álvaro Obregón (Dge)	Michoacán	19.823	-101.038	Agosto	14	0.558
16095	Presa Jaripo	Michoacán	19.958	-102.6	Julio	20	0.669
16105	Quirio	Michoacán	19.798	-100.995	Julio	25	0.51
16111	San José	Michoacán	19.908	-100.319	Agosto	30	0.616
16124	Temascales	Michoacán	20.051	-100.149	Agosto	1	0.728
16141	Yurécuaro	Michoacán	20.338	-102.283	Julio	29	0.719
16159	El Rosario	Michoacán	20.129	-101.749	Julio	27	0.652
16162	Orandino	Michoacán	19.967	-102.325	Julio	27	0.58
18005	Cerro Blanco	Nayarit	21.377	-104.618	Julio	25	0.724
18039	Tepic (Obs)	Nayarit	21.489	-104.893	Julio	28	0.63
22004	El Batán	Querétaro	20.504	-100.424	Agosto	14	0.711
22029	Huimilpan	Querétaro	20.384	-100.281	Julio	31	0.696
32013	El Chique	Zacatecas	22	-102.889	Agosto	2	0.753
32016	El Platanito	Zacatecas	22.611	-104.051	Agosto	16	0.478
32027	Jiménez Del Teul	Zacatecas	23.249	-103.805	Agosto	13	0.558
32030	La Florida	Zacatecas	22.686	-103.603	Agosto	30	0.509
32037	Monte Escobedo	Zacatecas	22.307	-103.562	Agosto	10	0.59
32042	Palomas	Zacatecas	22.347	-102.797	Agosto	13	0.694
32057	Tlaltenango Sánchez Román	Zacatecas	21.774	-103.309	Julio	23	0.703
32097	Tenayuca	Zacatecas	21.503	-102.653	Julio	31	0.774
32100	San Isidro De Los González	Zacatecas	22.845	-103.383	Agosto	30	0.567

En el Cuadro 5.6 se observa que la media de ocurrencia de eventos de lluvia máxima en 24 h se da durante los últimos días de julio y el mes de agosto, en todas las estaciones está determinado un periodo en que las precipitaciones son máximas. En la Figura 5.14 se aprecia que la mayoría de

las estaciones (116) tienen índice de estacionalidad por arriba de 0.5; entre más cerca se encuentre el índice de 1, menor es la variación en las fechas de ocurrencia y más seguro es encontrar estos fenómenos en dichas fechas.

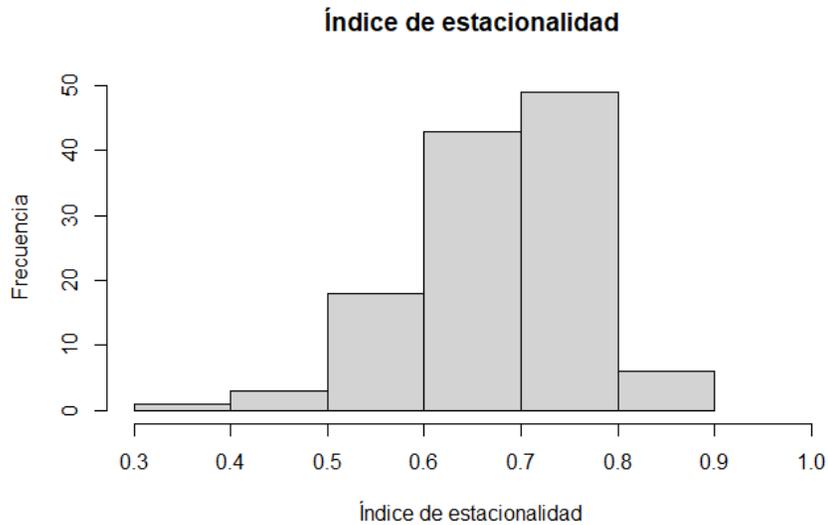


Figura 5.14. Histograma de frecuencias de magnitud de índice de estacionalidad.

Para todas las estaciones seleccionadas, se obtuvo una gráfica de estacionalidad como la que se muestra en la Figura 5.15, en esta estación la variabilidad es poca, la precipitación máxima en periodos de medición de 24 h se concentra mayormente de junio a octubre. Esta estación es la de mayor índice de estacionalidad.

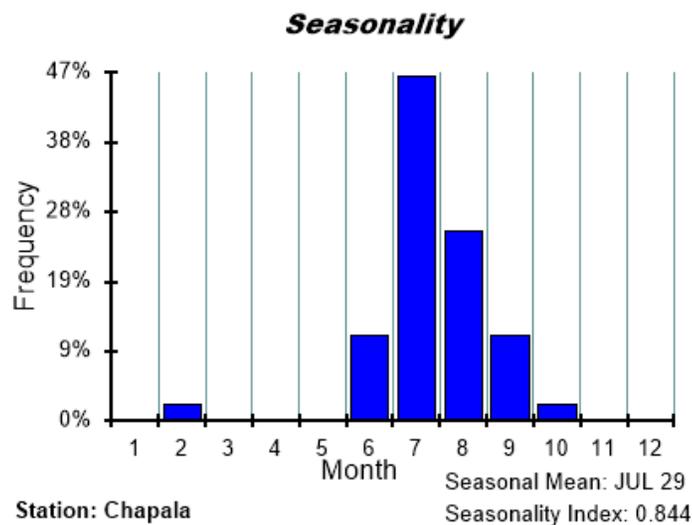


Figura 5.15. Ejemplo de gráfica de estacionalidad, estación 14040, Chapala, Jalisco

En la Figura 5.16 se muestra otro ejemplo, esta vez el de la estación que tiene menor índice de estacionalidad, se observa, en contraste con el primer ejemplo, que aquí se tiene que la precipitación máxima en 24 horas se distribuye a lo largo de prácticamente todo el año.

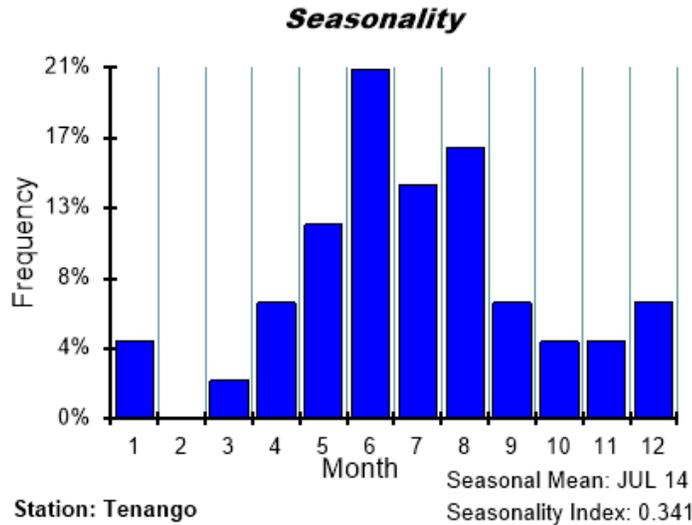


Figura 5.16. Ejemplo de gráfica de estacionalidad, estación 15122, Tenango, México.

5.3 Formación de regiones homogéneas

En este punto, se tenían 120 estaciones con registros de 43 años, la información cumplió con las pruebas de calidad que permiten continuar con el análisis. Las regiones se formaron al identificar conglomerados, esta división se dio con base en características físicas del sitio, sin tomar en cuenta aun sus características estadísticas, la forma o naturaleza de la distribución de frecuencia de los sitios.

Las características estadísticas de los sitios se usan más adelante para valorar la homogeneidad de las regiones formadas durante esta etapa de formación inicial de regiones; la validez del análisis de homogeneidad se vería comprometida si estos datos se usan tanto en una como otra etapa.

Las características usadas para esta etapa incluyen indicadores de la precipitación, de la localización geográfica y estacionalidad. Se escogieron siete variables: latitud, longitud, altitud, media de la precipitación en la estación, el cociente entre la media de los dos meses con menor precipitación con la media de los dos meses con mayor precipitación, el mes de inicio de los dos meses de donde se tomaron los promedios de máxima y mínima cantidad de precipitación para calcular la razón antes descrita.

Se decidió aplicar un método de agrupamiento con base en k-medias, se sabe que estos métodos de formar conglomerados son sensibles a las diferencias de escala. Los parámetros descriptivos de la muestra tienen diferentes escalas entre sí, y dado lo anterior, los parámetros se transformaron para que sus rangos fueran comparables.

La localización, la media de la precipitación y el cociente de precipitaciones se re-escalaron para que sus valores estuvieran entre 0 y 1. Las otras dos variables, que representan un punto en un ciclo anual, se transformaron para que estuvieran entre -1 y +1. El cuadro 5.7 muestra las transformaciones de las siete características listadas para el análisis de conglomerados.

Cuadro 5.7. Transformaciones aplicadas a las características del sitio.

Característica (X)	Variable para análisis de conglomerados (Y)
Latitud (°)	$Y = X/90$
Longitud (°)	$Y = X/150$
Elevación (msnm)	$Y = X/10000$
Precipitación media en la estación (mm)	$Y = X/100$
Razón entre la media de los dos meses con menor precipitación con la media de los dos meses con mayor precipitación	$Y = X$
Mes de inicio de los dos meses con mínimo promedio de precipitación (Ene=1,..., Dic=12)	$Y = \sin(2\pi X/12)$
Mes de inicio de los dos meses con máximo promedio de precipitación (Ene=1,..., Dic=12)	$Y = \sin(2\pi X/12)$

La elección de estas transformaciones fue de cierta forma arbitraria, las variables de ciclo anual pudieron haberse transformado por *seno* o *coseno*. El análisis de conglomerados se realizó con Rstudio.

Dado el volumen de estaciones, el método de agrupamiento jerárquico, cuyo resultado es un dendograma, no se consideró adecuado.

Los 120 sitios se dividieron en conglomerados, se obtuvieron 19 agrupaciones yendo desde los 20 grupos hasta los 2, estos se revisaron para evaluar si eran espacialmente continuos y físicamente razonables, se seleccionó la partición que considera 6 agrupaciones como base para el análisis subsecuente (Figura 5.17).

La rutina `kmeans()` de R da como resultados el número de grupos y el número de datos en el grupo, el vector de centroides (medias de los grupos), el grupo en el que se asignan los sitios (vector de grupos) y un porcentaje (suma de cuadrados interna/suma de cuadrados total) que representa la compactación del grupo, es decir, que tan similares son los miembros dentro de un

grupo, si todas las observaciones dentro de un grupo fueran exactamente el mismo punto, entonces tendríamos el 100% de compactación.

El análisis de conglomerados para las estaciones seleccionadas da como resultado 6 grupos de tamaño 6, 34, 26, 14, 16 y 24 (número de estaciones en los grupos) con un porcentaje de compactación del 79.7%; las asignaciones de las estaciones a las distintas regiones se muestran en el cuadro 5.8 y su distribución espacial se ilustra en la Figura 5.17.

Cuadro 5.8. Estaciones seleccionadas y agrupamiento a priori.

Clave	Estación	Región asignada	Clave	Estación	Región asignada
11002	Acámbaro	1	16095	Presa Jaripo	3
11051	Peñuelitas	1	16141	Yurécuaro	3
11072	Santa Rita	1	16162	Orandino	3
11103	Valenciana	1	32013	El Chique	3
11122	Presa Jalpa	1	32057	Tlaltenango Sanchez Roman	3
16105	Quirio	1	32097	Tenayuca	3
1008	Puerto De La Concepción	2	14002	Acatlán De Juárez	4
1017	Presa Potrerillos	2	14016	Atequiza	4
1028	Villa Juárez	2	14023	Bolaños	4
1031	El Novillo	2	14040	Chapala	4
1045	El Tule (Dge)	2	14047	El Fuerte	4
11005	Apaseo	2	14065	Guadalajara (Obs)	4
11006	Apaseo El Alto	2	14066	Guadalajara (Dge)	4
11007	Calderones	2	14068	Hostotipaquillo	4
11009	Celaya (Smm)	2	14113	Presa Hurtado	4
11011	Cinco Señores	2	14136	Santa Rosa	4
11013	Cortázar	2	14169	Zapopan	4
11031	Jerécuaro	2	18005	Cerro Blanco	4
11041	Los Razos	2	18039	Tepic (Obs)	4
11048	Neutla	2	32016	El Platanito	4
11052	Pericos	2	11049	Nuevo Valle Moreno	5
11060	Salvatierra	2	11053	Pozos	5
11066	San José Iturbide (Smm)	2	15010	Atotonilco	5
11070	Santa Julia	2	15014	Capulhuac	5
11071	Santa María (Dge)	2	15025	Ejido De Llano Grande	5
11077	Tarandácuao	2	15029	El Tejocote	5
11079	Valle De Santiago	2	15063	Nueva Santa Elena	5
11085	Dos Arroyos	2	15070	Presa Brockman	5
11099	Mariano Abasolo	2	15071	Presa El Tigre	5
14083	Lagos De Moreno (Obs)	2	15076	Presa Tepetitlán	5
14084	Lagos De Moreno (Dge)	2	15085	San Bartolo Del Llano	5
14114	Presa La Duquesa	2	15086	San Bernabé	5
16050	Huaniqueo	2	15104	San Pedro Potla	5
16081	Morelia	2	15108	Santa María Del Monte	5
16091	Álvaro Obregón (Dge)	2	15122	Tenango	5
16111	San José	2	15201	Trojés	5
16124	Temascales	2	1004	Cañada Honda	6
16159	El Rosario	2	1005	Presa El Niagara	6
22004	El Batán	2	1010	La Tinaja	6
22029	Huimilpan	2	1011	Malpaso	6
1023	Calvillo (Dge)	3	1013	Mesillas	6

Clave	Estación	Región asignada	Clave	Estación	Región asignada
11001	Abasolo	3	1018	Presa Plutarco	6
11023	Guanajal	3	1019	Presa Jocoque	6
11028	Irapuato	3	1020	Presa La Codorniz	6
11035	La Sandia	3	1021	Rancho Viejo	6
14006	Ajojucar	3	1024	San Isidro	6
14018	Atoyac	3	1026	Tepezala	6
14026	Casa Llanta	3	1027	Venadero (Dge)	6
14053	El Pinito	3	1032	Las Fraguas	6
14070	Huascato	3	1034	Sandoval	6
14080	La Cuña	3	1073	La Tinaja	6
14087	La Red	3	11034	La Golondrina	6
14090	La Yerbabuena	3	11055	Purísima De Bustos	6
14101	Michoacanejo	3	14054	El Puesto	6
14122	San Bernardo	3	14076	Jesús María	6
14145	Teocaltiche (Dge)	3	32027	Jiménez Del Teul	6
14156	Tuxcueca	3	32030	La Florida	6
14167	Yahualica De González Gallo (Smn)	3	32037	Monte Escobedo	6
14168	Zacoalco De Torres	3	32042	Palomas	6
14266	San Gaspar De Los Reyes	3	32100	San Isidro De Los González	6

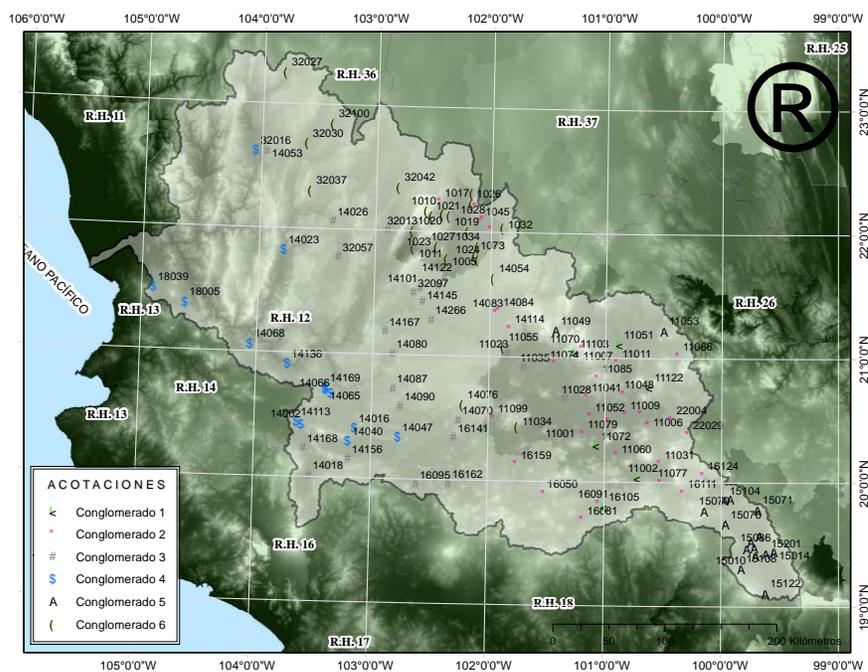


Figura 5.17. Agrupaciones a priori.

5.3.1 Refinamiento de regiones

En la Figura 5.17 se observa una cierta cohesión en la distribución espacial de las estaciones en los seis conglomerados formados, sin embargo, es importante evaluar que tan adecuada es esta agrupación, con base en parámetros estadísticos.

Lo anterior se logra mediante la prueba de heterogeneidad en las regiones propuestas, se obtuvo mediante la Ecuación 4.18. Se llevaron a cabo 500 simulaciones con el método de Montecarlo para cada región y se obtuvieron los siguientes parámetros: media ponderada de la desviación estándar de los datos observados V_{Lcv} media de la desviación estándar de los datos simulados μ_1 y la desviación estándar de los datos simulados σ_1 . Se aplicó la ecuación 4.18 para obtener un valor de H el cuál se compara con la guía para aceptación o rechazo de una región propuesta (Cuadro 4.3)

De las regiones propuestas originalmente con el análisis de conglomerados, la 1 resultó aceptable en cuanto a la evaluación de la discordancia y la heterogeneidad.

En las dos estaciones 1045 y 16050 resultaron discordantes con el resto del grupo, medidas D_i de $3.43 > 1.648$ y $3.48 > 1.648$ (1.648 valor crítico para regiones con 6 sitios, Cuadro 4.2) respectivamente. En cuanto a heterogeneidad, con $-0.32 < 2$ se encuentra que es homogénea, en este grupo se buscó reubicar las estaciones discordantes.

En la región propuesta 3 no se encontraron estaciones discordantes y con una $H = -1.22 < 2$ se encontró homogeneidad.

En la región propuesta 4 (conglomerado 4) no se encontraron problemas de discordancia, sin embargo, se encontró que la medida de heterogeneidad traspasa el umbral de 2 con 2.56 y se busca nuevamente reasignar algunas de las estaciones que la conforman.

La región 5 no presentó problemas de discordancia, pero nuevamente, se encontró una $H = 3.02$ más allá de lo aceptable, esta región se cataloga como definitivamente heterogénea, nuevamente se busca reasignar sitios a otros grupos y/o volver a revisar los L-momentos de las estaciones que la conforman.

En la región 6 se encuentra la estación 1026 discordante, con $D_i = 3.08 > 3$ y con medida de heterogeneidad $H = -0.073 < 2$ que indica que la región es homogénea.

Un apoyo para la asignación de los lugares a las regiones son los mapas de L-momentos: L-Cv. L-asimetría y L-curtosis: Figura 5.18 a Figura 5.20.

