



COLEGIO DE POSTGRUADOS

INSTITUCIÓN DE ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN
EN CIENCIAS AGRÍCOLAS

CAMPUS MONTECILLO

POSTGRADO DE SOCIOECONOMÍA, ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA
ESTADÍSTICA

**Modelación de la Frecuencia e Intensidad de Ciclones
Tropicales Usando el Proceso Poisson No Homogéneo**

Oswaldo Ismael Carrillo Negrete

T E S I S

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS

MONTECILLO, TEXCOCO, EDO. DE MÉXICO
2010

La presente tesis titulada: **Modelación de la Frecuencia e Intensidad de Ciclones Tropicales Usando el Proceso Poisson No Homogéneo**, realizada por el alumno: **Oswaldo Ismael Carrillo Negrete**, bajo la dirección del Consejo Particular indicado ha sido aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS

**SOCIOECONOMÍA, ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA
ESTADÍSTICA**

CONSEJO PARTICULAR

CONSEJERO _____
Dr. Humberto Vaquera Huerta

ASESOR _____
Dr. José A. Villaseñor Alva

ASESOR _____
Dr. Paulino Pérez Rodríguez

ASESOR _____
Dr. Barry C. Arnold

ASESOR _____
Dr. M. Michel Rosengaus Moshinsky

Modelación de la Frecuencia e Intensidad de Ciclones Tropicales Usando el Proceso Poisson No Homogéneo

Oswaldo Ismael Carrillo Negrete

Colegio de Postgraduados, 2010

En este trabajo se modela el número de huracanes y su asociación con la Temperatura de la Superficie Marina (SST por sus siglas en inglés), mediante un Proceso Poisson No Homogéneo (PPNH). Se utilizaron métodos no paramétricos y paramétricos, los cuales estiman la función de intensidad del proceso. En las aproximaciones no paramétricas se utilizaron Núcleos y Onduletas. En el caso de los métodos paramétricos se proponen dos modelos, el primero modela el número de huracanes basado en una función exponencial polinomial y el segundo se basa en un PPNH bidimensional en función de la covariable SST. En ambas estimaciones paramétricas se verificaron los supuestos de exponencialidad e independencia. Con la finalidad de ilustrar la aplicabilidad del modelo propuesto, se presenta un ejemplo en el que se modelan los tiempos de arribo de los ciclones tropicales del océano Atlántico para cada categoría y grupos de categorías (escala Saffir-Simpson). Además, se obtuvieron las tendencias de la actividad ciclónica, modelando la SST.

Derivado del análisis de los modelos se recomienda que para investigar las tendencias de la actividad ciclónica primero se estimen las tendencias del número de huracanes con Núcleos y posteriormente se modele la función de intensidad con un modelo exponencial polinomial. Los resultados muestran que entre 1950 y 2009 la tasa de ocurrencia del grupo de huracanes de categorías 1 y 2 ha tenido un incremento del 23.8 % mientras que el conjunto de los huracanes más intensos (categorías 3,4 y 5) ha tenido un decremento de 11.9 % para el mismo periodo. No obstante, este cambio se ha dado con un incremento del 61 % en el número de huracanes de categoría 5 (HC5) al pasar de 0.56/año en 1950 a 0.87/año en 2005. Lo que significa que la frecuencia del número de huracanes más intensos (3,4,5) esta disminuyendo pero se están haciendo mas intensos (HC5).

Palabras clave: Proceso Poisson, Tendencias, Ciclones Tropicales, Actividad Ciclónica .

Modelación de la Frecuencia e Intensidad de Ciclones Tropicales Usando el Proceso Poisson No Homogéneo

Oswaldo Ismael Carrillo Negrete

Colegio de Postgraduados, 2010

In this work the number of hurricanes and its relationship with Sea Surface Temperature (SST) is modeled by a Non Homogeneous Poisson Process (NHPP). Non parametric and parametric methods were used to estimate the intensity function of the process. Kernels and Wavelets were used as non parametric approach. Two parametric models are proposed, one is based on an exponential polynomial function and the other on a bidimensional NHPP as a function of SST. A test of exponentially and independence is applied on both parametric estimations. In order to illustrate the applicability of the proposed methodology we show an example where the arrival times of Atlantic hurricanes are modeled according to their categories or groups of categories (Saffir-Simpson scale). Moreover cyclonic activity trends were obtained by modeling SST.

According to models analysis we suggest to investigate cyclonic activity trends by Kernel estimation and then by modeling the intensity function with an exponential polynomial model. Result shows that between 1950 and 2009 the occurrence rate of the combined hurricanes of Category 1 and 2, had an increment of 23.8 percent while a decrement of 11.9 percent was observed in the most intense hurricanes (categories 3,4 and 5) (combined) during the same period. In the specific case of category 5 hurricanes, the analysis shows an increment ranging from 0.56 per /year in 1950 to 0.87 per/year in 2005 (increment of 61 percent). This means that the frequency of the most intense hurricanes (3, 4 and 5) is decreasing but are getting stronger (category 5).