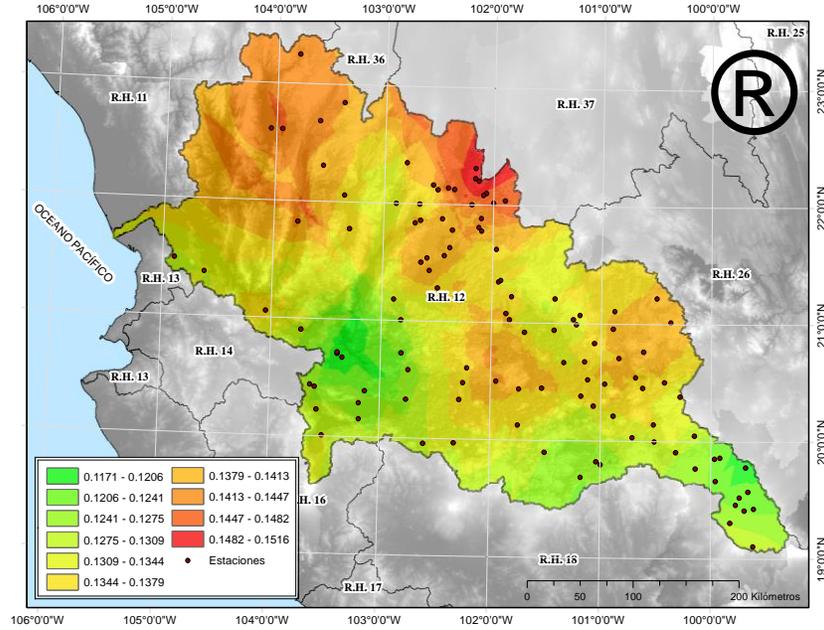


Figura 5.18. Mapa de coeficiente de variación (L-Cv).

El mapa de coeficiente de variación (L-Cv) muestra diferencias entre la parte norte, centro y sur de la región; en la parte baja la variabilidad de la precipitación es poca con valores entre 0.1171 y 0.1275, mientras que en la parte alta y media los valores oscilan entre 0.1275 y 0.1516, poniendo de manifiesto que en esta zona se puede tener un comportamiento bimodal, es decir, que en esta zona podrían presentarse periodos secos y lluviosos alternados.

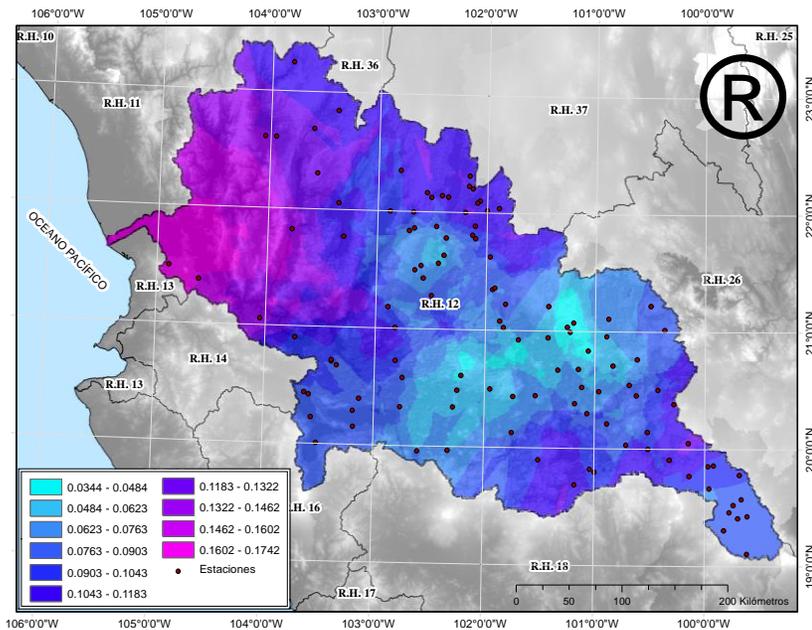


Figura 5.19. Mapa de coeficiente de asimetría (L-asimetría)

El mapa de coeficiente de asimetría, muestra, en su mayoría, valores de asimetría de la variable precipitación que oscilan entre 0.10 y 0.17, esto muestra que el comportamiento de la variable es aleatorio en la región hidrológica 12. En la parte media de la región los valores de la precipitación son más uniformes y oscilan entre 0.0344 y 0.0763, lo que denota un cierto grado de homogeneidad en la zona.

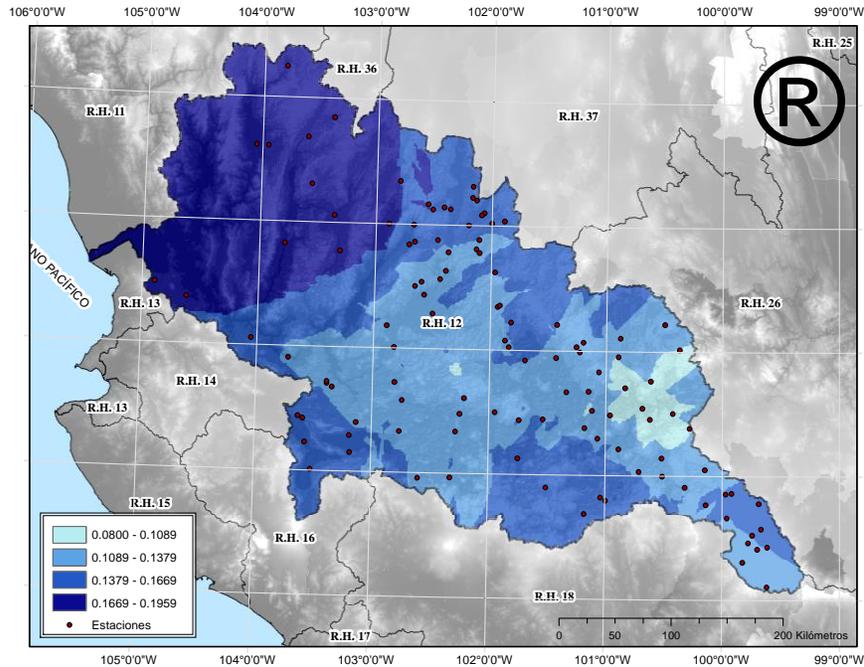


Figura 5.20. Mapa de curtosis (L-curtosis).

El mapa de curtosis o “apuntamiento” muestra que, en la parte noroeste y orillas de la región, existe una menor concentración de datos con índices que oscilan entre 0.1379 y 0.1969, mientras que en el corazón de la región la concentración de datos es mayor con coeficientes entre 0.08 y 0.1378.

De acuerdo con los mapas anteriores, se puede concluir que existen diferencias entre las partes alta, media y baja de la región, siendo la parte baja y media las más “parecidas”; para poder refinar las regiones se tomó en cuenta la distribución del coeficiente de variación (L-Cv), así como las características físicas de la región.

Los ajustes se hicieron manualmente al analizar las características del sitio, principalmente la distribución de la precipitación (media de los datos de máximos en 24 h, que es la variable que se está trabajando, en la región) y la elevación (Figura 5.21).

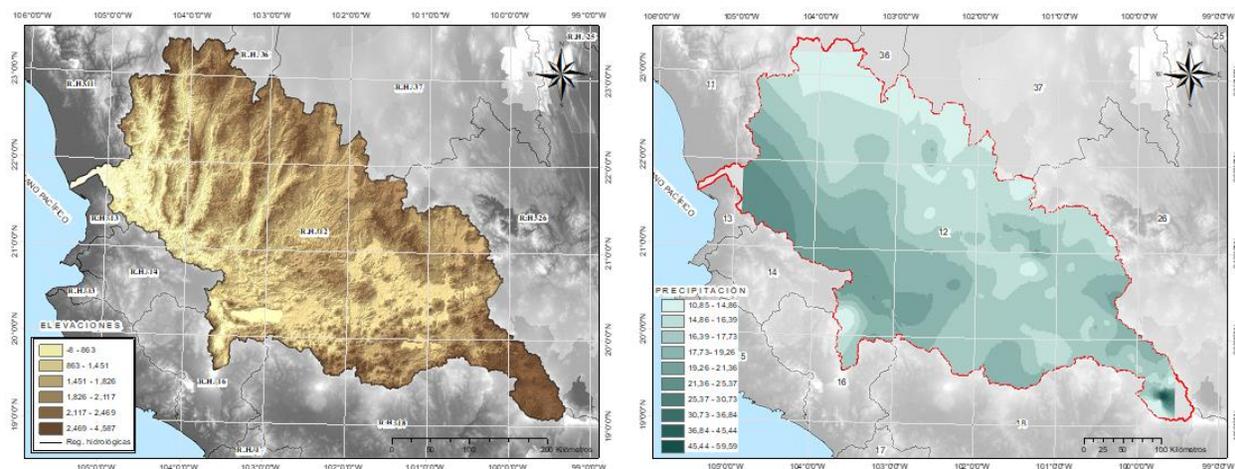


Figura 5.21. Distribución de la precipitación y elevaciones en la RH 12.

Durante la reasignación, se encontró que había sitios que parecían por completo fuera de lugar, estos sitios se movieron hacia los lugares en que parecían ser más adecuados. Se revisó, por ejemplo, si su media de precipitación era más cercana a la de las regiones vecinas; y se verificó que fueran espacialmente posibles estas reubicaciones.

La región 1 se combinó con la 2 ya que se encontraban en áreas geográficas comunes y sus características individuales eran compatibles; la 3 intercambió algunos elementos con la 6, la 4 y la 2; la 4 se dividió en dos partes y se configuró una nueva región 1 con una de las partes; en la 5 se reubicaron dos estaciones en la región 2, la región 6 intercambió algunas estaciones con sus vecinas.

Finalmente, resultan el mismo número de regiones, con 7, 42, 13, 17, 12, y 25 elementos cada una.

Estas regiones se revisaron por discordancia y heterogeneidad y se ubicaron en la región 2 y 6 estaciones discordantes (11009 y 1017 respectivamente), que después de analizarse, se decidió eliminar del estudio.

En esta ocasión las regiones 1, 3, y 4 no tuvieron problemas de discordancia ni con el estadístico de heterogeneidad; sin embargo, la región 5 a pesar de no presentar discordancia, presentaba heterogeneidad ($H = 3.53$). Se hizo un análisis del L-Cv de cada uno de los sitios (estaciones), esto debido a que H es medida de heterogeneidad con base en el coeficiente de variación, se encontró que las estaciones 15014 y 15086 tenían valores de L-Cv elevados, en relación a las demás estaciones conformadoras de la región. Se examinaron las series de datos y se compararon con los datos de estaciones vecinas, posterior a esto, se determinó que estas eran sospechosas de

tener errores (posiblemente en los registros), por lo que se decide excluirlas del estudio al no ser posible geográficamente reubicarlas en otra de las regiones.

Después de los ajustes descritos anteriormente, se revisó de nueva cuenta la discordancia en cada una de las regiones (Cuadro 5.9); pasando todas por este criterio.

Cuadro 5.9. L-momentos y medida de discordancia en las regiones refinadas.

REGIÓN 1						
Clave	Estación	Media	L-Cv	L-Asimetría	L-curtosis	Di
14023	Bolaños	190.40	0.1644	0.2195	0.2077	0.4300
18005	Cerro Blanco	291.60	0.1250	0.1955	0.2050	0.3500
14053	El Pinito	193.50	0.1453	0.2243	0.2291	0.3600
32016	El Platanito	185.60	0.1571	0.1381	0.1912	1.2800
14068	Hostotipaquillo	245.70	0.1749	0.1581	0.1199	1.6300
14136	Santa Rosa	237.70	0.1055	0.0946	0.0905	1.7200
18039	Tepic (Obs)	292.40	0.1185	0.2575	0.2102	1.2400
	Media regional	233.84	0.1415	0.1839	0.1791	
REGIÓN 2						
Clave	Estación	Media	L-Cv	L-Asimetría	L-curtosis	Di
11001	Abasolo	205.80	0.1361	0.1124	0.0601	0.66
11002	Acámbaro	205.30	0.1268	0.1002	0.1915	0.34
16091	Álvaro Obregón	187.00	0.1211	0.2603	0.1982	2.05
11005	Apaseo	213.10	0.1321	0.0288	0.1306	0.26
11006	Apaseo El Alto	209.80	0.1341	0.0192	0.1015	0.33
11007	Calderones	237.80	0.1252	0.1132	0.0845	0.63
11011	Cinco Señores	213.10	0.1638	-0.04	0.1043	2.5
11013	Cortázar	199.00	0.1454	-0.0041	0.0995	0.61
11085	Dos Arroyos	202.80	0.1391	0.0286	0.064	0.48
22004	El Batán	229.20	0.1491	0.1065	0.0756	0.87
16159	El Rosario	203.00	0.1354	0.2526	0.2108	2.26
11023	Guanajal	188.30	0.1341	0.1262	0.1129	0.21
16050	Huaniqueo	221.20	0.1061	0.0506	0.2087	2.55
22029	Huimilpan	238.90	0.124	0.173	0.0236	2.56
11028	Irapuato	196.60	0.1127	0.0082	0.1917	2.21
11031	Jerécuaro	218.70	0.1409	0.1336	0.1918	0.7
11034	La Golondrina	198.50	0.1469	0.0176	0.1193	0.53
11035	La Sandía	189.80	0.1425	-0.0056	0.0259	1.17
14084	Lagos De Moreno (Dge)	192.80	0.1217	0.1298	0.2111	0.68
14083	Lagos De Moreno (Obs)	180.30	0.1319	0.1514	0.189	0.45
11041	Los Razos	198.60	0.1415	0.0849	0.1227	0.14
11099	Mariano Abasolo	195.00	0.1629	-0.038	0.1333	2.63
16081	Morelia	195.30	0.1233	0.1168	0.157	0.29
11048	Neutla	199.30	0.1407	0.0931	0.0844	0.31
11049	Nuevo. Valle Moreno	214.00	0.118	0.0612	0.2176	1.27
11051	Peñuelitas	192.30	0.1389	-0.0061	0.1051	0.52
11052	Pericos	190.40	0.1361	0.1023	0.0809	0.33
11053	Pozos	192.70	0.1402	0.1791	0.2212	1.46
11122	Presa Jalpa	208.60	0.1272	0.1535	0.0579	1.3
14114	Presa La Duquesa	196.00	0.1455	0.0327	0.0401	0.83
11055	Purísima De Bustos	192.30	0.139	0.0959	0.1175	0.1
16105	Quirio	186.20	0.1126	0.0298	0.1917	1.86
11060	Salvatierra	201.30	0.1305	0.0794	0.0137	1.56
16111	San José	219.10	0.1238	0.0398	0.0703	0.99
11070	Santa Julia	212.70	0.1333	0.0982	0.194	0.34
11072	Santa Rita	210.00	0.1459	0.0892	0.1977	0.99
11066	Sn. José Iturbide	187.70	0.1395	0.1057	0.1504	0.17
11071	Sta. María (Dge)	201.00	0.1424	0.0392	0.2194	1.33
11077	Tarandácuao	197.30	0.1415	0.04	0.0781	0.33
16124	Temascales	222.20	0.1244	0.2437	0.224	1.85
11103	Valenciana	234.40	0.1238	-0.0071	0.1605	1.2
11079	Valle De Santiago	205.90	0.1359	0.1237	0.1625	0.19

	Media regional	204.36	0.1342	0.0838	0.1332	
REGIÓN 3						
Clave	Estación	Media	L-Cv	L-Asimetría	L-curtosis	Di
14006	Ajojuar	193.50	0.1403	0.0056	0.0829	0.58
1023	Calvillo (Dge)	186.60	0.138	0.0634	0.1387	0.07
14026	Casa Llanta	198.20	0.135	-0.0277	0.2192	1.62
32013	El Chique	179.00	0.1237	0.1942	0.2463	1.5
14076	Jesús María	237.30	0.1414	0.0631	0.1154	0.27
14080	La Cuna	218.20	0.1288	0.1166	0.0505	2.35
14101	Michoacanejo	182.20	0.1413	0.0312	0.141	0.36
14122	San Bernardo	179.10	0.1337	-0.0799	0.1197	1.89
14266	Sn Gaspar De Los Rey	196.60	0.1435	0.1033	0.0914	0.77
32097	Tenayuca	187.20	0.141	0.1214	0.1295	0.55
14145	Teocaliche (Dge)	166.90	0.1352	0.1204	0.2046	0.62
32057	Tlaltenango Sánchez	198.00	0.1175	0.1346	0.2165	1.87
14167	Yahualica De González	207.20	0.1336	0.1721	0.1447	0.56
	Media regional	194.62	0.1348	0.0783	0.1462	
REGIÓN 4						
Clave	Estación	Media	L-Cv	L-Asimetría	L-curtosis	Di
14002	Acatlán De Juárez	222.50	0.1343	0.0322	0.076	0.8
14016	Atequiza	229.50	0.1132	0.1045	0.1275	0.34
14018	Atoyac	187.90	0.1447	0.1523	0.252	2.4
14040	Chapala	242.70	0.1335	0.0978	0.1447	0.16
14047	El Fuerte	250.20	0.1303	0.1035	0.128	0.22
14066	Guadalajara (Dge)	258.20	0.1266	0.1795	0.1681	1.06
14065	Guadalajara (Obs)	245.20	0.1151	0.1057	0.1068	0.59
14070	Huascato	225.80	0.1193	0.0677	0.1907	0.65
14087	La Red	218.70	0.1143	0.1309	0.1576	0.34
14090	La Yerbabuena	222.80	0.1196	-0.0423	0.1285	1.65
16162	Orandino	202.70	0.1342	0.0727	0.0794	0.88
14113	Presa Hurtado	230.90	0.0991	0.0206	0.1862	2.4
16095	Presa Jaripo	213.40	0.1249	0.0763	0.1196	0.11
14156	Tuxcueca	214.10	0.1153	0.1019	0.1183	0.37
16141	Yurécuaro	214.90	0.1566	-0.0327	0.1114	1.61
14168	Zacoalco De Torres	147.10	0.1612	-0.021	0.1289	1.83
14169	Zapopan	249.80	0.1047	0.1276	0.174	0.71
	Media regional	222.14	0.1263	0.0751	0.1410	
REGIÓN 5						
Clave	Estación	Media	L-Cv	L-Asimetría	L-curtosis	Di
15010	Atotonilco	207.10	0.1083	0.0916	0.0733	0.92
15025	Ejido De Llano Grande	218.30	0.1115	0.1173	0.2051	1.11
15029	El Tejocote	228.20	0.131	0.139	0.1133	0.43
15063	Nueva. Santa Elena	201.10	0.1509	0.0219	0.1845	1.59
15070	Presa Brockman	208.60	0.1336	0.1468	0.111	0.57
15076	Presa Tepetitlán	193.80	0.1224	0.0525	0.1672	0.24
15071	Presa El Tigre	212.90	0.1073	0.1362	0.2222	1.88
15085	Sn Bartolo Del Llano	191.00	0.099	0.0122	0.1095	1.1
15104	Sn. Pedro Potla	210.90	0.1254	0.1043	0.1084	0.19
15108	Sta. María Del Monte	186.60	0.1429	-0.0197	0.1439	1.53
15122	Tenango	174.40	0.1501	0.1793	0.1221	1.5
15201	Trojes	203.70	0.1038	0.0233	0.094	0.93
	Media regional	203.05	0.1239	0.0837	0.1379	
REGIÓN 6						
Clave	Estación	Media	L-Cv	L-Asimetría	L-curtosis	Di
1004	Cañada Honda	183.50	0.1492	0.1595	0.1554	1.07
1031	El Novillo	194.80	0.1339	0.1436	0.1555	0.48
14054	El Puesto	193.60	0.1465	0.0669	0.1266	0.27
1045	El Tule	184.60	0.1773	0.0841	0.1081	1.63
32027	Giménez Del Teul	148.50	0.1353	0.0393	0.1317	1.37
32030	La Florida	182.30	0.1509	0.0702	0.1175	0.24
1010	La Tinaja	217.10	0.1265	0.1279	0.1636	0.41
1073	La Tinaja	188.30	0.1232	0.0986	0.1732	0.79
1032	Las Fraguas	180.40	0.1364	0.173	0.1605	1.3
1011	Malpaso	173.20	0.1452	-0.0128	0.0857	2.98
1013	Mesillas	158.40	0.177	0.0614	0.1349	1.95

32037	Monte Escobedo	195.70	0.1249	0.1418	0.2459	2.24
32042	Palomas	176.60	0.1311	0.1236	0.1548	0.26
1019	Presa Jocoque	175.60	0.1256	0.1358	0.1929	0.56
1018	Presa Plutarco	175.30	0.1468	0.1394	0.1926	0.66
1005	Presa El Niagara	185.20	0.1422	0.0597	0.0915	0.86
1020	Presa La Codorniz	192.50	0.1429	0.0914	0.1299	0.08
1008	Puerto De La Concepción	186.00	0.1326	0.11	0.1562	0.15
1021	Rancho Viejo	199.50	0.1327	0.1417	0.2479	2.4
1024	San Isidro	165.70	0.1317	0.1497	0.1582	0.64
1034	Sandoval	166.50	0.1563	0.0838	0.0922	0.76
32100	Sn. Isidro De Los González	165.90	0.1501	0.1068	0.1138	0.47
1026	Tepezala	167.80	0.1817	0.0803	0.1443	2.51
1027	Venadero	172.50	0.144	0.1188	0.1477	0.08
1028	Villa Juárez	183.50	0.1352	0.1001	0.1087	0.81
	Media regional	180.52	0.143168	0.103784	0.147572	

Una vez más, se calculó el estadístico de heterogeneidad para las seis regiones definidas y refinadas; para la primera región, V_{Lcv} calculada de la muestra es 0.0239, los L-momentos poblacionales son $L - Cv = 0.142$, $L - asimetría = 0.191$, $L - curtosis = 0.179$, los parámetros de la distribución Kappa de la muestra $\xi = 0.9147$ $\alpha = 0.1637$ $k = -0.1141$ $h = -0.3688$.

Para calcular la medida de heterogeneidad en la región 1, se hicieron 500 simulaciones de la región (7 sitios con 43 años) consiguiendo los siguientes L-momentos $L_1 = 1.004$, $L - Cv = 0.1407$, $L - asimetría = 0.1828$ y $L - curtosis = 0.1769$; las V mediciones de 500 regiones simuladas tienen un promedio de 0.0172 y una desviación estándar de 0.0054, entonces, según la ecuación 4.18 tenemos una $H = 1.24$, la cuál es aceptable y se puede decir que la región es homogénea.

Todas las simulaciones hechas en este trabajo se generaron apegadas a una distribución Kappa, que incluye como casos especiales la distribución logística generalizada, la generalizada de valores extremos, y la generalizada de Pareto, es capaz de representar muchas de las distribuciones más usadas en las ciencias ambientales (Hosking y Wallis, 1997).

Para las demás regiones también se trabajaron 500 simulaciones, los parámetros obtenidos para las seis se detallan a continuación en el Cuadro 5.10:

Cuadro 5.10. Parámetros de la distribución Kappa de la muestra y simulados

	L-momentos de la muestra			
	L1	L-Cv	L-asimetría	L-curtosis
Región 1	1	0.1415	0.1913	0.1818
Región 2	1	0.1342	0.0869	0.1317
Región 3	1	0.1348	0.0826	0.146
Región 4	1	0.1263	0.0789	0.1402
Región 5	1	0.1239	0.0872	0.1368
Región 6	1	0.1432	0.1082	0.1474
	Parámetros Kappa			

	Xi (ξ)	Alpha (α)	Kappa (k)	Hondo (h)
Región 1	0.9147	0.1637	-0.1141	-0.3688
Región 2	0.9123	0.2018	0.0999	-0.097
Región 3	0.9333	0.1793	0.0448	-0.301
Región 4	0.9319	0.1757	0.0702	-0.2296
Región 5	0.9252	0.1787	0.0793	-0.1592
Región 6	0.9172	0.1935	0.0274	-0.2324

L-momentos simulados				
	L1	L-Cv	L-asimetría	L-curtosis
Región 1	1.0004	0.1407	0.1828	0.1769
Región 2	0.9997	0.1341	0.0854	0.1317
Región 3	1.0001	0.1349	0.0818	0.1457
Región 4	1.0005	0.1266	0.0768	0.1405
Región 5	1.0003	0.124	0.0848	0.1373
Región 6	1.0002	0.1429	0.1052	0.1462

La medida de heterogeneidad se calculó con los datos del cuadro 5.11 al aplicar la ecuación 4.18, en este mismo cuadro se indica el diagnóstico según la guía para la aceptación o rechazo de la región propuesta (Cuadro 4.3), definida por Hosking y Wallis (1997).

Cuadro 5.11. Medida de heterogeneidad, regiones refinadas.

	V_{Lcv}	μ_v	σ_v	H	Diagnóstico
Región 1	0.0239	0.0172	0.0054	1.24	Homogénea
Región 2	0.012	0.0146	0.0017	-1.59	Homogénea
Región 3	0.0074	0.0148	0.0032	-2.3	Homogénea
Región 4	0.0163	0.014	0.0025	0.96	Homogénea
Región 5	0.0174	0.0132	0.0029	1.41	Homogénea
Región 6	0.0158	0.0162	0.0024	-0.16	Homogénea

Las regiones propuestas son adecuadas de acuerdo a los criterios de discordancia y heterogeneidad; estas quedan configuradas espacialmente como se muestra en la Figura 5.22 y el siguiente paso fue la selección de funciones de distribución.

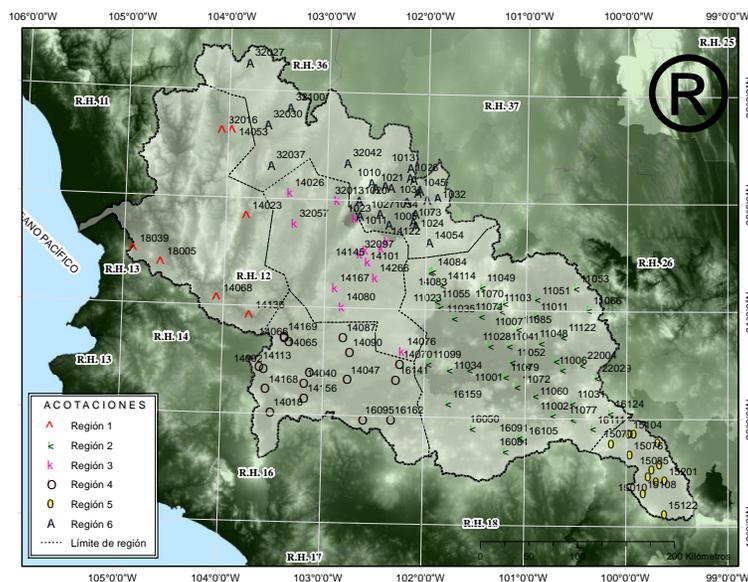


Figura 5.22. Regiones homogéneas dentro de la región hidrológica 12 Lerma-Santiago.

La delimitación de espacial de regiones se hizo al formar polígonos de Thiessen para definir las áreas de influencia de cada una de las estaciones.

5.4 Selección, ajuste y cálculo de cuantiles de la función de distribución.

Las seis regiones consideradas tienen una función de densidad de probabilidad (FDP) y su acumulada (FDA), estas se ilustran de la Figura 5.23 a la Figura 5.28.

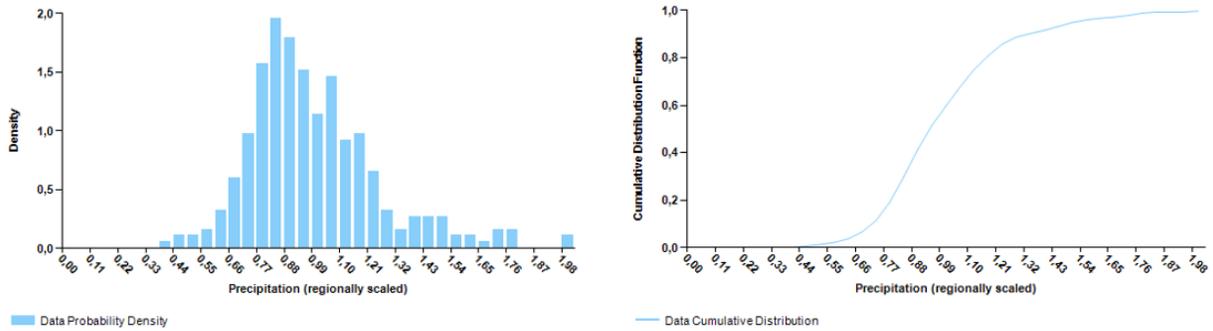


Figura 5.23. FDP y FDA región 1.

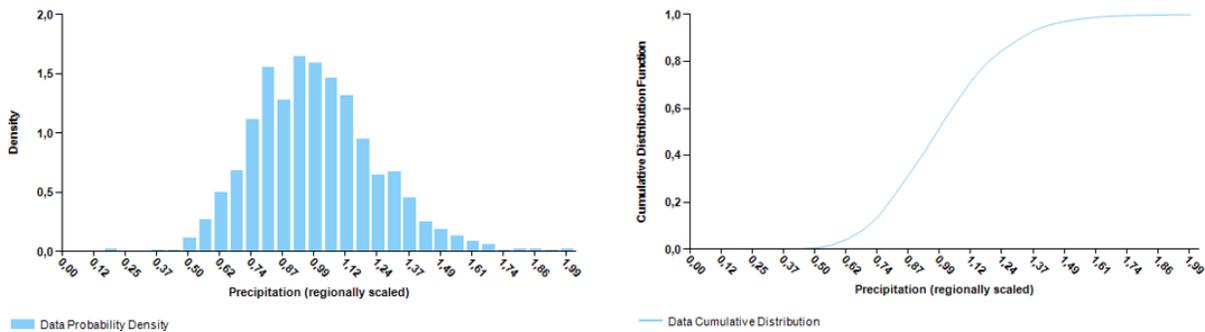


Figura 5.24. FDP y FDA región 2.

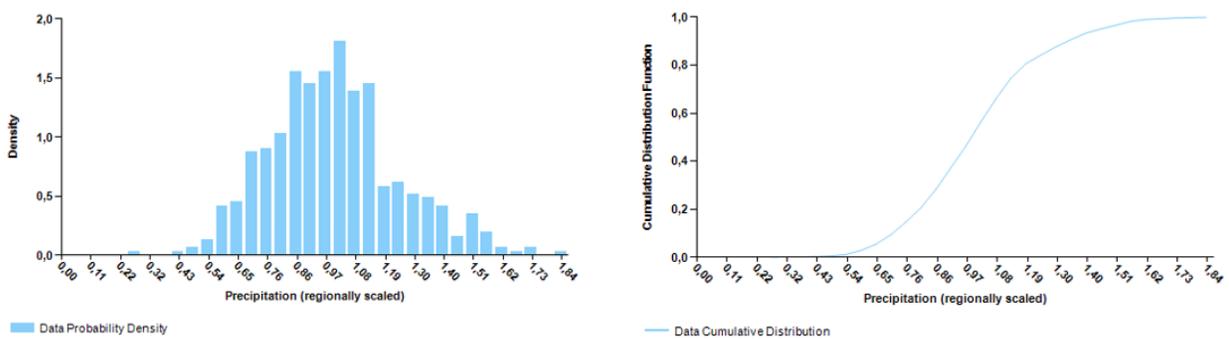


Figura 5.25. FDP y FDA región 3.

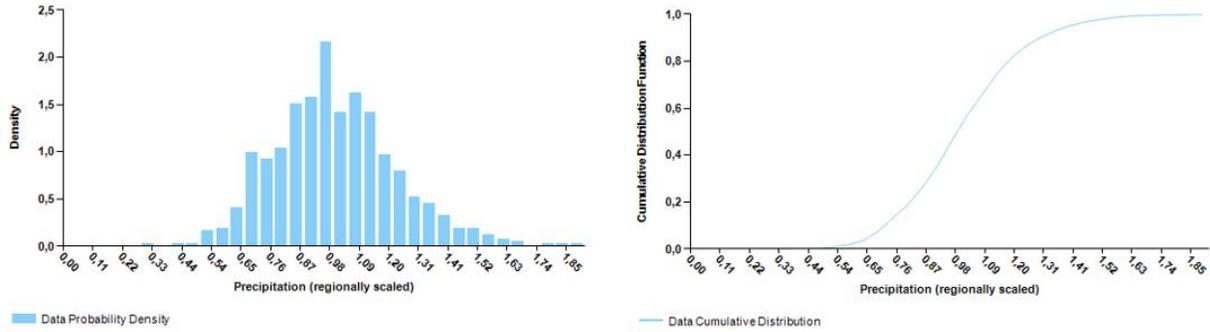


Figura 5.26. FDP y FDA región 4.

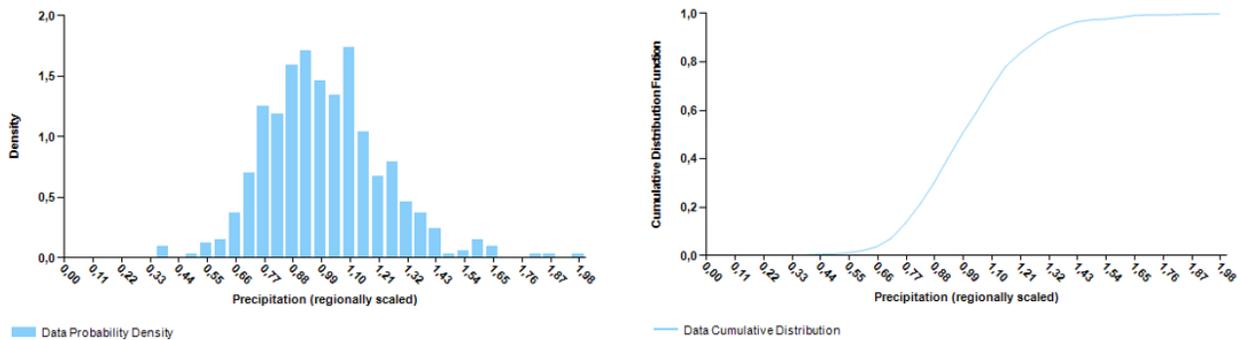


Figura 5.27. FDP y FDA región 5.

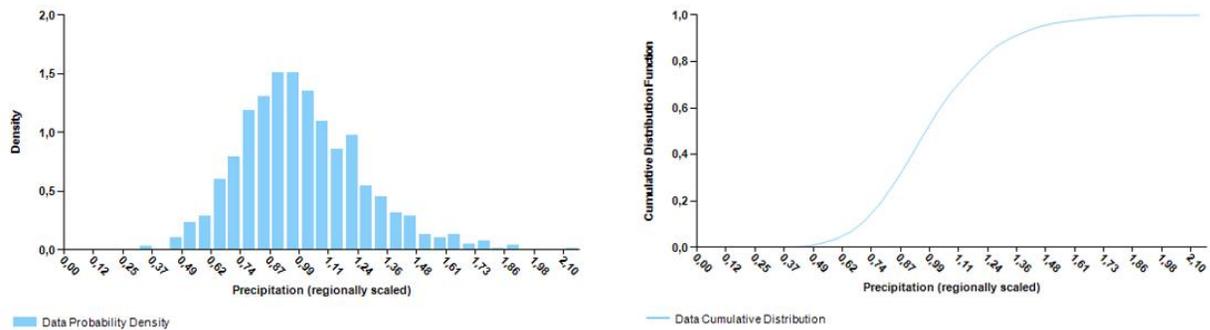


Figura 5.28. FDP y FDA región 6.

Las FDA y FDP dan una idea de la morfología de los datos, se observa en las FDP que los datos se distribuyen más o menos de forma simétrica, aunque se observa cierta asimetría positiva en todas las regiones, es decir, existen valores más separados de la media hacia el lado derecho

En las acumuladas se ve que su comportamiento es no lineal; la forma de "S" que forma en las seis regiones significa que la distribución tiene colas mayores o menores que la normal, esto es, que existen pocas y/o demasiadas observaciones en las colas de la distribución.

Hosking y Wallis (1997) en su monografía: “*Regional frequency analysis, an approach based on L-moments*” dicen que las distribuciones de dos parámetros producen estimaciones cuantílicas

precisas cuando la distribución verdadera se asemeja a la distribución ajustada, pero las estimaciones de los cuantiles de la cola pueden estar sesgadas si la forma de la cola de la distribución de frecuencia “verdadera” no se aproxima bien por la distribución ajustada. “Para la mayoría de las aplicaciones de análisis de frecuencia regional, las distribuciones con tres a cinco parámetros son apropiadas”.

Para contrastar esta afirmación con la “verdad” de los datos analizados, se hizo el ajuste de estos, por medio de momentos lineales, de diferentes funciones de distribución, de dos parámetros: Exponencial, Gumbel, Uniforme, Normal y Gamma y de tres parámetros: logística generalizada (GLO), generalizada de valor extremo (GEV), log-normal, y Pearson tipo III (PIII), todas funciones de uso común en hidrología, algunas de ellas como la PIII y GLO han sido adoptadas por gobiernos como el de los Estados Unidos y Reino Unido como la norma para el análisis de caudales (Flowers-Cano *et al.*, 2017).

De la Figura 5.29 a la Figura 5.34 se graficaron las funciones estimadas mediante el método de momentos lineales.

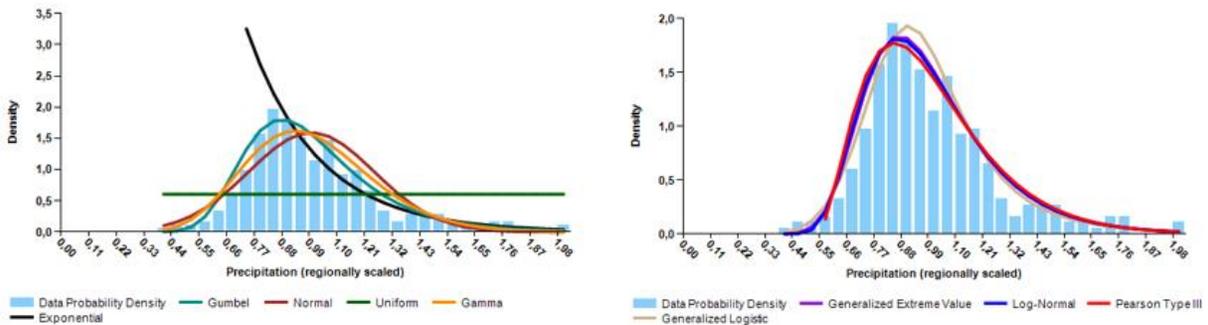


Figura 5.29. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 1.