Key words: Poisson Process, Trends, Tropical Cyclones, Cyclonic Activity.

AGRADECIMIENTOS

A la Línea Prioritaria de Investigación 15 del Colegio de Postgraduados por el apoyo económico brindado durante la realización de mis estudios de postgrado.

Al Colegio de Postgraduados, por haberme brindado la oportunidad de seguir mi formación académica en sus aulas.

A los integrantes de mi Consejo Particular:

A los doctores Humberto Vaquera Huerta y Paulino Pérez Rodríguez, por su excelente dirección, sin la cual el presente trabajo no se habría realizado.

Dr. José Villaseñor Alva, por sus observaciones, consejos y ayuda desinteresada en la realización del trabajo.

Dr. Michel Rosengaus por sus valiosos comentarios y revisión detallada que enriqueció los resultados de este trabajo.

Al Dr. Barry C. Arnold por sus observaciones y por haber revisado el escrito.

A mis profesores, compañeros de clases y todos aquellos que de alguna u otra manera fueron copartícipes de esta tarea.

Índice

1. Introducción	1
2. Objetivos	3
2.1. Objetivo General	3
2.2. Objetivos Particulares	3
3. Planteamiento	5
4. Motivación	7
5. Marco Teórico	10
5.1. Antecedentes del Análisis de La Actividad Ciclónica	10
5.2. Conceptos Básicos de los Procesos Estocásticos	14
5.3. La distribución Poisson	16
5.4. Proceso Poisson Homogéneo	17
5.5. Proceso Poisson No Homogéneo	19
5.6. Verificación de supuestos de un Proceso Poisson	21

5.6.1. Pruebas de exponencialidad	21
5.6.2. Pruebas de correlación	21
5.7. Método de Máxima Verosimilitud	22
5.8. Estimador de máxima verosimilitud	22
5.9. Prueba de Razón de Verosimilitud Generalizada	23
6. Métodos de Estimación de la Función de Intensidad para un PPNH	24
6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH	24
6.1.1. Estimación con Núcleos	24
6.1.2. Estimación con Onduletas	28
6.2. Estimación Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH .	35
6.2.1. Modelo de Lewis	36
6.2.2. Estimación paramétrica de la función de intensidad de un PPNH con covariables	39
7. Metodología	42
7.1. Áreas de Estudio y Fuentes de Información.	42
7.2. Modelos y Programas Implementados Para la Estimación de $\lambda(t)$. . .	43
7.2.1. Verificación de Supuestos de un Proceso Poisson	43
7.2.2. Proceso para Estimar $\lambda(t)$ vía Paramétrica y No Paramétrica .	45
8. Resultados	46

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte	46
8.2. Estimación Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH con Covariables, Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte .	59
9. Interpretación de resultados	65
10. Conclusiones	68
Referencias	69
11. Apéndices	73
Apéndice A: Base de Datos	73
Apéndice B: Estimaciones Paramétricas y No Paramétricas de λ	83
Apéndice C: Verificación de Supuestos de Proceso Poisson	93
Apéndice D: Tendencias Estimadas de λ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte	97
Apéndice E: Rutinas para obtener los Estimadores Paramétricos y No Paramétricos	103
Apéndice F: Rutinas para Verificar los Supuestos de un Proceso Poisson	111

Índice de tablas

6.1. Algunos Núcleos utilizados comúnmente.	25
9.1. Tasas de ocurrencia máximas de los huracanes del océano Atlántico, periodos de recurrencia (PR) y asociación de la actividad ciclónica con la SST.	66
11.1. Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 1 en el Atlántico Norte (NOAA).	73
11.2. Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 2 en el Atlántico Norte (NOAA).	76
11.3. Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 3 en el Atlántico Norte (NOAA).	78
11.4. Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 4 en el Atlántico Norte (NOAA).	81
11.5. Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 5 en el Atlántico Norte (NOAA).	82
11.6. Estimaciones no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales del Atlántico norte para cada categoría.	84
11.7. Estimaciones no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales del Atlántico norte por clase de categoría.	85

11.8. Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 1 del Atlántico Norte. . . .	86
11.9. Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2 del Atlántico Norte. . . .	87
11.10 Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 3 del Atlántico Norte. . . .	88
11.11 Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 4 del Atlántico Norte. . . .	89
11.12 Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 5 del Atlántico Norte. . . .	89
11.13 Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2 y 3 del Atlántico Norte. .	90
11.14 Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 4 y 5 del Atlántico Norte. .	91