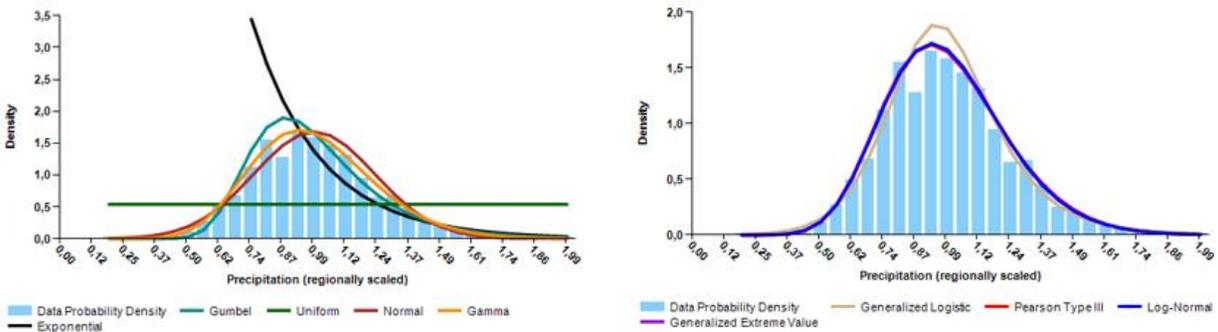


Figura 5.30. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 2.

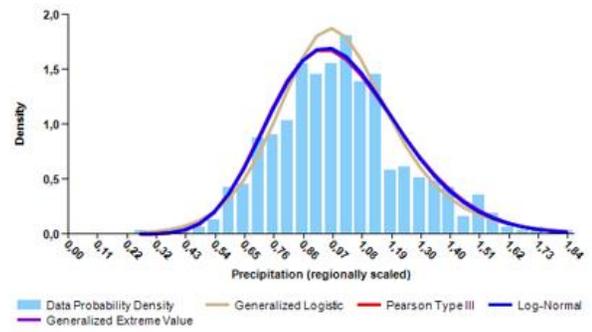
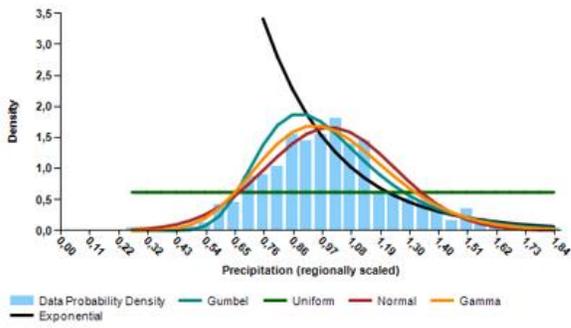


Figura 5.31. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 3.

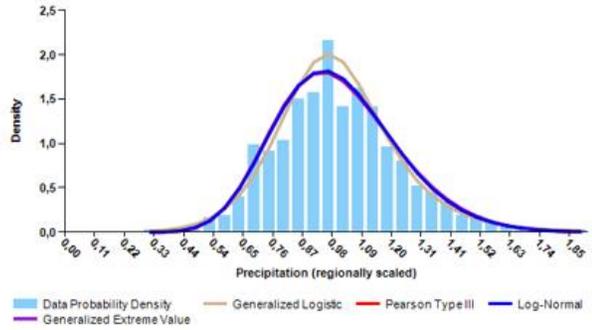
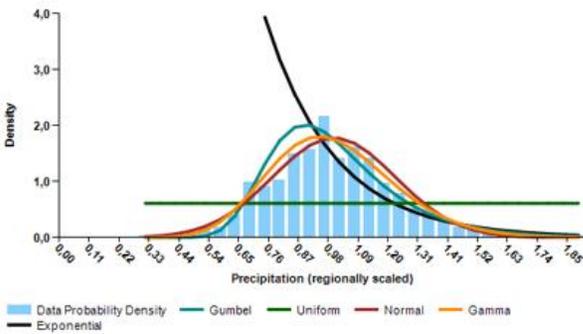


Figura 5.32. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 4.

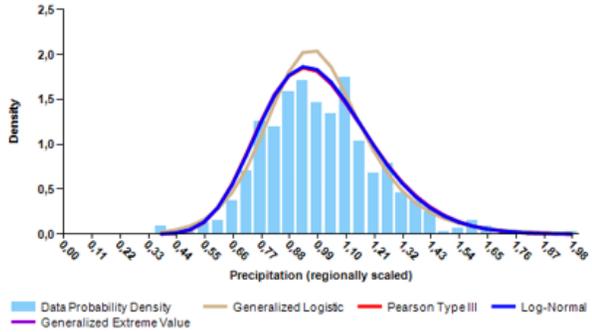
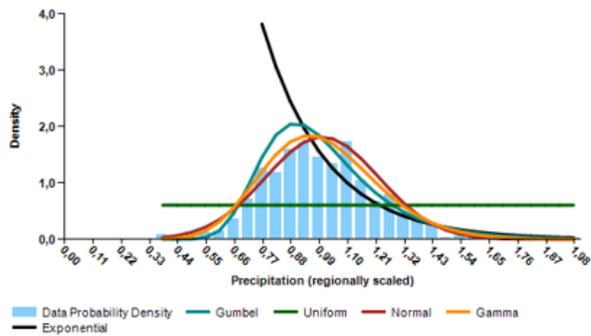


Figura 5.33. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 5.

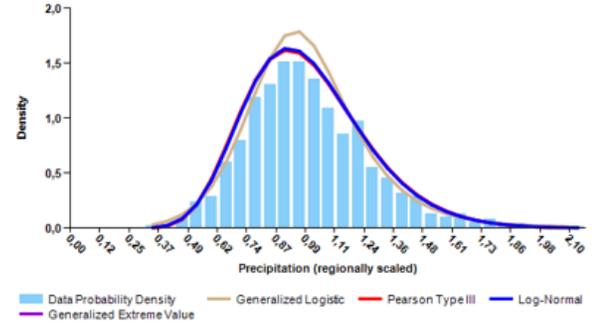
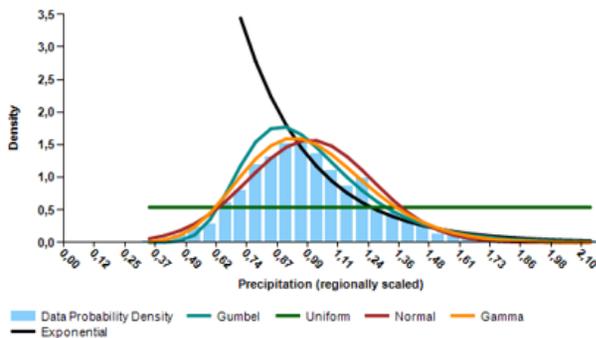


Figura 5.34. Ajuste de la FDP a funciones de 2 y 3 parámetros, región 6.

En esta aproximación gráfica se puede observar que el conjunto de funciones que parece apegarse más a la forma de la FDP empírica de las seis regiones es el conjunto de las FDP de tres parámetros (a la derecha de las Figuras).

Un enfoque sencillo para evaluar que tan bueno es el ajuste de las FDP calculadas es el uso de la *r* de Pearson; esta se determina calculando la raíz cuadrada de las medias de la diferencia al cuadrado entre los datos de la muestra y la distribución estándar, en el Cuadro 5.12. se muestran los resultados de esta operación.

Cuadro 5.12. R de Pearson para las FDP de dos y tres parámetros probadas.

Distribución	R de Pearson					
	Región 1	Región 2	Región 3	Región 4	Región 5	Región 6
Dos parámetros						
Exponencial	0.7257	0.6973	0.7054	0.6694	0.6834	0.7567
Gumbel	0.8706	0.8766	0.8494	0.8521	0.8662	0.8843
Uniforme	0	0	0	0	0	0
Normal	0.8076	0.8813	0.8589	0.8729	0.8691	0.8739
Gamma	0.849	0.891	0.8691	0.8773	0.8791	0.8915
Tres parámetros						
Log-normal	0.9683	0.9916	0.9699	0.9775	0.9793	0.9924
GEV	0.9717	0.9913	0.9684	0.976	0.9789	0.9922
GLO	0.9748	0.9854	0.9745	0.9786	0.974	0.9717
PIII	0.9583	0.9916	0.9693	0.9771	0.9791	0.9915

En el cuadro 5.12 las casillas coloreadas se corresponden con el valor más cercano a uno de todas las FDP analizadas., que denota el mejor ajuste.

En orden, de las regiones 1 a 6, las funciones que dan el mejor ajuste según el enfoque de la R de Pearson (con base en la varianza) son: Logística generalizada, log-normal o Pearson tipo III, logística generalizada, logística generalizada, log-normal y log-normal; todas de tres parámetros.

Según lo obtenido, para estos datos, las FDP de tres parámetros tienen mejor ajuste que las de dos parámetros, esto es consistente con las aseveraciones hechas por Hosking y Wallis.

De igual manera otros estudios han encontrado que las FDP de tres parámetros presentan ajustes con errores muy bajos, como el de Sáenz *et al.* 1991 en aplicación a datos de España (GEV), o el de Hassan y Ping (2012) en la cuenca de Luanhe en el norte de China (GPA), o el de Kysely y Piceck (2007) que aplicaron el método en la república Checa, en cuyo caso se dio el mejor ajuste con las FDP GEV y GLO; en México los estudios realizados en la Costa de Chiapas por (Aguilar, Guichard y Muciño, 2017) arrojaron como mejores ajustes los de la FDP log-normal y doble Gumbel.

Se tomó la decisión de evaluar los datos con las FDP de tres parámetros, con seis regiones aceptablemente homogéneas, se plantean como candidatas las siguientes funciones de distribución:

logística generalizada (GLO), generalizada de valor extremo (GEV), log-normal y Pearson tipo III (PIII) y Generalizada de Pareto (GPA); cuyos L-momentos y parámetros de estimación se detallan en el apartado 3.2.5.

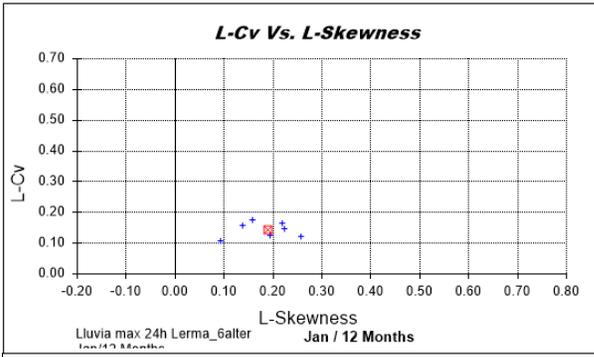


Figura 5.35. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 1

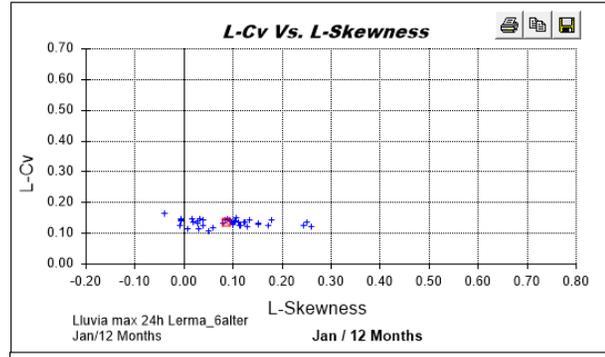


Figura 5.36. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 2

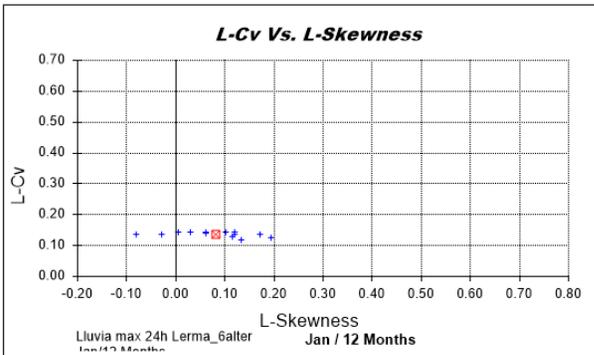


Figura 5.37. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 3

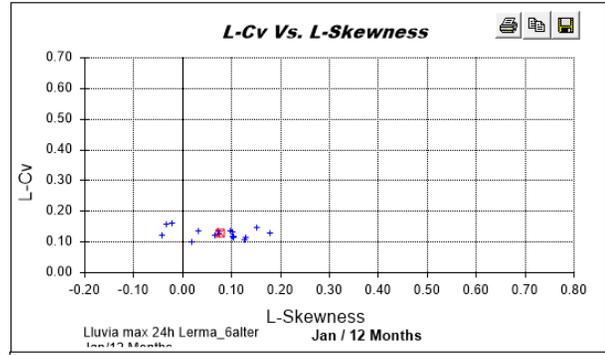


Figura 5.38. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 4

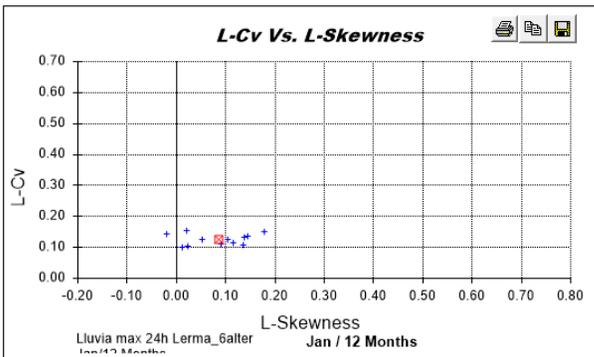


Figura 5.39. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 5

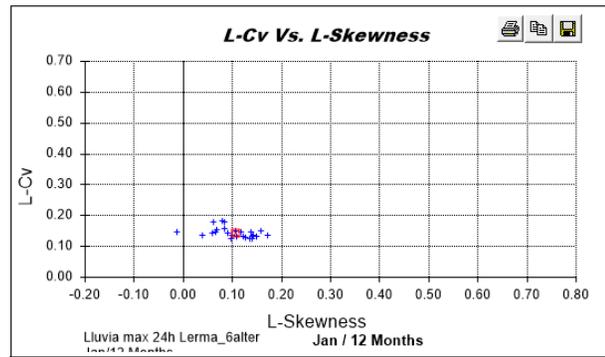


Figura 5.40. Diagrama L-asimetría vs L-Cv, región 6

Se obtuvieron los diagramas de dispersión de los L-momentos de los sitios dentro de las regiones con respecto a la media regional (Figura 5.35 a Figura 5.40). Estos representan la variabilidad dentro de las regiones.

En los diagramas, el cuadrado rojo representa la media regional de L-asimetría y L-Cv; en la región 1 se observa poca variabilidad tanto en asimetría como Cv, en la 2, 3, 4 y 5 los rangos de variación de Cv son bajos, comparados con la variación en los valores de asimetría, la región seis es la que parece tener menor variación interna.

Con apoyo del *software* L-RAP, se ejecutó la prueba de bondad de ajuste Z^{DIST} definida en la ecuación 4.21 (Hosking y Wallis 1997) para identificar la (s) distribución (es) de probabilidad que más se asemeja a los valores medios regionales ponderados de L-Asimetría y L-Curtosis para los sitios que conforman cada región propuesta. Se hizo la prueba con quinientas simulaciones para cada una de las regiones con las cinco funciones de distribución candidatas (Cuadro 5.13).

Cuadro 5.13. Prueba de bondad de ajuste, 500 simulaciones.

REGIÓN 1					
Logística generalizada	L-Curtosis=	0.197	Valor de Z =	0.41	Aceptar
Generalizada de valores extremos	L-Curtosis=	0.159	Valor de Z =	-1.09	Aceptar
Log-normal	L-Curtosis=	0.151	Valor de Z =	-1.39	Aceptar
Pearson tipo III	L-Curtosis=	0.135	Valor de Z =	-2.04	Rechazar
Generalizada de Pareto	L-Curtosis=	0.072	Valor de Z =	-4.49	Rechazar
REGIÓN 2					
Log-normal	L-Curtosis=	0.129	Valor de Z =	-0.35	Aceptar
Pearson tipo III	L-Curtosis=	0.125	Valor de Z =	-0.83	Aceptar
Generalizada de valores extremos	L-Curtosis=	0.123	Valor de Z =	-1.04	Aceptar
Logística generalizada	L-Curtosis=	0.173	Valor de Z =	5	Rechazar
Generalizada de Pareto	L-Curtosis=	0.025	Valor de Z =	12.94	Rechazar
REGIÓN 3					
Log-normal	L-Curtosis=	0.128	Valor de Z =	-1.19	Aceptar
Pearson tipo III	L-Curtosis=	0.124	Valor de Z =	-1.43	Aceptar
Generalizada de valores extremos	L-Curtosis=	0.122	Valor de Z =	-1.6	Aceptar
Logística generalizada	L-Curtosis=	0.172	Valor de Z =	1.7	Rechazar
Generalizada de Pareto	L-Curtosis=	0.023	Valor de Z =	-8.06	Rechazar
REGIÓN 4					
Log-normal	L-Curtosis=	0.128	Valor de Z =	-0.96	Aceptar
Pearson tipo III	L-Curtosis=	0.124	Valor de Z =	-1.22	Aceptar
Generalizada de valores extremos	L-Curtosis=	0.121	Valor de Z =	-1.48	Aceptar
Logística generalizada	L-Curtosis=	0.172	Valor de Z =	2.49	Rechazar
Generalizada de Pareto	L-Curtosis=	0.022	Valor de Z =	-9.23	Rechazar
REGIÓN 5					
Log-normal	L-Curtosis=	0.129	Valor de Z =	-0.49	Aceptar
Pearson tipo III	L-Curtosis=	0.125	Valor de Z =	-0.75	Aceptar
Generalizada de valores extremos	L-Curtosis=	0.123	Valor de Z =	-0.86	Aceptar
Logística generalizada	L-Curtosis=	0.173	Valor de Z =	2.42	Rechazar
Generalizada de Pareto	L-Curtosis=	0.025	Valor de Z =	-7.3	Rechazar
REGIÓN 6					
Log-normal	L-Curtosis=	0.132	Valor de Z =	-1.67	Rechazar
Generalizada de valores extremos	L-Curtosis=	0.129	Valor de Z =	-1.58	Aceptar
Pearson tipo III	L-Curtosis=	0.126	Valor de Z =	-1.82	Rechazar
Logística generalizada	L-Curtosis=	0.176	Valor de Z =	2.57	Rechazar
Generalizada de Pareto	L-Curtosis=	0.033	Valor de Z =	-9.95	Rechazar

La prueba se puede visualizar mejor si se ilustra mediante el diagrama de relación de L-momento que se muestra de la Figura 5.41 a Figura 5.46.

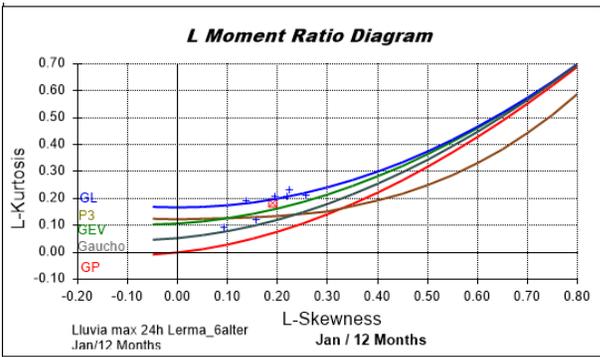


Figura 5.41. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 1.