Índice de figuras

4.1. Ejemplo de cálculo del tiempo de arribo del huracán Wilma.	8
4.2. Ejemplo del calculo de los tiempos de arribo.	9
5.1. A)Número total de Huracanes por cada clase de categoría. B)Porcentaje del número total huracanes en cada clase de categoría. Fuente: Webster <i>et al.</i> (2005)	11
5.2. Una medición anual de la potencia total de disipación (PDI) de los ciclones tropicales en el Atlántico Norte comparada con la temperatura de la superficie marina (SST) del mes de Septiembre. Fuente: Emanuel (2005).	12
5.3. Análisis y modelo resultante de las velocidades máximas del viento en tiempo real, derivadas de información satelital para ciclones tropicales. Fuente: Elsner y Jagger (2008).	12
5.4. Serie de Tiempo corregida de tormentas tropicales, subtropicales y huracanes, tomando en cuenta sub estimaciones previas a la era satelital en 1966 y nueva tecnología disponible desde 2002, [Landsea (2006)].	13
5.5. Función Típica de un Proceso Poisson $\{N(t), t \geq 0\}$ con función de intensidad $\lambda = 1$ por unidad de tiempo, Parzen (1972).	16

Índice de figuras

6.1. Estimadores de densidades con Núcleos para datos astronómicos. a) ancho de banda amplio. b) ancho de banda ideal. c) ancho de banda estrecho. d) Curva de validación cruzada como función del ancho de banda h . , Wasserman (2006)	27
6.2. Función de Escala de Daubechies con soporte $[0,3]$, Nievergelt (1999).	31
6.3. Función de Escala de Daubechies con soporte $[0,7]$, Daubechies (1994).	32
6.4. Función de Base Positiva Asociada con la Función de Escala de Daubechies, Kuhl y Bhairgond (2000).	34
7.1. Área de estudio en el Atlántico Norte, NOAA (2009).	42
7.2. Área de estimación de la SST (6°N , 18°N , 20°W y 60°W).	44
8.1. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 1 del Atlántico Norte (1945-2008).	47
8.2. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2 del Atlántico Norte (1945-2008).	48
8.3. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 3 del Atlántico Norte (1945-2008).	49
8.4. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 4 del Atlántico Norte (1945-2008).	50
8.5. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 5 del Atlántico Norte (1945-2008).	51

8.6. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2 y 3 del Atlántico Norte (1945-2008).	52
8.7. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 4 y 5 del Atlántico Norte (1945-2008).	53
8.8. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 1 y 2 del Atlántico Norte (1945-2008).	54
8.9. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 3, 4 y 5 del Atlántico Norte (1945-2008).	55
8.10. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2,3,4 y 5 del Atlántico Norte (1945-2008).	56
8.11. Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de las 5 categorías del Atlántico Norte (1945-2008).	57
8.12. Correlación paramétricas entre la SST y $\hat{\lambda}(t)$ para ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).	60
8.13. Correlación paramétricas entre la SST y $\hat{\lambda}(t)$ para ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).	61
8.14. Correlación paramétricas entre la SST y $\hat{\lambda}(t)$ para ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).	62
8.15. Tendencias paramétricas de λ con covariables para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 5 en el Atlántico Norte (1945-2008).	63

Índice de figuras

8.16. Tendencias paramétricas de λ con covariables para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categorías 4 y 5 en el Atlántico Norte (1945-2008).	64
11.1. Gráfica de Probabilidad Exponencial.	93
11.2. Gráfica de Probabilidad Exponencial.	94
11.3. Correlogramas.	95
11.4. Correlogramas.	96
11.5. Estimación con Núcleos de λ de un PPNH para el número ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).	97
11.6. Estimación con Núcleos de λ de un PPNH para el número ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).	98
11.7. Estimación con onduletas de λ de un PPNH para el número ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).	99
11.8. Estimación con onduletas de λ de un PPNH para el número ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).	100
11.9. Estimación de λ con el modelo de Lewis y Shedler (1976), para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).	101
11.10. Estimación de λ con el modelo de Lewis y Shedler (1976), para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).	102

Capítulo 1

Introducción

Los Ciclones Tropicales son los fenómenos meteorológicos más severos y anualmente causan numerosas pérdidas humanas y materiales a nivel mundial. En México, las condiciones geográficas, sociales, económicas y ambientales, hacen que las poblaciones sean más vulnerables a los efectos de estos eventos. En particular por el daño que estos ocasionan al sector civil, agrícola y ganadero de las zonas costeras; por lo es que es de suma importancia conocer el comportamiento de estos hidrometeoros.

Recientemente, se han realizado estudios orientados a investigar el comportamiento de los ciclones tropicales, en particular se han estudiado las tendencias de su frecuencia e intensidad, encontrado que la proporción de los huracanes más intensos se ha incrementado en los últimos 35 años [ver [Webster *et al.* \(2005\)](#)] y que tal cambio está asociado directamente a las anomalías que ha registrado la temperatura de la superficie marina; no obstante en otras publicaciones se cuestiona la veracidad de tales conjeturas, pues a pesar de que aceptan la variabilidad del comportamiento de estos eventos, se duda de la calidad de la información disponible y relaciona las tendencias a oscilaciones naturales [ver [Landsea \(2006\)](#)].