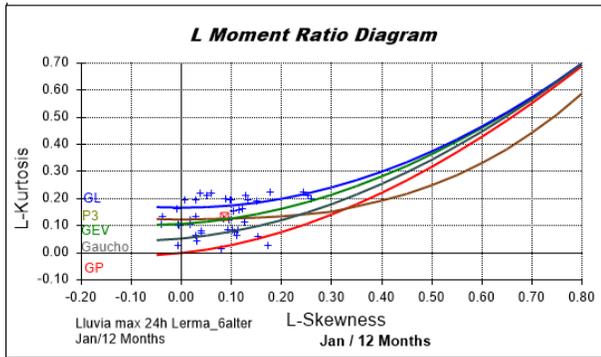


Figura 5.42. Diagramas de cocientes de L-momentos, región2.

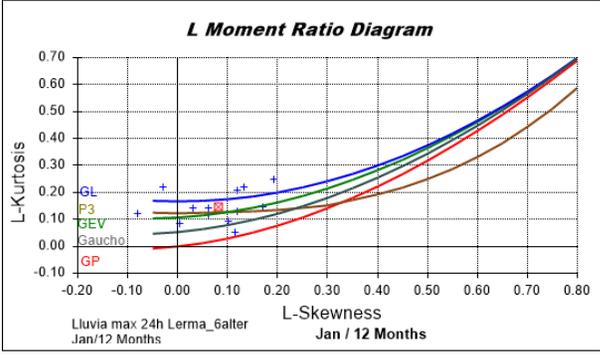


Figura 5.43. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 3.

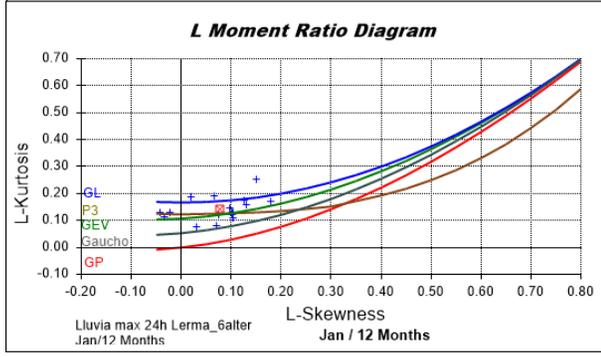


Figura 5.44. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 4.

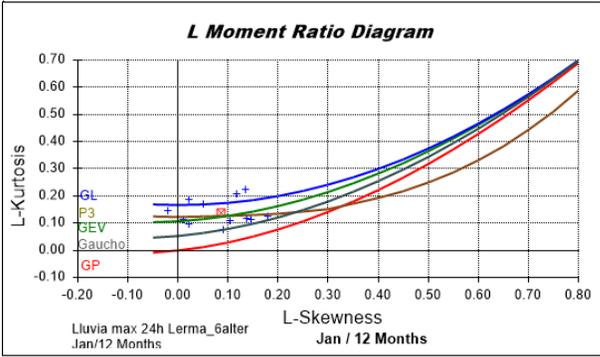


Figura 5.45. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 5.

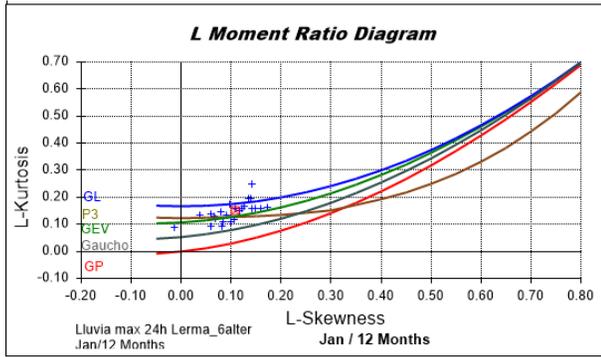


Figura 5.46. Diagrama de cocientes de L-momentos, región 6.

La prueba puede verse como un gráfico de los valores regionales de L-Asimetría y L-Curtosis obtenidos de los sitios para la región propuesta e identificando las funciones de distribución de probabilidad cuyo valor de L-Curtosis se asemeja más al valor regional de L-Curtosis.

En las regiones propuestas, las distribuciones candidatas forman curvas bastante cercanas entre sí. En las regiones uno a cinco, tres de las cinco funciones de distribución son adecuadas según la medida de bondad de ajuste y en la seis solamente una, la generalizada de valores extremos. En la mayoría de las regiones se encontraron adecuadas las distribuciones GEV, Log-normal y Pearson tipo III.

En el cuadro 5.14 se anotan los parámetros calculados para las funciones de distribución cuyo ajuste es adecuado para cada región:

Cuadro 5.14. Parámetros de las funciones que se ajustan a las series de datos por región.

Región 1			
Función de distribución	Localización	Escala	Forma
Logística generalizada	0.9563	0.1331	-0.1913
Generalizada de valores extremos	0.8791	0.1978	-3.30E-02
Log-normal	0.9517	0.2350	-0.3949
Región 2			
Función de distribución	Localización	Escala	Forma
Log-normal	0.9789	0.2347	-0.1781
Pearson tipo III	1	0.2399	0.5315
Generalizada de valores extremos	0.9008	0.2159	0.1336
Región 3			
Función de distribución	Localización	Escala	Forma
Log-normal	0.9799	0.2362	-0.1693
Pearson tipo III	1	0.2409	0.5055
Generalizada de valores extremos	0.9011	0.2181	0.1408
Región 4			
Función de distribución	Localización	Escala	Forma
Log-normal	0.982	0.2214	-0.1618
Pearson tipo III	1	0.2255	0.4833
Generalizada de valores extremos	0.9079	0.2051	0.1469
Región 5			
Función de distribución	Localización	Escala	Forma
Log-normal	0.9805	0.2166	-0.1789
Pearson tipo III	1	0.2215	0.5338
Generalizada de valores extremos	0.9084	0.1992	0.133
Región 6			
Función de distribución	Localización	Escala	Forma
Generalizada de valores extremos	0.8905	0.2244	9.84E-02

Como hay distintas funciones de distribución que se ajustan a las series de datos, se examina la medida cuantitativa del ajuste mediante el cálculo del error estándar del ajuste (EEA) (ecuación 4.25) para cada una de las estaciones de las regiones.

En la región seis no se tuvo que elegir entre distribuciones ajustadas ya que solo fue una (GEV) la que pasó por bondad de ajuste.

Lo anterior, con el objetivo de decidir cuál de las distribuciones es más fiel a los datos reales y así decidir cuál es mejor, en este punto la ambigüedad de la noción “distribución observada” lleva a un serio inconveniente al momento de hacer pruebas de bondad de ajuste, ya que con cada

simulación que se haga se obtienen diferentes valores de la FDP “original” para las mismas observaciones, la misma teoría, los mismos parámetros e incluso la misma longitud de clase.

La forma de deshacerse de la ambigüedad es reemplazar las clases de intervalos iguales por clases de igual probabilidad. Gumbel (1958). Es por eso que, en lugar de utilizar la R de Pearson, se utiliza el EEA.

En realidad, las FDP que se están probando superaron la prueba de bondad de ajuste, por lo que cualquiera de ellas daría una buena aproximación a la distribución de la muestra.

Cuadro 5.15. Errores estándar del ajuste.

REGIÓN 1					
Error estándar del ajuste (mm)					
Clave	Estación	GLO (L-Mom)	GEV (L-Mom)	Log-Normal (L-Mom)	Normal (Mom)
14023	Bolanos	3.5851	3.5854	3.6268	17.57
18005	Cerro Blanco	5.6967	5.5858	5.5427	15.20
14053	El Pinito	3.7075	3.6064	3.6928	16.36
32016	El Platanito	5.6710	5.4535	5.2982	20.96
14068	Hostotipaquillo	3.2100	2.7387	2.8581	60.60
14136	Santa Rosa	4.5471	3.9688	3.5808	51.30
18039	Tepic (Obs)	7.0764	6.9432	6.5137	16.12
REGIÓN 2					
Error estándar del ajuste (mm)					
Clave	Estación	GEV (L-Mom)	Log-Normal (L-Mom)	Pearson III (L-Mom)	Gumbel 2P (Mom)
11001	Abasolo	0.6899	0.6289	0.5811	19.72
11002	Acambaro	0.3601	0.3801	0.3947	19.22
16091	Alvaro Obregon	2.7996	2.2165	1.9564	32.49
11005	Apaseo	0.8919	0.8682	0.8656	6.18
11006	Apaseo El Alto	0.9650	0.9343	0.9226	6.98
11007	Calderones	3.4489	3.4203	3.3880	32.47
11011	Cinco Senores	2.3984	2.6585	2.7000	6.18
11013	Cortazar	1.7247	1.7327	1.7288	13.38
11085	Dos Arroyos	1.0125	0.9835	0.9723	16.52
22004	El Batan	3.3398	3.3357	3.2773	49.50
16159	El Rosario	4.1457	3.2949	2.5748	16.77
11023	Guanajal	1.0666	1.0845	1.1103	26.89
16050	Huaniqueo	1.7369	1.6985	1.6563	38.89
22029	Huimilpan	4.5782	4.3636	4.1834	62.67
11028	Irapuato	2.3696	2.3095	2.2372	12.12
11031	Jerecuaro	2.4792	2.3734	2.2573	35.78
11034	La Golondrina	1.4307	1.4313	1.4344	13.15
11035	La Sandía	2.4085	2.3846	2.3594	13.14
14084	Lagos De Moreno (Dge)	1.1930	1.2694	1.3240	11.87
14083	Lagos De Moreno (Obs)	1.9329	1.9823	2.0370	22.20
11041	Los Razos	0.4853	0.4848	0.4862	13.44
11099	Mariano Abasolo	2.6225	2.7563	2.7649	11.72
16081	Morelia	0.9902	1.0551	1.0927	11.76
11048	Neutla	0.4145	0.4086	0.4012	13.70
11049	Nvo. Valle Moreno	1.0121	0.9783	0.9452	29.51
11051	Penuelitas	2.2514	2.2194	2.1898	11.95
11052	Pericos	1.1738	1.1937	1.2024	12.73
11053	Pozos	1.7375	1.4406	1.2369	11.87
11122	Presa Jalpa	1.4699	1.3106	1.2147	22.93
14114	Presa La Duquesa	1.3784	1.3597	1.3529	11.90
11055	Purísima De Bustos	0.9917	0.9985	1.0025	11.95
16105	Quirio	2.9797	2.9542	2.8929	16.18
11060	Salvatierra	0.4925	0.4835	0.4669	15.21
16111	San Jose	1.1892	1.1612	1.1498	36.21
11070	Santa Julia	0.9844	0.9739	0.9583	27.97
11072	Santa Rita	1.1001	1.1198	1.1031	24.61
11066	Sn. Jose Iturbide	1.3489	1.3660	1.3766	14.71

11071	Sta. Maria (Dge)	0.9381	0.9224	0.9226	14.87
11077	Tarandacuao	1.1877	1.1605	1.1474	12.47
16124	Temascales	4.8171	4.1313	3.5710	40.14
11103	Valenciana	2.3212	2.3299	2.3407	56.47
11079	Valle De Santiago	0.9207	0.8286	0.7561	19.90

REGIÓN 3

Clave	Estación	Error estándar del ajuste (mm)			Gumbel 2P (Mom)
		GEV (L-Mom)	Log-Normal (L-Mom)	Pearson III (L-Mom)	
14006	Ajojucar	1.1512	1.1485	1.1447	4.34
1023	Calvillo (Dge)	0.8674	0.8563	0.8502	12.81
14026	Casa Llanta	1.4615	1.4784	1.4666	4.84
32013	El Chique	1.6837	1.5606	1.5834	23.07
14076	Jesus Maria	4.2278	4.2927	4.2977	57.48
14080	La Cuna	2.7381	2.6870	2.6413	49.36
14101	Michoacanejo	1.6194	1.5968	1.5815	18.79
14122	San Bernardo	3.2187	3.2759	3.2541	22.94
14266	Sn Gaspar De Los Rey	0.9435	0.8985	0.8377	3.51
32097	Tenayuca	0.7829	0.7024	0.6490	11.99
14145	Teocaliche (Dge)	2.3662	2.4213	2.4563	39.66
32057	Tlaltenango Sanchez	1.0583	1.0458	1.0692	4.73
14167	Yahualica De Gonzalez	2.8974	2.6286	2.4084	16.32

REGIÓN 4

Clave	Estación	Error estándar del ajuste (mm)			Normal (Mom)
		GEV (L-Mom)	Log-Normal (L-Mom)	Pearson III (L-Mom)	
14002	Acatlan De Juarez	0.7287	0.7612	0.7819	7.36
14016	Atequiza	0.9887	0.9883	0.9968	8.29
14018	Atoyac	2.6519	2.6134	2.6075	44.53
14040	Chapala	2.6116	2.5901	2.5456	21.65
14047	El Fuerte	3.2998	3.2728	3.2225	30.11
14066	Guadalajara (Dge)	5.5320	5.2127	4.9308	39.60
14065	Guadalajara (Obs)	2.3977	2.3714	2.3477	24.59
14070	Huascato	0.4128	0.4048	0.3934	6.60
14087	La Red	0.8559	0.8661	0.9113	9.99
14090	La Yerbabuena	1.8905	1.8945	1.8693	7.09
16162	Orandino	1.7515	1.7536	1.7530	27.29
14113	Presa Hurtado	1.7224	1.6754	1.6126	9.43
16095	Presa Jaripo	0.8543	0.8643	0.8634	15.44
14156	Tuxcueca	0.9512	1.0175	1.0518	14.50
16141	Yurecuaro	2.4318	2.6150	2.6319	13.67
14168	Zacoalco De Torres	7.5641	7.5761	7.5577	92.19
14169	Zapopan	2.9478	2.9054	2.8845	29.96

REGIÓN 5

Clave	Estación	Error estándar del ajuste (mm)			Normal (Mom)
		GEV (L-Mom)	Log-Normal (L-Mom)	Pearson III (L-Mom)	
15010	Atotonilco	0.7563	0.7859	0.7847	12.98
15025	Ejido De Llano Grande	1.6628	1.6318	1.6169	21.98
15029	El Tejocote	3.5700	3.4596	3.3324	32.31
15063	Nva. Santa Elena	1.4310	1.5465	1.5955	12.04
15070	Presa Brockman	2.0449	1.8678	1.7018	13.71
15076	Presa Tepetitlan	1.2628	1.2364	1.2124	15.78
15071	Presa El Tigre	1.4016	1.3661	1.3620	16.97
15085	Sn Bartolo Del Llano	2.6198	2.5937	2.5335	18.07
15104	Sn. Pedro Potla	1.0932	1.0610	1.0281	15.26
15108	Sta. Maria Del Monte	2.5485	2.5756	2.5718	22.21
15122	Tenango	2.5052	2.3212	2.2024	35.30
15201	Trojes	1.5578	1.5018	1.4343	11.89

REGIÓN 6

Clave	Estación	Error estándar del ajuste (mm)		
		GEV (L-Mom)	Log-Normal (L-Mom)	Normal (Mom)
1004	Cañada Honda	1.35		4.54
1031	El Novillo	1.66		12.09
14054	El Puesto	1.15		10.81
1045	El Tule	1.82		4.11
32027	Giménez Del Teul	3.98		44.68
32030	La Florida	0.57		5.34
1010	La Tinaja	3.53		38.82
1073	La Tinaja	0.93		5.22
1032	Las Fraguas	0.95		7.16
1011	Malpaso	2.26		15.24

1013	Mesillas	2.36	32.79
32037	Monte Escobedo	1.60	13.17
32042	Palomas	0.74	11.21
1019	Presa Jocoque	0.99	12.45
1018	Presa Plutarco	0.50	12.76
1005	Presa El Niagara	0.64	3.94
1020	Presa La Codorniz	1.07	9.56
1008	Puerto De La Concepción	0.55	3.86
1021	Rancho Viejo	2.07	17.56
1024	San Isidro	1.51	23.95
1034	Sandoval	1.44	23.15
32100	Sn. Isidro De Los González	1.34	23.95
1026	Tepezala	1.66	21.70
1027	Venadero	0.69	16.06
1028	Villa Juárez	0.38	4.54

En el cuadro 5.15, se ve que los errores estándar del ajuste (EEA) de las diferentes distribuciones probadas son numéricamente muy semejantes, sin embargo, se escoge la que tiene menor *EEA*.

En la región uno, la función log-normal tiene 57% (4/7) de elementos con menor EEA, seguida de la función GEV con 29% (2/7), y finalmente la GLO con 14% (1/7); se elige como función regional la log-normal.

La región dos tiene como puntero a la función Pearson tipo III con 62% de las estaciones que la integran con menor EEA (26/42), en segundo lugar, la GEV con catorce estaciones (33%) y finalmente la log-normal con una proporción 2/42 (0.48%); se elige como función regional la Pearson tipo III.

La mayor proporción de estaciones con menor EEA la tiene la función Pearson tipo III (7/13) que representa el 54% del total de las que conforman la región tres, seguida de la función GEV (4/13 estaciones) con el 31% y finalmente la log-normal con 15% de las totales (2/13). Se elige como función regional la Pearson tipo III.

La región cuatro tiene mayor proporción de estaciones Pearson tipo III siendo estas el 59% de las totales (10/17), en proporción, segunda, tenemos a la GEV con 6/17 (35%) y finalmente encontramos a la log-normal con el 6% de las estaciones que se identifican con esta distribución (1/17). Se escoge como función regional la Pearson tipo III.

En la región cinco, se tiene a la función Pearson tipo III con 9/12 (75%) estaciones con el mínimo EEA, seguida de la función GEV con 3/12 estaciones (25%). Se elige nuevamente la Pearson tipo III como función de esta región.

Y en la seis, se logró el ajuste solo con una función, se tiene la función GEV como función regional.

La selección de funciones regionales coincide con las que obtuvo Flowers-Cano (2017) para 21 estaciones meteorológicas de México (análisis individual en estaciones de Colima, Guanajuato, Jalisco, Michoacán y Tabasco) ajustadas mediante momentos lineales y momentos convencionales; para este autor las FDP que mejor se ajustaron fueron las Pearson tipo III y GEV.

A modo de comparación se corrieron los datos con el programa AX del CENAPRED, que es muy utilizado en México para el análisis de frecuencias, con el análisis global que ofrece (funciones que aparecen en el Cuadro 5.16, con 2 y 3 parámetros (2P y 3P) cuando existen, por dos métodos: momentos y máxima verosimilitud) se obtuvo:

Cuadro 5.16. Error estándar, para diferentes FDP en las regiones, del programa AX.

Región 1					Región 2				
Función	Momentos		Máxima verosimilitud		Función	Momentos		Máxima verosimilitud	
	2P	3P	2P	3P		2P	3P	2P	3P
Normal	1.455		1.455		Normal	0.415		0.415	
Log-normal	1.643	1.61	1.766	1.781	Log-normal	0.397	0.376	0.401	0.443
Gumbel	1.605		1.656		Gumbel	0.367		0.373	
Exponencial	1.907		11.183		Exponencial	0.451		13.904	
Gamma	1.61	26.029	12.5	1.791	Gamma	18.766	0.376	3.363	3.363
Doble Gumbel					Doble Gumbel		0.393		
Región 3					Región 4				
Función	Momentos		Máxima verosimilitud		Función	Momentos		Máxima verosimilitud	
	2P	3P	2P	3P		2P	3P	2P	3P
Normal	0.707		0.707		Normal	0.91		0.91	
Log-normal	0.715	0.657	0.735	7.13	Log-normal	11111	11111	1.029	1.042
Gumbel	0.628		0.671		Gumbel	1.134		1.569	
Exponencial	0.635		11.597		Exponencial	1.397		13.566	
Gamma	19.535	0.659	6.641	6.641	Gamma	21.737	1.296	6.147	1.024
Doble Gumbel		3.742			Doble Gumbel		1.278		
Región 5					Región 6				
Función	Momentos		Máxima verosimilitud		Función	Momentos		Máxima verosimilitud	
	2P	3P	2P	3P		2P	3P	2P	3P
Normal	0.321		0.321		Normal	0.377		0.377	
Log-normal	0.34	NAN	0.36	0.327	Log-normal	0.389	NAN	0.391	0.426
Gumbel	0.387		0.365		Gumbel	0.43		0.472	
Exponencial	0.505		12.531		Exponencial	0.559		11.673	
Gamma	20.822	NAN	6.667	6.667	Gamma	17.107	NAN	4.051	4.051
Doble Gumbel					Doble Gumbel		0.487		

El cuadro 5.16 se presenta un resumen de errores estándar (medida del ajuste en términos de desviación estándar), con lo cual se tiene una idea de cuáles serán las funciones que mejor se ajustan a la muestra de datos.

Las casillas sombreadas corresponden a los errores estándar más bajos, o sea, las FDP con mejor ajuste, que son, en orden de regiones: Normal con el método de momentos, Gumbel por momentos, Gumbel por momentos, normal por momentos, normal por el método de momentos y máxima verosimilitud con empate en el error estándar y de igual manera en la región 6.

Se consideraron las distribuciones escogidas con el programa AX para homologar la medida cuantitativa del ajuste y poder comparar lo obtenido mediante momentos lineales y los momentos

convencionales (que es el método que todas las regiones aceptaron con AX); para las últimas dos regiones que tenían opción de los dos métodos (momentos y máxima verosimilitud), se decidió hacer el ajuste mediante momentos, esto ya que sus ecuaciones son más sencillas que las ecuaciones de máxima verosimilitud.

Estos resultados de EEA se muestran en el Cuadro 5.15; en este se observa que los EEA de las distribuciones manejadas con momentos convencionales son mayores que los obtenidos mediante momentos lineales; de igual forma EEA califica como mejores las FDP de tres parámetros, sin embargo, en el proceso se notó que las de dos parámetros son más sencillas de manejar (con momentos convencionales, con L-momentos se complican más).

Al comparar las selecciones resultantes de aplicar la R de Pearson y el EEA, se obtienen diferentes FDP que se califican como las mejores; aunque para la mayoría de las series analizadas, los errores no fueron tan diferentes entre sí; queda de manifiesto, entonces, que estos métodos no son definitivos para decidir.

A partir de las funciones de distribución seleccionadas para cada región, se calculó la curva de crecimiento regional para las regiones homogéneas formadas (Cuadro 5.17).

Cuadro 5.17. Curva de crecimiento regional para las regiones definidas.

Probabilidad de no excedencia	Curva de crecimiento regional					
	Región 1 Log-normal	Región 2 Pearson tipo III	Región 3 Pearson tipo III	Región 4 Pearson tipo III	Región 5 Pearson tipo III	Región 6 GEV
0.999	2.347	1.926	1.911	1.843	1.849	2.074
0.998	2.191	1.846	1.834	1.773	1.777	1.972
0.995	1.989	1.737	1.728	1.675	1.677	1.835
0.99	1.839	1.65	1.643	1.597	1.597	1.728
0.98	1.69	1.558	1.554	1.515	1.514	1.618
0.96	1.543	1.461	1.459	1.427	1.424	1.503
0.95	1.495	1.428	1.426	1.397	1.394	1.465
0.9	1.345	1.318	1.319	1.297	1.293	1.34
0.85	1.254	1.247	1.249	1.232	1.229	1.261
0.8	1.188	1.193	1.195	1.182	1.179	1.202
0.75	1.136	1.148	1.15	1.141	1.137	1.153
0.7	1.091	1.109	1.111	1.104	1.101	1.11
0.65	1.052	1.073	1.076	1.071	1.068	1.072
0.6	1.016	1.04	1.042	1.04	1.038	1.037
0.55	0.984	1.009	1.011	1.011	1.009	1.004
0.5	0.953	0.979	0.981	0.983	0.981	0.972
0.45	0.924	0.949	0.951	0.955	0.954	0.941
0.4	0.896	0.92	0.922	0.928	0.927	0.911
0.35	0.868	0.891	0.892	0.9	0.9	0.88
0.3	0.841	0.86	0.861	0.871	0.872	0.849
0.25	0.812	0.829	0.829	0.84	0.842	0.817
0.2	0.783	0.794	0.794	0.808	0.81	0.781
0.15	0.75	0.756	0.754	0.77	0.774	0.742
0.1	0.713	0.709	0.706	0.725	0.731	0.695
0.05	0.663	0.645	0.639	0.662	0.671	0.63
0.02	0.615	0.578	0.569	0.595	0.608	0.562

Probabilidad de no excedencia	Curva de crecimiento regional					
	Región 1 Log-normal	Región 2 Pearson tipo III	Región 3 Pearson tipo III	Región 4 Pearson tipo III	Región 5 Pearson tipo III	Región 6 GEV
0.01	0.587	0.537	0.525	0.554	0.569	0.521
0.005	0.564	0.501	0.487	0.518	0.536	0.485
0.002	0.538	0.461	0.444	0.476	0.498	0.444
0.001	0.522	0.434	0.415	0.449	0.473	0.417

Con los valores del Cuadro 5.17 se construyen las curvas de crecimiento regional (figura 5.47 a 5.52).

Las curvas de crecimiento regional son adimensionales y los cuantiles de la estación se obtuvieron al multiplicar el valor medio de la precipitación en la estación con el valor de la curva regional de crecimiento para un dado valor de probabilidad de no excedencia.

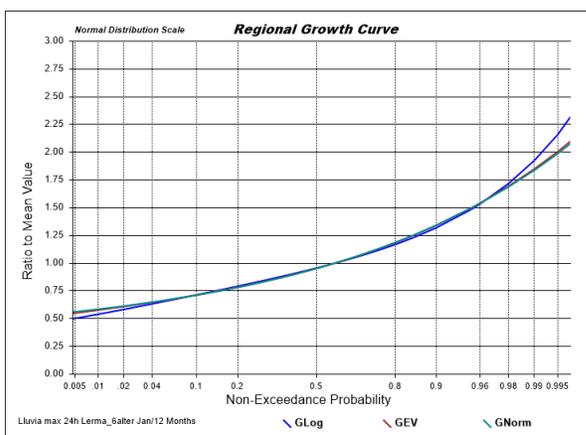


Figura 5.47. Curvas de crecimiento regional, región 1.

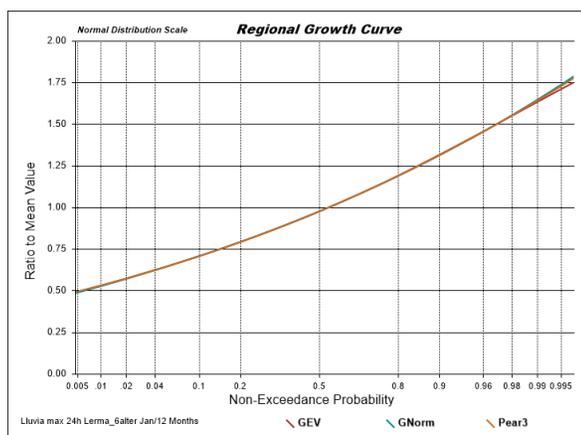


Figura 5.48. Curva de crecimiento regional, región 2.

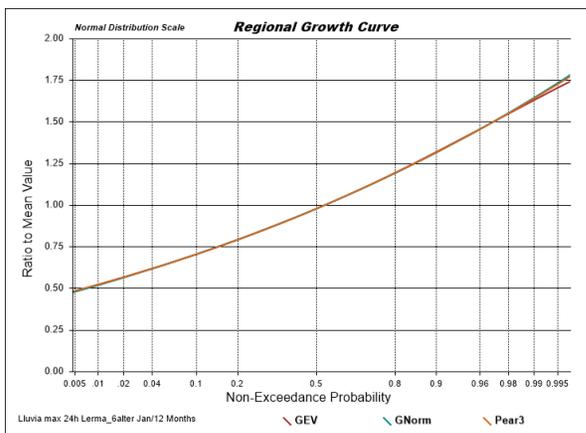


Figura 5.49. Curva de crecimiento regional, región 3.

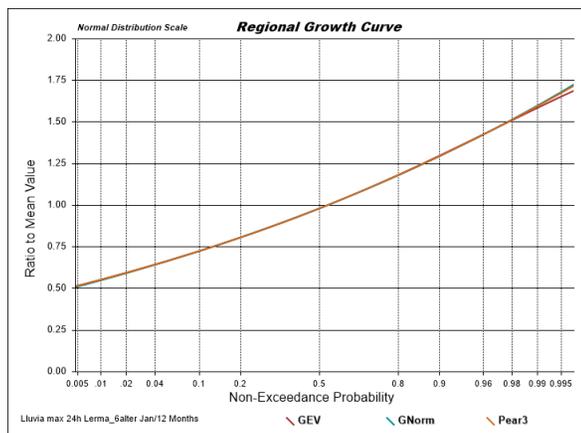


Figura 5.50. Curva de crecimiento regional, región 4.

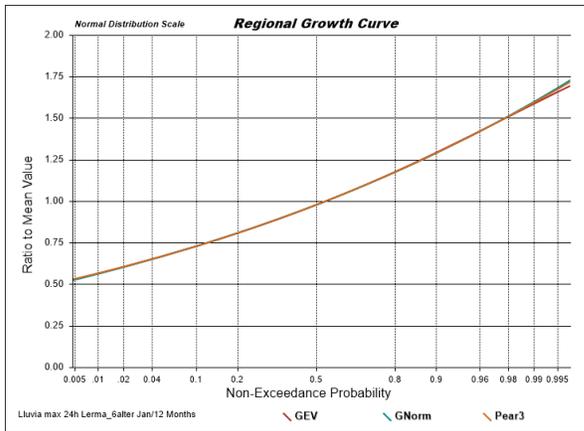


Figura 5.51. Curva de crecimiento regional, región 5.

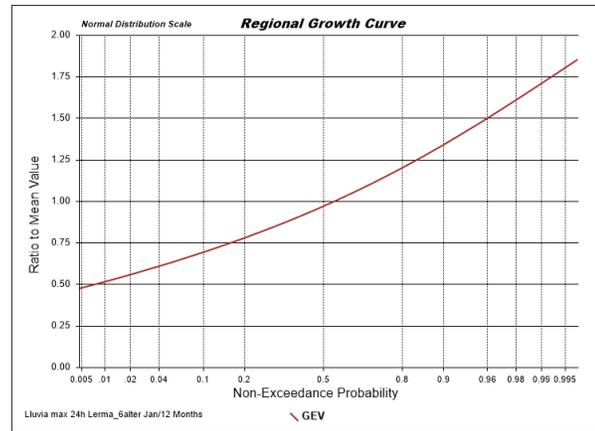


Figura 5.52. Curva de crecimiento regional, región 6.

Las curvas de crecimiento regional corresponden a las funciones que se ajustaron a los datos de las regiones; están dibujadas sobre papel de probabilidad normal, donde una distribución normal se dibujaría como una línea recta. Las funciones de distribución Pearson tipo III, GEV y log-normal tienen bajos valores de asimetría y prácticamente tenemos líneas rectas.

En la región 1, las curvas de crecimiento de las funciones GEV y log-normal son muy similares entre sí; sin embargo, si se observa la curva de la función logística generalizada (GLo) se nota que la cola superior es bastante más pesada que las de las otras dos distribuciones.

En el resto de las regiones las curvas están prácticamente empalmadas, signo de que las distribuciones darán predicciones similares, esto también se dio a notar en el Cuadro 5.14 en que los errores estándar del ajuste son casi iguales.

En estas regiones, los valores de L-asimetría son positivos (Cuadro 5.10) por lo que se observa convexidad en la forma de la curva y se aprecia también que la parte que se afecta es primordialmente la cola superior, sin ser esto de importancia dada la magnitud de la desviación. Los valores de L-Cv son los que dan la pendiente la curva.

Como parte final de este trabajo se obtuvieron las predicciones para distintos periodos de retorno (Cuadro 5.18) al multiplicar los valores de los cuantiles de las curvas de crecimiento regional por la precipitación media en la región: 19.5 mm, 17 mm, 16.2 mm, 18.5 mm, 16.9 mm y 15.04 mm.

Cuadro 5.18. Predicciones (mm) obtenidas con las distribuciones ajustadas por regiones.

Clave	Estación	Distribución ajustada	Periodo de retorno (Años)						
			1000	500	100	50	25	10	5
14023	Bolanos	L-norm	446.68	416.99	350.00	321.64	293.66	255.98	226.10

Clave	Estación	Distribución ajustada	Periodo de retorno (Años)						
			1000	500	100	50	25	10	5
18005	Cerro Blanco	L-norm	684.39	638.90	536.25	492.80	449.94	392.20	346.42
14053	El Pinito	L-norm	454.00	423.83	355.74	326.91	298.48	260.18	229.81
32016	El Platanito	L-norm	435.70	406.74	341.39	313.73	286.44	249.69	220.54
14068	Hostotipaquillo	L-norm	576.80	538.46	451.95	415.33	379.21	330.55	291.96
14136	Santa Rosa	L-norm	557.93	520.84	437.17	401.75	366.80	319.73	282.41
18039	Tepic (Obs)	L-norm	686.36	640.74	537.80	494.22	451.23	393.33	347.42
11001	Abasolo	P III	396.37	379.91	339.57	320.64	300.67	271.24	245.52
11002	Acambaro	P III	395.45	379.02	338.78	319.89	299.97	270.61	244.95
16091	Alvaro Obregon	P III	360.08	345.13	308.48	291.28	273.15	246.41	223.04
11005	Apaseo	P III	410.47	393.42	351.65	332.04	311.37	280.89	254.25
11006	Apaseo El Alto	P III	404.00	387.22	346.10	326.81	306.46	276.46	250.24
11007	Calderones	P III	458.08	439.05	392.44	370.55	347.48	313.47	283.74
11011	Cinco Senores	P III	410.47	393.42	351.65	332.04	311.37	280.89	254.25
11013	Cortazar	P III	383.43	367.50	328.48	310.17	290.86	262.39	237.50
11085	Dos Arroyos	P III	390.59	374.37	334.62	315.96	296.29	267.29	241.94
22004	El Batan	P III	441.44	423.10	378.18	357.09	334.86	302.09	273.44
16159	El Rosario	P III	391.06	374.81	335.02	316.34	296.64	267.61	242.23
11023	Guanajal	P III	367.25	352.00	314.62	297.08	278.58	251.32	227.48
16050	Huaniqueo	P III	425.95	408.26	364.91	344.57	323.11	291.49	263.84
22029	Huimilpan	P III	460.16	441.05	394.22	372.24	349.06	314.90	285.03
11028	Irapuato	P III	378.81	363.07	324.52	306.43	287.35	259.22	234.64
11031	Jerecuaro	P III	421.33	403.83	360.95	340.83	319.61	288.33	260.98
11034	La Golondrina	P III	382.27	366.39	327.49	309.23	289.98	261.60	236.79
11035	La Sandia	P III	365.63	350.44	313.24	295.77	277.36	250.21	226.48
14084	Lagos De Moreno (Dge)	P III	371.18	355.76	317.99	300.26	281.56	254.00	229.91
14083	Lagos De Moreno (Obs)	P III	347.37	332.94	297.59	281.00	263.51	237.71	215.17
11041	Los Razos	P III	382.97	367.06	328.09	309.79	290.51	262.07	237.22
11099	Mariano Abasolo	P III	375.57	359.97	321.75	303.81	284.90	257.01	232.64
16081	Morelia	P III	376.03	360.41	322.15	304.18	285.25	257.33	232.92
11048	Neutla	P III	383.89	367.94	328.88	310.54	291.21	262.70	237.79
11049	Nvo. Valle Moreno	P III	412.09	394.97	353.03	333.35	312.60	282.00	255.25
11051	Penuelitas	P III	370.49	355.10	317.39	299.70	281.04	253.53	229.49
11052	Pericos	P III	366.56	351.33	314.03	296.52	278.06	250.84	227.05
11053	Pozos	P III	371.18	355.76	317.99	300.26	281.56	254.00	229.91
11122	Presa Jalpa	P III	401.69	385.00	344.12	324.94	304.71	274.88	248.81
14114	Presa La Duquesa	P III	377.42	361.74	323.33	305.31	286.30	258.28	233.78
11055	Purísima De Bustos	P III	370.25	354.88	317.20	299.51	280.86	253.37	229.34
16105	Quirio	P III	358.47	343.58	307.10	289.97	271.92	245.31	222.04
11060	Salvatierra	P III	387.82	371.71	332.24	313.72	294.19	265.39	240.22
16111	San Jose	P III	422.03	404.50	361.55	341.39	320.13	288.80	261.41
11070	Santa Julia	P III	409.78	392.75	351.05	331.48	310.84	280.42	253.82
11072	Santa Rita	P III	404.46	387.66	346.50	327.18	306.81	276.78	250.53
11066	Sn. Jose Iturbide	P III	361.47	346.46	309.67	292.41	274.20	247.36	223.90
11071	Sta. Maria (Dge)	P III	387.13	371.05	331.65	313.16	293.66	264.92	239.79
11077	Tarandacuao	P III	379.96	364.18	325.51	307.36	288.23	260.02	235.36
16124	Temascales	P III	427.80	410.03	366.50	346.06	324.52	292.75	264.99
11103	Valenciana	P III	451.38	432.63	386.69	365.13	342.40	308.89	279.59
11079	Valle De Santiago	P III	396.60	380.13	339.77	320.82	300.85	271.40	245.66
14006	Ajojuar	P III	369.89	354.99	318.02	300.79	282.40	255.31	231.30
1023	Calvillo (Dge)	P III	356.59	342.22	306.58	289.98	272.25	246.13	222.99
14026	Casa Llanta	P III	378.84	363.57	325.71	308.06	289.23	261.48	236.90
32013	El Chique	P III	342.15	328.36	294.16	278.23	261.22	236.15	213.95
14076	Jesus Maria	P III	453.37	435.10	389.79	368.67	346.13	312.92	283.50
14080	La Cuna	P III	417.82	400.99	359.23	339.77	319.00	288.39	261.27
14101	Michoacanejo	P III	348.11	334.08	299.29	283.08	265.77	240.27	217.68
14122	San Bernardo	P III	342.37	328.58	294.36	278.41	261.39	236.31	214.10
14266	Sn Gaspar De Los Rey	P III	375.63	360.49	322.95	305.45	286.78	259.26	234.89
32097	Tenayuca	P III	357.74	343.32	307.57	290.91	273.12	246.92	223.70
14145	Teocaliche (Dge)	P III	318.98	306.13	274.25	259.39	243.54	220.17	199.47
32057	Tlaltenango Sanchez	P III	378.38	363.13	325.31	307.69	288.88	261.16	236.61
14167	Yahualica De Gonzalez	P III	396.04	380.08	340.50	322.05	302.36	273.35	247.65
14002	Acatlan De Juarez	P III	410.03	394.46	355.30	337.06	317.48	288.56	262.97
14016	Atequiza	P III	422.86	406.80	366.42	347.60	327.41	297.58	271.20
14018	Atoyac	P III	346.34	333.18	300.11	284.70	268.16	243.73	222.12