A pesar de la controversia que existe en torno a los factores que se asocian a las tendencias de la frecuencia e intensidad de los ciclones tropicales, varias investigaciones coinciden en la variabilidad de estos fenómenos; sin embargo sus aseveraciones se basan principalmente en métodos descriptivos y no en modelos que midan el comportamiento de las tendencias ni el efecto de las variables relacionadas a estos eventos.

1. Introducción

En este documento se proponen modelos estadísticos que tienen como propósito estimar la frecuencia o intensidad de ocurrencia de los ciclones en función de co-variables, para ello se asume que el número de huracanes ocurridos en un periodo de tiempo t pueden modelarse mediante un Proceso Poisson No Homogéneo (PPNH).

Como parte de los modelos expuestos, primero se estima la función de intensidad de un PPNH usando los tiempos de arribo vía no paramétrica usando el estimador con Núcleos propuesto por [Diggle \(1985\)](#) y el estimador generado por [Kuhl y Bhairgond \(2000\)](#) que hace uso de onduletas. Con la información obtenida se identificó al modelo exponencial polinomial propuesto por [Lewis y Shedler \(1976\)](#) como la forma paramétrica adecuada de la función de intensidad. Para la estimación paramétrica de la función de intensidad en función de covariables, se implementa el modelo tipo regresión propuesto por [Shively y Smith \(1994\)](#) y se analiza la significancia de cada covariable.

El método propuesto se utilizó para analizar el comportamiento de los huracanes de intensidad 3, 4 y 5 en el Atlántico Norte, encontrándose una tendencia cíclica sinuode creciente donde el parámetro de la covariable “Temperatura de la Superficie Marina” es significativo y explica el 22 % de la tendencia.

Capítulo 2

Objetivos

2.1. Objetivo General

Proponer una metodología estadística que permita medir la actividad ciclónica para los eventos más destructivos, es decir los ciclones tropicales de categorías tres, cuatro y cinco; además, que permita investigar tendencias cíclicas o crecientes en la intensidad de ocurrencia de tales fenómenos y finalmente, que midan el efecto de los factores ambientales que influyen en la formación de estos hidrometeoros, para conocer la aportación que cada factor tiene sobre las variaciones en el número de huracanes intensos; ya sea como consecuencia de oscilaciones naturales o como cambios asociados al calentamiento global.

2.2. Objetivos Particulares

- Obtener un estimador no paramétrico de la función de intensidad de un PPNH basado en “Núcleos” usando los tiempos de arribo de los ciclones tropicales de cada categoría.
- Modelar mediante onduletas la función de intensidad de un PPNH usando los tiempos de arribo de los ciclones tropicales de categorías tres, cuatro y cinco.
- Proponer un modelo paramétrico para la función de intensidad de un PPNH

2.2. Objetivos Particulares

en base al comportamiento tanto del estimador obtenido por el Núcleo y el de onduletas.

- Investigar la relación entre la frecuencia de huracanes y la temperatura de la superficie marina (SST), por sus siglas en inglés, usando un modelo tipo regresión en un PPNH.

Capítulo 3

Planteamiento

Los ciclones tropicales son fenómenos hidrometeorológicos catastróficos. Recientes estudios han mostrado que la actividad ciclónica se ha incrementado en las últimas dos décadas [ver [Webster *et al.* \(2005\)](#), [Emanuel \(2005\)](#), [Elsner y Jagger \(2008\)](#) y [Saunders \(2008\)](#)]. Anualmente los huracanes causan numerosas pérdidas humanas y materiales alrededor del mundo; por lo que se han realizado investigaciones a nivel internacional para conocer su comportamiento e identificar si su frecuencia de incidencia se está incrementado ya sea como consecuencia del calentamiento global o bien como resultado de oscilaciones naturales.

Cada año, grandes regiones costeras a nivel mundial son afectadas por los ciclones tropicales, causando enormes daños a las poblaciones ubicadas en estas zonas. Tan solo en 2008, el huracán Nargis, que azotó las costas de la República de la Unión de Myanmar, causó alrededor de 140,000 muertes y dejó sin hogar a más de 2 millones de personas. Además; en la región del Atlántico Norte se estima que los efectos de estos fenómenos causaron más 100 mil millones de dólares en daños materiales en la temporada de huracanes del 2005.

México es vulnerable a los ciclones tropicales en ambas costas debido a su condición geográfica, [ver [Rosengaus *et al.* \(2003\)](#)]. Wilma en 2005 ha sido uno de los huracanes más destructivos que haya entrado a las costas mexicanas; ya que tocó tierra en varias ocasiones dejando enormes pérdidas económicas al afectar el turismo y la agricultura, sus daños se calculan en 7,500 millones de dólares de los cuales 4,600 millones correspondieron al sector agrícola.

3. Planteamiento

Dado el potencial destructivo de estos hidrometeoros y la percepción de su incremento, se han hecho esfuerzos a nivel internacional orientados a conocer el comportamiento y naturaleza de estos fenómenos. Investigaciones recientes han mostrado un evidente incremento de la actividad ciclónica a partir de la década de 1970, lo que ha generado fuertes controversias.