Clave	Estación	Distribución ajustada	Periodo de retorno (Años)						
			1000	500	100	50	25	10	5
14040	Chapala	P III	447.41	430.41	387.69	367.78	346.42	314.86	286.94
14047	El Fuerte	P III	461.12	443.60	399.57	379.05	357.04	324.51	295.74
14066	Guadalajara (Dge)	P III	475.94	457.86	412.41	391.23	368.51	334.94	305.24
14065	Guadalajara (Obs)	P III	452.05	434.88	391.71	371.60	350.01	318.13	289.92
14070	Huascato	P III	416.00	400.20	360.47	341.97	322.10	292.76	266.80
14087	La Red	P III	402.95	387.65	349.17	331.24	312.00	283.58	258.43
14090	La Yerbabuena	P III	410.69	395.10	355.88	337.60	317.99	289.02	263.40
16162	Orandino	P III	373.54	359.35	323.68	307.06	289.22	262.88	239.57
14113	Presa Hurtado	P III	425.73	409.56	368.91	349.97	329.64	299.61	273.04
16095	Presa Jaripo	P III	393.22	378.29	340.74	323.24	304.46	276.73	252.19
14156	Tuxcueca	P III	394.55	379.56	341.89	324.33	305.49	277.66	253.04
16141	Yurecuaro	P III	396.10	381.05	343.23	325.60	306.69	278.75	254.04
14168	Zacoalco De Torres	P III	271.58	261.27	235.33	223.25	210.28	191.13	174.18
14169	Zapopan	P III	460.46	442.97	398.99	378.51	356.52	324.04	295.31
15010	Atotonilco	P III	382.96	368.05	330.77	313.58	294.94	267.81	244.19
15025	Ejido De Llano Grande	P III	403.60	387.88	348.59	330.48	310.83	282.24	257.35
15029	El Tejocote	P III	422.02	405.58	364.50	345.56	325.01	295.11	269.09
15063	Nva. Santa Elena	P III	371.87	357.39	321.19	304.50	286.39	260.05	237.12
15070	Presa Brockman	P III	385.85	370.82	333.26	315.94	297.16	269.82	246.03
15076	Presa Tepetitlan	P III	358.34	344.38	309.50	293.41	275.97	250.58	228.49
15071	Presa El Tigre	P III	393.62	378.29	339.97	322.30	303.14	275.25	250.99
15085	Sn Bartolo Del Llano	P III	353.23	339.48	305.09	289.23	272.04	247.01	225.24
15104	Sn. Pedro Potla	P III	389.84	374.66	336.71	319.21	300.24	272.62	248.58
15108	Sta. Maria Del Monte	P III	345.02	331.59	298.00	282.51	265.72	241.27	220.00
15122	Tenango	P III	322.39	309.84	278.45	263.98	248.29	225.45	205.57
15201	Trojes	P III	376.31	361.66	325.02	308.13	289.81	263.15	239.95
1004	Canada Honda	GEV	380.54	361.82	317.05	296.87	275.77	245.86	220.91
1031	El Novillo	GEV	403.93	384.07	336.55	315.12	292.72	260.98	234.49
14054	El Puesto	GEV	401.44	381.70	334.47	313.18	290.92	259.37	233.05
1045	El Tule	GEV	383.03	364.19	319.13	298.81	277.57	247.47	222.35
32027	Jimenez Del Teul	GEV	308.11	292.96	256.71	240.37	223.29	199.07	178.87
32030	La Florida	GEV	378.05	359.46	314.98	294.93	273.97	244.26	219.47
1010	La Tinaja	GEV	450.47	428.32	375.32	351.43	326.45	291.05	261.51
1073	La Tinaja	GEV	390.49	371.29	325.35	304.64	282.98	252.30	226.69
1032	Las Fraguas	GEV	374.07	355.67	311.66	291.82	271.08	241.68	217.15
1011	Malpaso	GEV	359.13	341.47	299.22	280.17	260.26	232.03	208.48
1013	Mesillas	GEV	328.52	312.36	273.72	256.29	238.08	212.26	190.71
32037	Monte Escobedo	GEV	405.92	385.96	338.20	316.67	294.17	262.26	235.65
32042	Palomas	GEV	366.35	348.33	305.23	285.80	265.49	236.70	212.67
1019	Presa Jocoque	GEV	364.36	346.44	303.58	284.25	264.05	235.41	211.52
1018	Presa Plutarco	GEV	363.61	345.73	302.95	283.67	263.51	234.93	211.09
1005	Presa El Niagara	GEV	384.27	365.37	320.16	299.78	278.48	248.28	223.08
1020	Presa La Codorniz	GEV	399.20	379.57	332.61	311.43	289.30	257.92	231.75
1008	Puerto De La Concepc	GEV	385.76	366.79	321.41	300.95	279.56	249.24	223.94
1021	Rancho Viejo	GEV	413.64	393.30	344.63	322.69	299.76	267.25	240.13
1024	San Isidro	GEV	343.70	326.80	286.36	268.13	249.08	222.06	199.53
1034	Sandoval	GEV	345.45	328.46	287.82	269.49	250.34	223.19	200.54
32100	Sn. Isidro De Los Go	GEV	344.20	327.27	286.78	268.52	249.44	222.39	199.82
1026	Tepezala	GEV	347.93	330.82	289.89	271.44	252.14	224.80	201.98
1027	Venadero	GEV	357.89	340.29	298.18	279.20	259.36	231.23	207.76
1028	Villa Juarez	GEV	380.54	361.82	317.05	296.87	275.77	245.86	220.91

El objetivo principal de este análisis fue utilizar la información estadística colectiva de todos los sitios de medición para desarrollar relaciones de magnitud-frecuencia que se puedan aplicar en toda el área de estudio. En aplicaciones como esta donde el fenómeno de interés se manifiesta espacialmente, se pueden utilizar técnicas de mapeo espacial para expandir las características de sitios individuales a grandes áreas geográficas.

Las Figuras 5.53 a la Figura 5.59 son ejemplo del mapeo espacial para máximos de precipitación de 24 horas para un intervalo de recurrencia de 1000, 500, 100, 50, 25, 10 y 5 años, que corresponden 0.999, 0.998, 0.99, 0.98, 0.96, 0.9 y 0.8 de probabilidad de no excedencia respectivamente. El mapeo de isoyetas se realizó con el software ArcMap®, la interpolación se hizo mediante el método de Krigging incorporado en el programa.

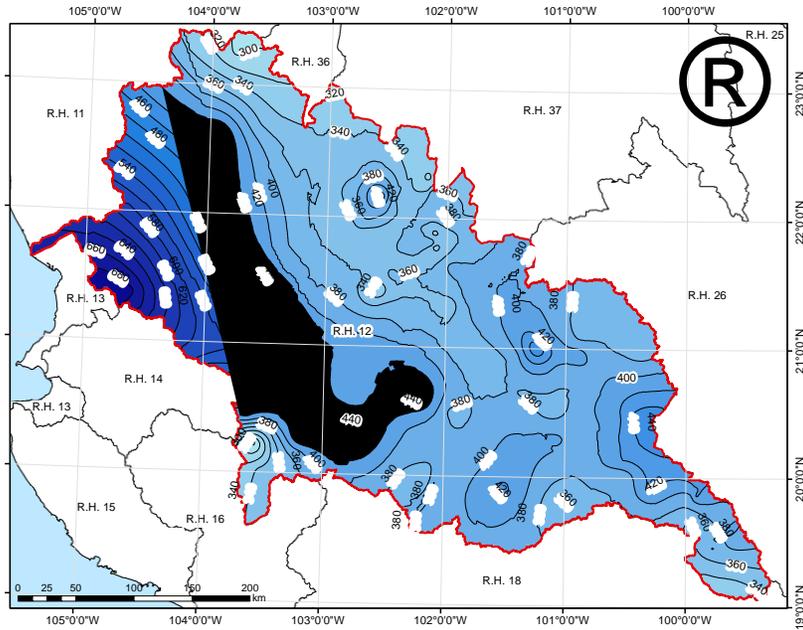


Figura 5.53. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 1000 años

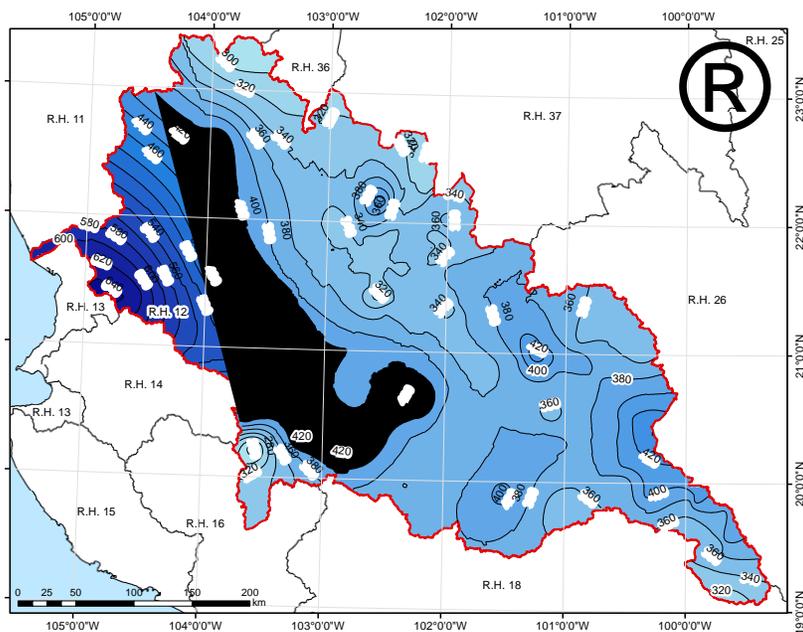


Figura 5.54. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 500 años.

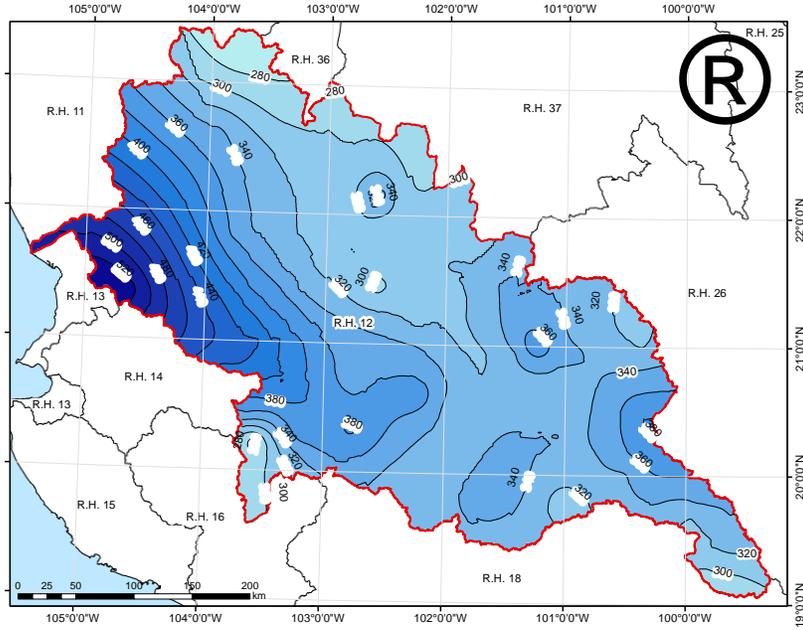


Figura 5.55. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 100 años

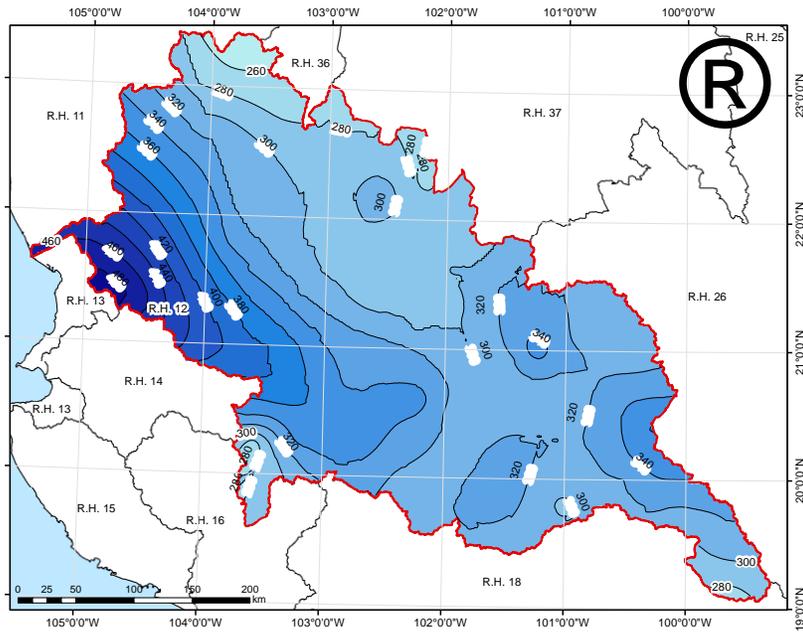


Figura 5.56. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 50 años.

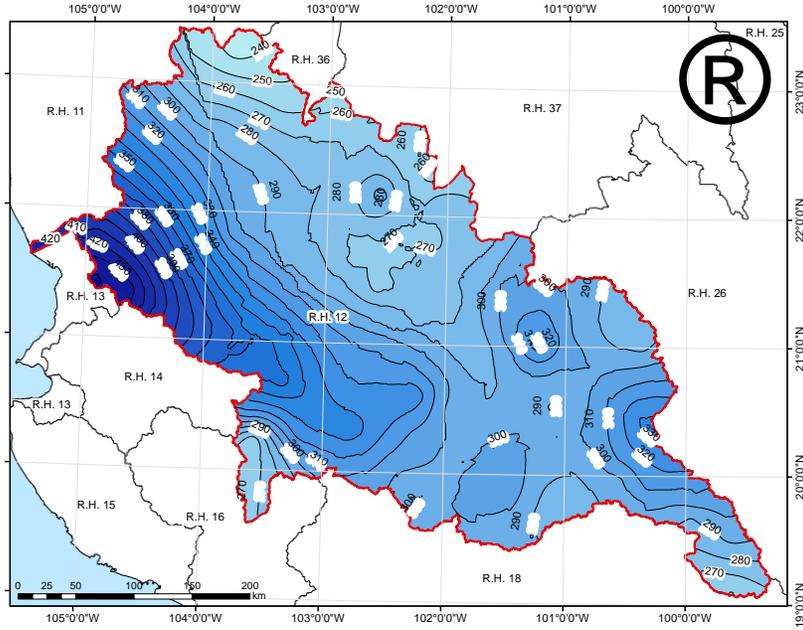


Figura 5.57. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 25 años.

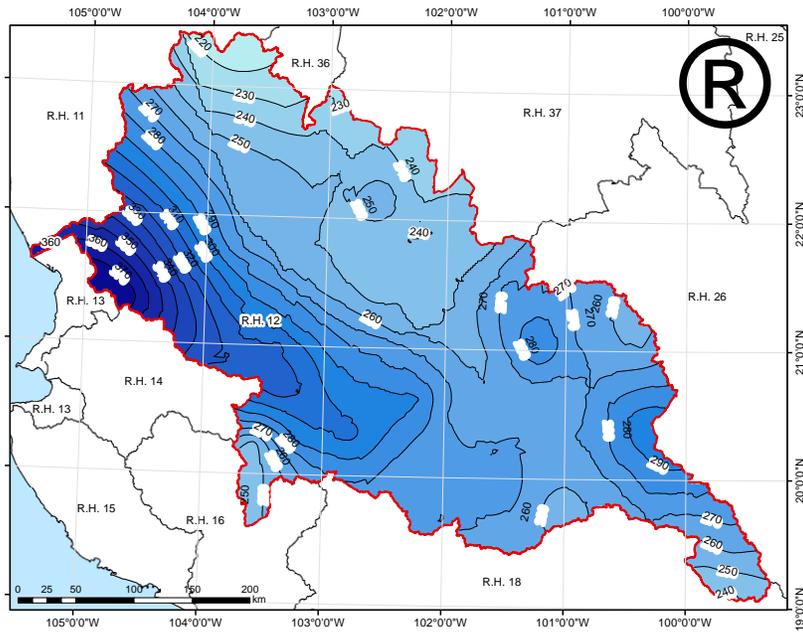


Figura 5.58. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 10 años

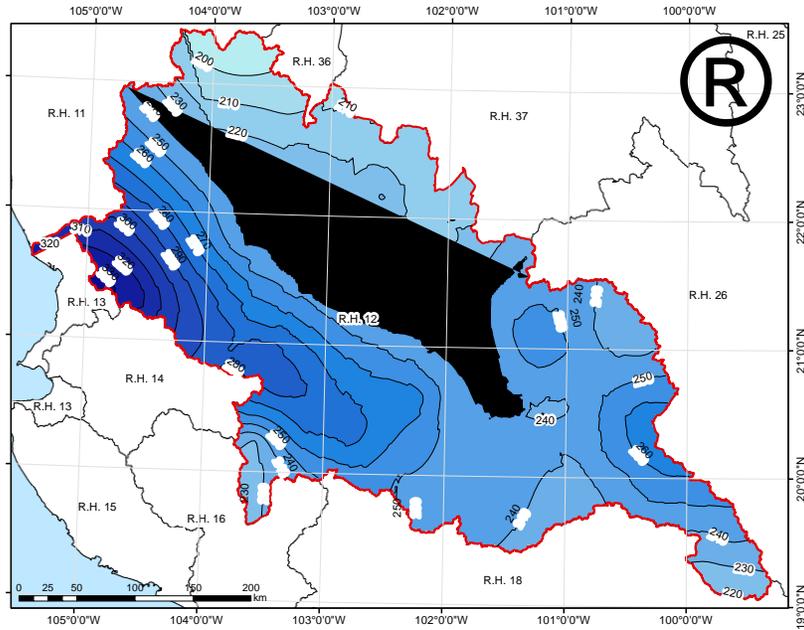


Figura 5.59. Mapa de precipitación máxima para un periodo de retorno de 5 años.

En puntos o zonas donde no se dispone de información local como para poder determinar precipitación, esta puede ser estimada a partir de un mapa de isoyetas como los que se muestran. La precipitación máxima para un periodo de retorno determinado en cualquier punto dentro de la región hidrológica 12 se estima multiplicando la media regional por el cuantil correspondiente.

6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El análisis regional de frecuencias de la precipitación con base a estadísticos de L-momentos en la región hidrológica 12, permitió delimitar regiones homogéneas que condujeron a predicciones de la variable a diferentes niveles de probabilidad o periodos de retorno.