La primer pregunta que ha surgido de esta polémica es definir si tales cambios son consecuencia del calentamiento global o bien resultado de oscilaciones naturales; si embargo, a pesar de las diferencias, en ambas corrientes se acepta la idea de que la intensidad de los ciclones tropicales esta cambiando y que tal cambio esta altamente asociado a los incrementos de la Temperatura de la Superficie Marina.

Las conclusiones a las que han llegado todos estos estudios son similares y sus aseveraciones se han basado principalmente en métodos descriptivos que explican de manera cualitativa las variaciones en la frecuencia de estos hidrometeoros. Es decir no permiten conocer si su naturaleza es cíclica, lineal, creciente o decreciente, si las tendencias de su comportamiento tienen patrones definidos o en que medida sus cambios se pueden explicar como consecuencia de factores ambientales; es por ello la necesidad de proponer un modelo que permita extraer esta información y cuantificar la variabilidad de los ciclones tropicales.

Capítulo 4

Motivación

En este capítulo se presentan los motivos que inspiraron este trabajo y se describe para el lector no estadístico el proceso de análisis que se realizó.

En 2005 la revista Science en su edición numero 309 publicó un reporte de Webster llamado “Changes in Tropical Cyclone Number, Duration, and Intensity in a Warming Environment ”. En esa investigación se analizan a partir de 1970 los cambios del número de huracanes de categoría 1 y dos bloques que agrupan a los huracanes de categorías 2-3 y 4-5. Uno de sus resultados muestra un incremento en el número y proporción de huracanes de categorías 4 y 5 que coinciden con el aumento de la temperatura de la superficie marina (SST por sus siglas en inglés). Sus conclusiones se basan en un análisis descriptivo de la frecuencia del número de huracanes para cada categoría y los cambios de la SST. La falta de un modelo matemático para analizar estas tendencias motivo a estudiar el mismo problema proponiendo un modelo con significancia estadística, el cual permita identificar y cuantificar los cambios de la actividad ciclónica y su asociación con la SST.

En este sentido, aquí se propone modelar la tasa de ocurrencia de los huracanes debido a que es una manera conocer las tendencias del número de huracanes y a que dentro de la teoría estadística existen métodos para estimarla. El proceso Poisson no homogéneo PPNH es un modelo estadístico usado para modelar conteos de eventos en tiempo continuo y se caracteriza por su función de intensidad $\lambda(t)$ (función de tasa de ocurrencia). Por tal razón aquí proponemos modelar el numero de huracanes estimando la función de intensidad de un PPNH. Para ello es necesario contar con

4. Motivación

los tiempos en que se presento cada evento t_i . A continuación se expone la forma en como se obtienen.

Considérese al t_i o “tiempo de arribo” como la fecha en que un huracán alcanzo una categoría determinada. Los huracanes son fenómenos que se presentan regularmente entre el 1° de Junio y el 30 de Noviembre, el resto del año se considera periodo libre de huracanes (PLH). Por este motivo se deben re-calcular los tiempos de arribo para evitar que el PLH influya en el modelo.

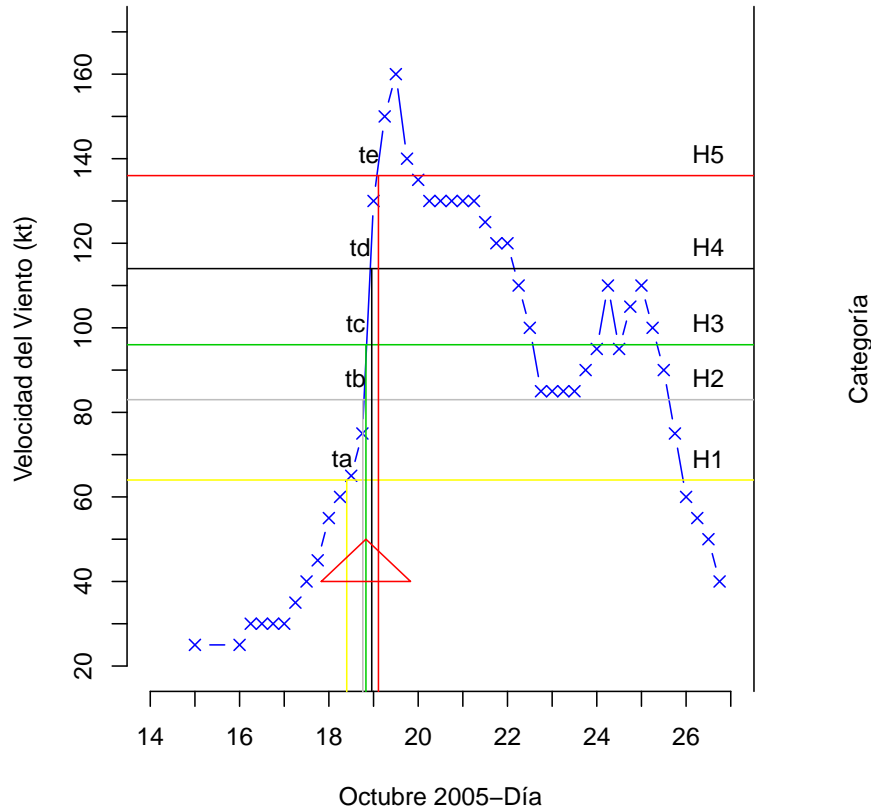


Figura 4.1: Ejemplo de cálculo del tiempo de arribo del huracán Wilma.

Supóngase que se inicia el conteo de los huracanes de categoría 5 el 1° de Junio de 2004 (ver Figura 4.2) y queremos definir el tiempo de arribo del huracán Wilma t_e una vez que se presentó un huracán de categoría 5 al tiempo t_0 (1° de Septiembre de 2004). Para caracterizar primero a Wilma véase que de acuerdo a la escala Saffir-Simpson, la Figura 4.1 muestra que este huracán alcanzó la categoría 1 al tiempo t_a (día 18.4 de Octubre), la categoría 2 al tiempo t_b (día 18.76 de Octubre), la categoría 3 al tiempo t_c (día 18.83 de Octubre), la categoría 4 al tiempo t_d (día 18.96 de Octubre) y la

4. Motivación

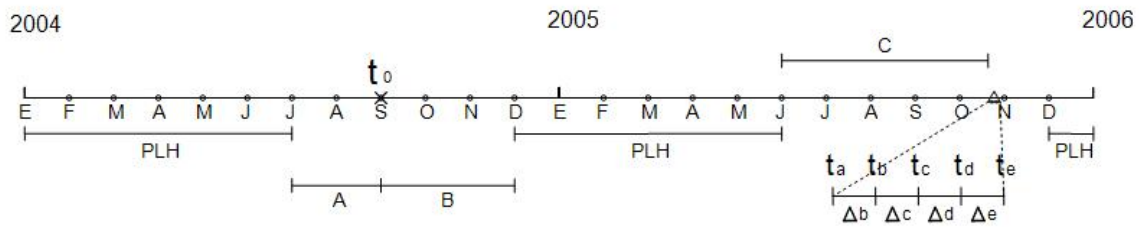


Figura 4.2: Ejemplo del calculo de los tiempos de arribo.

categoría 5 al tiempo t_e (día 19.11 de Octubre). Si nos auxiliamos de la Figura 4.2 el tiempo de arribo t_e se calcularían de la siguiente manera.

$$t_e = t_0 + B + C + \delta b + \delta c + \delta d + \delta e$$

Como puede observarse, aquí se clasifica a los huracanes de acuerdo a su máxima categoría alcanzada. Por lo que el tiempo de arribo para Wilma es t_e y solo se agrupa dentro de los huracanes de categoría 5 a pesar de haber pasado por las categorías 1 a 4.

Después de obtener los tiempo de arribo de los huracanes como se acaba de mencionar, se estimó su función de intensidad $\lambda(t)$ para cada categoría y grupos de categorías. Debido a que se desconoce la forma de la tasa de ocurrencia de la actividad ciclónica, primero se obtuvo la tendencia de $\lambda(t)$ con un modelo no paramétrico y después se propone uno paramétrico. En la sección de Metodología se describe a detalle la teoría estadística de ambos modelos. Para el lector interesado en consultar los resultados del estudio se sugiere que se remita a la capítulo nueve de interpretación de resultados.

Capítulo 5

Marco Teórico

En esta sección se exponen algunos antecedentes de investigaciones recientes sobre el comportamiento de la actividad ciclónica; así como conceptos elementales y básicos de la teoría de Procesos Estocásticos y del Proceso Poisson; además se presentan diferentes procedimientos de inferencia estadística como la estimación de los parámetros por máxima verosimilitud y las pruebas de razón de verosimilitud.

5.1. Antecedentes del Análisis de La Actividad Ciclónica

Desde 1995 se ha observado un incremento en la actividad ciclónica así como anomalías en la temperatura de la superficie marina (SST) del Atlántico Norte [ver [Webster *et al.* \(2005\)](#)], que han motivado el desarrollo de investigaciones orientadas a conocer el comportamiento de estos eventos en cuanto a su frecuencia para cada categoría o intensidad y su asociación al calentamiento de la superficie marina. De manera paralela, esta misma discusión ha generado estudios que relacionan los cambios en el número de ciclones tropicales a oscilaciones naturales y a una baja calidad de la información con la que se dispone para analizar las tendencias de estos fenómenos y su dependencia a las variaciones de la SST [ver [Landsea \(2006\)](#)].

De acuerdo a [Webster *et al.* \(2005\)](#), en un ambiente de aumento de la temperatura

5.1. Antecedentes del Análisis de La Actividad Ciclónica

de la superficie marina, se ha observado desde 1970 un incremento en el número y proporción de ciclones tropicales de categorías 4 y 5, como se muestra en la Figura 5.1. Los mayores incrementos han ocurrido en los océanos Pacífico Norte, Índico y Pacífico Sureste, y el incremento porcentual más pequeño se ha presentado en Atlántico Norte.