Al analizar estadísticamente la zona de estudio como una sola región, se obtuvieron índices de homogeneidad que permitirían definir la R.H. 12 Lerma-Santiago como tal, sin embargo, las transiciones climáticas, geográficas y físicas reflejaron que no puede ser considerada así.

Se formaron seis regiones homogéneas, con base en criterios estadísticos y geográficos, todo a partir de datos de 116 estaciones y 59,856 registros mensuales correspondientes a 43 años por estación.

Entre las funciones de distribución probadas, las que arrojan mejor ajuste son la log-normal, la Pearson tipo III y la generalizada de valores extremos (GEV).

Se probaron tres enfoques para analizar qué tan cercanos a la “realidad” se encuentran los cálculos, R de Pearson, error estándar y error estándar del ajuste, los criterios mencionados no coincidieron en la recomendación que arrojaron, así pues, estas pruebas no resuelven el problema de elegir la función de distribución más adecuada.

Sin embargo, coincidieron en que el mejor ajuste para estos datos lo dan funciones de probabilidad de tres parámetros, lo cual es consistente con resultados obtenidos por otros autores que han probado el método con datos de precipitación, tanto en México como en otras partes del mundo.

En este trabajo se privilegió el resultado que da el análisis mediante el error estándar del ajuste dado que este método se enfoca en el nivel del ajuste sin penalizar el número de parámetros de la distribución usada.

Según la medida cuantitativa del ajuste (error estándar del ajuste, EEA), los ajustes obtenidos con las funciones de distribución de probabilidad seleccionadas dan ajustes con errores bajos, menos de 8 mm en todas las estaciones.

De igual forma, con base en los valores de EEA, se encontró que la mayor parte del territorio estudiado se puede explicar mediante la función de distribución Pearson tipo III, sin embargo, se calculó esta distribución y sus cuantiles en cuatro diferentes regiones, debido a que estas presentan diferentes características físicas.

Las predicciones de precipitación obtenidas pueden combinarse con otras técnicas con el objetivo de ayudar en la planeación agrícola, de infraestructura y prevención de desastres, por mencionar algunas; sobre todo en lugares donde no exista la presencia de estaciones hidrométricas, o donde los datos de estas sean escasas y/o se necesite información complementaria.

Como producto final del análisis se obtuvieron mapas de isoyetas, al tener ajustes de funciones de probabilidad para regiones homogéneas como base, es posible escoger lugares no medidos dentro de las regiones y obtener valores de precipitación.

Los ajustes mediante L-momentos aportan menores EEA que los probados con momentos convencionales, por lo que se concluye que este método es una opción conveniente para reducir el EEA y facilitar con esto la obtención de predicciones confiables.

Durante el trabajo se observó que la calidad y cantidad de las observaciones meteorológicas, en la variable analizada, es pobre; de las 727 estaciones que se encuentran dentro de la región hidrológica 12, apenas el 50% de ellas cuenta con al menos 20 años de registro continuo, el 45% 30 años y 30% de ellas 40 años o más. En algunos años registrados, muchas veces no existen datos de 11 de los 12 meses del año.

En la colección de datos y llenado de datos faltantes se observó un fenómeno interesante que consistió en la falta de años específicos de registro dentro de toda una zona, por ejemplo, en las estaciones de Zacatecas, los años 2003, 2005 y 2008 de manera recurrente no se encontraban disponibles.

Se recomienda actualizar el estudio de manera periódica para tomar en cuenta eventos recientes.

Se recomienda seguir investigando el método en el análisis de frecuencias de valores extremos dentro de la hidrología en México, por ejemplo, con datos de estaciones hidrométricas.

Se recomienda realizar ejercicios de regionalización de la precipitación a nivel nacional.

7 REFERENCIAS

- Aguilar, M., Guichard D. y Muciño, J.J. (2017). Regionalización de precipitaciones máximas en 24 horas en la Región Hidrológica número 23 Costa de Chiapas. *Lacandonia*, 1: 33-46. Recuperado de: <https://cuid.unicach.mx/revistas/index.php/lacandonia/article/download/1401/551>
- Álvarez, M., Puertas Agudo, J., Soto, B., y Díaz-Fierros, F. (1999). Análisis regional de las precipitaciones máximas en Galicia mediante el método del índice de avenida. *Ingeniería del agua*, 6(4): 379-386. DOI: <https://doi.org/10.4995/ia.1999.2795>
- Baeriswyl, P. A., and Rebetez, M. (1997). Regionalization of precipitation in Switzerland by means of principal component analysis. *Theoretical and Applied Climatology*, 58(1-2): 31-41. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00867430>
- Baeza, R. C. (2007). Estimación regional de factores de convectividad para el cálculo de las relaciones intensidad-duración-frecuencia (Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México), 22-35, recuperado de: https://ru.dgb.unam.mx/handle/DGB_UNAM/TES01000622574
- Barnett, V., Lewis, T., and Abeles, F. (1979). *Outliers in Statistical Data*, 73-80. Chichester U.K, Wiley.
- Bärring, L. (1988). Regionalization of daily rainfall in Kenya by means of common factor analysis. *Journal of climatology*, 8(4): 371-389. DOI: <https://doi.org/10.1002/joc.3370080405>
- Bell, F. C. (1969). Generalized Rainfall-Duration-Frequency Relationships. (P. o. Engineers, Ed.) *Journal of the Hydraulics Division*, 95 (HY1): 311–327.
- Benson, M. A. (1962). Plotting positions and economics of engineering planning. *Journal of the Hydraulics Division*, 88(6): 57-71. DOI: <https://doi.org/10.1061/JYCEAJ.0000817>
- Blanco, M., Vaquera, H., Villaseñor, J. A., Valdez-Lazalde, J. R., y Rosengaus, M. (2014). Metodología para investigar tendencias espacio-temporales en eventos meteorológicos extremos: caso Durango, México. *Tecnología y ciencias del agua*, 5(6): 25-39. Recuperado de

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-24222014000600002&lng=es&tlng=es.

Bobee, B. B., & Robitaille, R. (1977). The use of the Pearson type 3 and log Pearson type 3 distributions revisited. *Water Resources Research*, 13(2): 427-443. DOI: <https://doi.org/10.1029/WR013i002p00427>

Bowerman, B. L. C., Richard, T., y Anne, B. (2007). Pronósticos, series de tiempo y regresión: un enfoque aplicado, (232-255), Connecticut, EUA, International Thomson Editores.

Campos A, D. F. (1984). Procesos del ciclo hidrológico, (172-180), S.L.P. México, UASLP.

Campos A, D. F. (2008). Ajuste regional de la distribución GVE en 34 estaciones pluviométricas de la zona Huasteca de San Luis Potosí, México. *Agrociencia*, 42(1): 57-70. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-31952008000100007&lng=es&tlng=es

Campos A, D. F. (2014). Análisis regional de frecuencia de crecientes en la región hidrológica no. 10 (Sinaloa), México. 1: índices de estacionalidad y regiones de influencia. *Agrociencia*, 48(2):147-158. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-31952014000200002&lng=es&tlng=e

Campos A, D. F. (2016). Ajuste de las distribuciones GVE, LOG y PAG con momentos L de orden mayor. *Ingeniería. Investigación y Tecnología*, 17(1): 131-142. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.riit.2016.01.012>

Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) (2018). Impacto socioeconómico de los principales desastres: resumen ejecutivo 2018; versión electrónica Subdirección de promoción cultural CENAPRED, Recuperado el día 14 de noviembre de 2020 de: <http://www.cenapred.gob.mx/es/Publicaciones/archivos/409-RESUMENEJECUTIVOIMPACTO2018.PDF>

- Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED). (1997). Manual de operación de los programas ax.exe y carachid.exe (para hidrología). CENAPRED. 3-15. Recuperado de: <https://vdocuments.mx/manualax.html>
- CONAGUA. (2018). Atlas del agua en México edición 2018. Edición digital. (30-53.) Recuperado el 14 de noviembre de 2020 de <http://sina.conagua.gob.mx/sina/index.php?publicaciones=1>.
- Cortés, L. C. N. (2003). Regionalización de Tormentas de Diseño en la Cuenca del Valle de México. Proyecto Terminal, UAM Iztapalapa., 63pp. Recuperado de <http://148.206.53.84/tesiuami/UAMI10552.pdf>.
- Chen, C. L. (1983). Rainfall Intensity-Duration-Frequency Formulas. (ASCE, Ed.). Journal of Hydraulic Engineering , 109 (12): 1603-1621. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1983\)109:12\(1603\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1983)109:12(1603))
- Chen, Y. D., Huang, G., Shao, Q. X., and Xu, C. Y. (2006). Regional low flow frequency analysis using L-moments for Dongjiang Basin in China. Hydrol Sci J, 51(): 1051-1064. DOI: <https://doi.org/10.1623/hysj.51.6.1051>
- Chow, V. T., Maidment, D. R., Mays, L. W., y Saldarriaga, J. G. (1994). Hidrología aplicada (No. 551.48 C4H5). 20-25
- Dingman LS, (2001). Physical Hydrology, Prentice Hall Publishers. 63-81.
- Dinpashoh, Y. Fakheri-Fard, A. Moghaddam, M. Jahanbakhsh, S. Mirnia, M. (2004). Selection of variables for the purpose of regionalization of Iran's precipitation climate using multivariate methods. J Hydrol. 297(1-4):109-123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2004.04.009>
- Domínguez, M. R., Carrizosa, E. E., Fuentes, M. G. E., Galván, T. A. E., Salas, S. M. A., Robles, M. T. P., y González, O. S. (2012). Mapas de precipitaciones para diferentes periodos de retorno y duraciones. In Memorias del XXII Congreso Nacional de Hidráulica. 1-6

- Domínguez-Mora, R., Arganis-Juárez, M. L., Guzmán-García, H., Carrizosa-Elizondo, E., Esquivel-Garduño, G., y Fuentes-Mariles, G. E. (2016). Modelos regionales de escurrimientos máximos instantáneos en la república mexicana. *Tecnología y ciencias del agua*, 7(5): 15-32. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-24222016000500015&lng=es&tlng=es.
- Easterling, D. R. (1989). Regionalization of thunderstorm rainfall in the contiguous United States. *International Journal of Climatology*, 9(6): 567-579. DOI: <https://doi.org/10.1002/joc.3370090603>
- Environmental Systems Research Institute, Inc. (2010). ArcGIS [software GIS]. Versión 10.3. Redlands, CA.
- Escalante-Sandoval Carlos Agustín y Amores-Rovelo Leonardo (2014). Influencia de la delimitación de regiones homogéneas en la estimación de lluvias máximas diarias. *Memorias del XXIII Congreso Nacional de Hidráulica Puerto Vallarta, Jalisco, México, octubre 2014*, 1-6
- Fisher, N. I., and Lee, A. J. (1994). Time series analysis of circular data. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 56(2): 327-339. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1994.tb01981.x>
- Flowers-Cano, R., Ortiz, R., Burgos, F., León, J., and Balladares, M. (2017). Comparison of four Techniques to select the Probability Distribution of Best Fitting for the Analysis of Data of Annual Maximum Precipitation in Mexico. *Journal of Energy, Engineering Optimization and Sustainability* (1)(3): 55-78. DOI:10.19136/jeeos.a1n3.2178
- Gadgil, S., & Joshi, N. V. (1993). Coherent rainfall zones of the Indian region. *International journal of climatology*, 13(5): 547-566. DOI: <https://doi.org/10.1002/joc.3370130506>
- García, E. (2005). Modificación al sistema de clasificación climática de Köppen. 4ª. Edición. Instituto de Geografía. Universidad Autónoma de México, sin editorial, 23-34. Recuperado de: <http://www.publicaciones.igg.unam.mx/index.php/ig/catalog/view/83/82/251-1>

- Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., Matalas, N. C., and Wallis, J. R. (1979). Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. *Water resources research*, 15(5): 1049-1054. DOI: <https://doi.org/10.1029/WR015i005p01049>
- Guichard, R. D. (1998). Regionalización de lluvias y escurrimientos en la cuenca del alto río Grijalva (Tesis de maestría en ingeniería) (Aprovechamientos hidráulicos). México DF. División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México). 1-20. Recuperado de: https://repositorio.unam.mx/contenidos/regionalizacion-de-lluvias-y-escurrimientos-en-la-cuenca-del-alto-rio-grijalva-76493?c=rWd9mw&d=false&q=*&i=4&v=1&t=search_0&as=0
- Gumbel, E. J. (1958). *Statistics of extremes*. Columbia University Press, New York: 28-41
- Guttman, N. B. (1993). The use of L-moments in the determination of regional precipitation climates. *Journal of Climate*, 6(12): 2309-2325. DOI: [https://doi.org/10.1175/1520-0442\(1993\)006<2309:TUOLMI>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0442(1993)006<2309:TUOLMI>2.0.CO;2)
- Haddad, K., Rahman, A., and Green, J. (2011). Design rainfall estimation in Australia: a case study using L moments and generalized least squares regression. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 25(6): 815-825. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00477-010-0443-7>
- Hassan, B. G., and Ping, F. (2012). Regional Rainfall Frequency Analysis for the Luanhe Basin—by Using L-moments and Cluster Techniques. *APCBEE Procedia*, 1: 126-135. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apcbee.2012.03.021>
- Hosking, J. R. (1990). L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 52(1): 105-124.
- Hosking, J. R. M., and Wallis, J. R. (1997). *Regional frequency analysis: an approach based on L-moments*. Cambridge university press. 222.

- Hosking, J. R. M., Wallis, J. R., and Wood, E. F. (1985). Estimation of the generalized extreme-value distribution by the method of probability-weighted moments. *Technometrics*, 27(3): 251-261.
- INEGI. (1998). Estudio hidrológico del estado de Guanajuato. Recuperado el 14 de noviembre de 2020 de http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/historicos/2104/702825222253/702825222253_1.pdf
- Katz, R. W. (2002). Techniques for estimating uncertainty in climate change scenarios and impact studies. *Climate research*, 20(2): 167-185. DOI:10.3354/cr020167
- Katz, R. W., and Brown, B. G. (1992). Extreme events in a changing climate: variability is more important than averages. *Climatic change*, 21(3): 289-302. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00139728>
- Kite, G. W. (1988). Frequency and risk analysis in hydrology. Chapter 12: comparison of frequency distributions. (156-168) Water resources publications.
- Köppen, W. P. (1936). Das geographische System der Klimate: mit 14 Textfiguren. Borntraeger.
- Kulkarni, A., Kripalani, R. H., and Singh, S. V. (1992). Classification of summer monsoon rainfall patterns over India. *International Journal of Climatology*, 12(3): 269-280. DOI: <https://doi.org/10.1002/joc.3370120304>
- Kysely, J., and Picek, J. (2007). Regional growth curves and improved design value estimates of extreme precipitation events in the Czech Republic. *Climate research*, 33(3): 243-255. DOI:10.3354/cr033243
- Loucks, D. P., and Van Beek, E. (2017). Water resource systems planning and management: An introduction to methods, models, and applications. Springer. 625.
- Maidment, D. R. (1993). Handbook of hydrology (Vol. 9780070, p. 397323). New York: McGraw-Hill. 125-138

Makridakis, S. G., Fildes, R., Hibon, M., and Parzen, E. (1985). The forecasting accuracy of major time series methods. *JR Stat Soc Ser D (The Statistician)*, 34(2): 261-262. DOI: <https://doi.org/10.1002/for.3980010202>

- Mazvimavi, D., Meijerink, A. M. J., and Stein, A. (2004). Prediction of base flows from catchment characteristics: a case study from Zimbabwe. *Hydrological Sciences Journal*, 49(4): 703-716. DOI: <https://doi.org/10.1623/hysj.49.4.703.54428>

Mendoza, G. M. (2001). Factores de regionalización de lluvias máximas en la república mexicana (Tesis de Maestría). Facultad de Ingeniería, UNAM. 54. Recuperado de: <http://132.248.52.100:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/2060/baezaramirez.pdf?sequence=1>

MGS Software. L-RAP Home. (19 enero 2019). Recuperado de MGS software LLC website: mgsengr.com/lrap.html.

Norbiato, D., Borga, M., Sangati, M., and Zanon, F. (2007). Regional frequency analysis of extreme precipitation in the eastern Italian Alps and the August 29, 2003 flash flood. *Journal of hydrology*, 345(3-4): 149-166. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2007.07.009>

Reiss, R.-D., and Thomas, M. (2007). *Statistical Analysis of Extreme Values with Applications to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields* (3.^a ed.). Basel: Birkhäuser. Basel: Birkhäuser. 3–38.

Rencher, A. C. (2002). *Methods of multivariate analysis* (Vol. 492), (482-490). New York, USA: John Wiley and Sons.

Sáenz, F. D-O., Castro, F. H., y Santa Pérez, A. (1991). Estimación de precipitaciones máximas mediante el método regional del índice de avenida. *Revista de obras públicas*, (138): 9-22. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3082450>

Satyanarayana, P., and Srinivas, V. V. (2008). Regional frequency analysis of precipitation using large-scale atmospheric variables. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 113, D24110-1. DOI: <https://doi.org/10.1029/2008JD010412>

- Schaefer, M. G. (1990). Regional analyses of precipitation annual maxima in Washington State. *Water Resources Research*, 26(1): 119-131. DOI: <https://doi.org/10.1029/WR026i001p00119>
- Secretaría de comunicaciones y transportes (SCT). (1990). ISOYETAS de Intensidad-Duración-Frecuencia. República Mexicana. Subsecretaría de Infraestructura. Pp. 495.
- Singh, K. K., and Singh, S. V. (1996). Space-time variation and regionalization of seasonal and monthly summer monsoon rainfall of the sub-Himalayan region and Gangetic plains of India. *Climate Research*, 6(3): 251-262. DOI: <https://doi.org/10.3354/cr006251>
- Sivapalan, M., Takeuchi, K., Franks, S. W., Gupta, V. K., Karambiri, H., Lakshmi, V., Liang, X., McDonnell, J.J., Mendiondo, E.M., O'Connell, P.E., Oki, T., Pomeroy, J.W., Schertzer, D., Uhlenbrook, S., and Zehe, E., (2003). IAHS Decade on Predictions in Ungauged Basins (PUB), 2003–2012: Shaping an exciting future for the hydrological sciences. *Hydrological sciences journal*, 48(6): 857-880. DOI: <https://doi.org/10.1623/hysj.48.6.857.51421>
- SMN-CONAGUA (2010). Estaciones Climatológicas en Google Earth, manual de usuario, Recuperado 10 de octubre de 2020, de: <https://smn.conagua.gob.mx/es/climatologia/informacion-climatologica/informacion-estadistica-climatologica>.
- The R Project for Statistical Computing. (2020). Recuperado 10 de octubre de 2020, de R project website: <https://www.r-project.org/>
- Venkatesh, B., and Jose, M. K. (2007). Identification of homogeneous rainfall regimes in parts of Western Ghats region of Karnataka. *Journal of Earth System Science*, 116(4): 321-329. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12040-007-0029-z>
- Viessman Jr, W., and Knapp, J. W. (1989). Introduction to hydrology (No. 551.49 V5 1977), 385
- Wallis, J. R., Schaefer, M. G., Barker, B. L., and Taylor, G. H. (2007). Regional precipitation-frequency analysis and spatial mapping for 24-hour and 2-hour durations for Washington State. *Hydrol. Earth Syst. Sci*, 11(1): 415-442. DOI: <https://doi.org/10.5194/hess-11-415-2007>