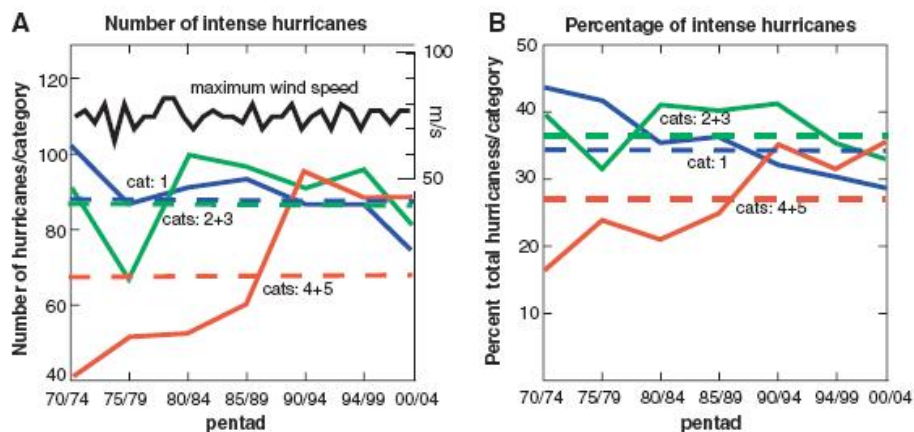


Figura 5.1: A) Número total de Huracanes por cada clase de categoría.
B) Porcentaje del número total huracanes en cada clase de categoría.
Fuente: Webster *et al.* (2005)

Además, un estudio realizado por Hoyos *et al.* (2006) muestra que el incremento en el número de ciclones tropicales en el periodo 1970-2004 está directamente ligado a los cambios de temperatura de la superficie marina; pues a pesar de que otros factores ambientales influyen en las variaciones de la intensidad de los huracanes, estos no contribuyen sustancialmente a la tendencia global observada.

Por otro lado, como una propuesta de asociar el efecto destructivo que tendría el incremento en la intensidad de los ciclones tropicales (entendida como un aumento en la velocidad de los vientos), Emanuel (2005) definió un índice del potencial destructivo de los huracanes y muestra que este índice ha aumentado considerablemente desde mediados de los años setentas (véase Figura 5.2). Además, encontró que la tendencia del potencial total de disipación cíclica está altamente correlacionada con la temperatura de la superficie marina, reflejando señales climáticas de la oscilación multidecadal del Atlántico Norte y el Pacífico Norte, así como una consecuencia del calentamiento global.

Elsner y Jagger (2008) presentaron un estudio que muestra el incremento en la intensidad de los ciclones tropicales, a través del análisis de las tendencias en los cuantiles superiores de las velocidades máximas del viento para cada ciclón, como se obser-

5.1. Antecedentes del Análisis de La Actividad Ciclónica

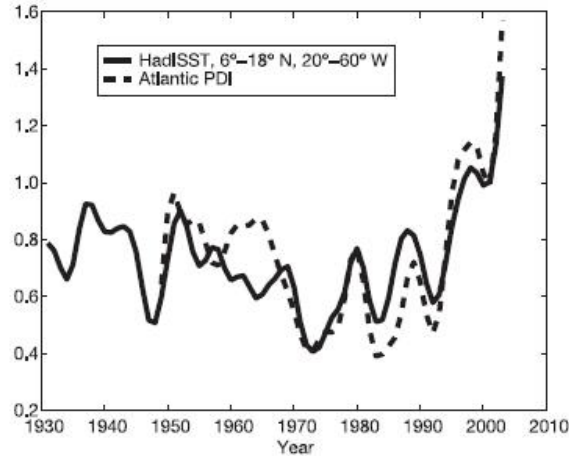


Figura 5.2: Una medición anual de la potencia total de disipación (PDI) de los ciclones tropicales en el Atlántico Norte comparada con la temperatura de la superficie marina (SST) del mes de Septiembre. Fuente: Emanuel (2005).

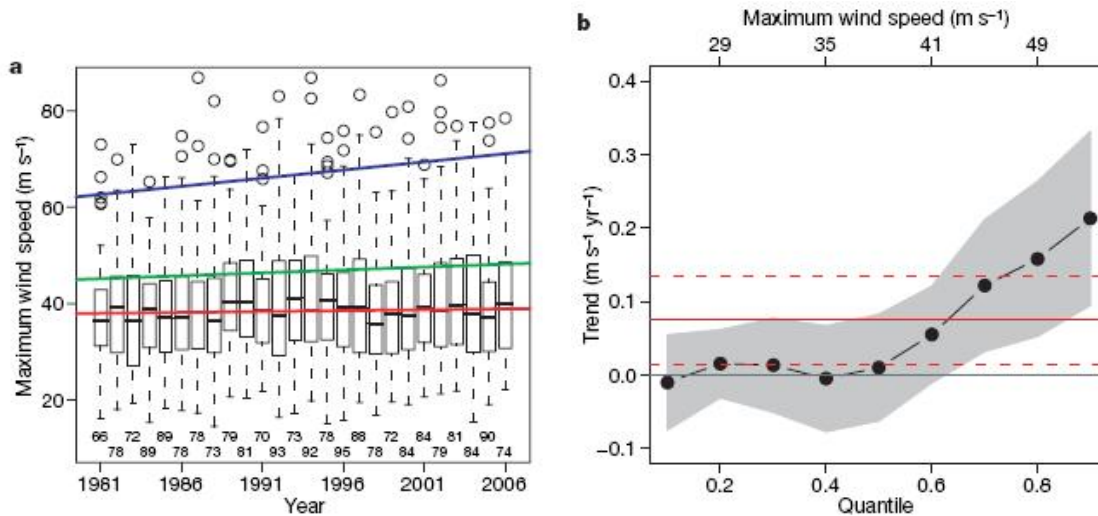


Figura 5.3: Análisis y modelo resultante de las velocidades máximas del viento en tiempo real, derivadas de información satelital para ciclones tropicales. Fuente: Elsner y Jagger (2008).

va en la Figura 5.3. Encontrando incrementos significativos en las tendencias de las velocidades máximas del viento en tiempo real que fueron derivadas de información satelital para cada huracán, y que es cuantitativamente consistente con la teoría “motor de calor” de la intensidad de los ciclones; por lo que a un mayor calentamiento, los océanos tendrán más energía que puede ser convertida en viento de los ciclones

5.1. Antecedentes del Análisis de La Actividad Ciclónica

tropicales.

Esta son algunas investigaciones recientes que han expuesto descriptivamente un incremento en la intensidad de los ciclones tropicales a través del análisis de la frecuencia con que se presentan estos fenómenos o bien examinando tanto el comportamiento de las velocidades de sus vientos como el de la temperatura de la superficie marina. Sin embargo otros estudios han cuestionado la calidad de la información con que se han realizado estos trabajos.

Un estudio realizado por [Landsea \(2005\)](#) muestra que la información con que se dispone en el océano Atlántico es poco confiable debido a que a principios del siglo XX existía una red de monitoreo muy pobre y aún cuando el reconocimiento aéreo inicio en 1944, este solo cubría el 50 % de este océano; por lo que se estima que entre 1900 y 1965 se subestimaron 3.2 ciclones tropicales por año.

Más aún, nuevas herramientas que han estado disponibles desde hace algunos años han producido un incremento artificial en la frecuencia de los ciclones de manera que entre 1966 y 2002 no se contó alrededor de un evento por año. Así, haciendo un ajuste en las series de tiempo, evidencia periodos con baja (1971-1994) y alta actividad (1926-1970 y 1995 a la fecha), asociados a la oscilación multidecadal del Atlántico, que se muestra en la Figura 5.4.

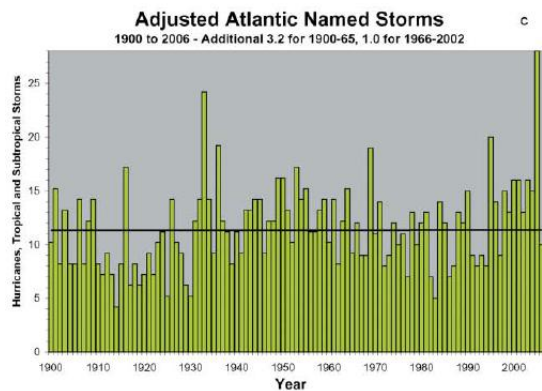


Figura 5.4: Serie de Tiempo corregida de tormentas tropicales, subtropicales y huracanes, tomando en cuenta sub estimaciones previas a la era satelital en 1966 y nueva tecnología disponible desde 2002, [[Landsea \(2006\)](#)].

Por otro lado [Landsea \(2006\)](#) duda de la confiabilidad en las mediciones de la velocidad del viento; ya que por ejemplo la técnica Dvorak, que hasta 1990 era el principal método satelital de medición de intensidad, no mide directamente los vientos máximos

5.2. Conceptos Básicos de los Procesos Estocásticos

sostenidos; si no que los estima y aún es común encontrar estimaciones significativamente diferentes de la misma información cuando se usa por diferentes agencias. Además, el mejoramiento en resolución de las imágenes satelitales infrarrojas también han hecho más preciso las estimaciones de la velocidad del viento. Por ambas razones es posible que se hayan subestimado a nivel mundial cerca de 70 ciclones tropicales de categorías 4 y 5 en el periodo comprendido entre 1978 y 1990.

En este sentido, tanto Landsea como otros investigadores dudan de la calidad de la información para analizar el comportamiento de la intensidad de los ciclones tropicales, argumentando la pobre red de monitoreo y el mejoramiento de la precisión en los instrumentos de medición. Además, se admiten que aún haciendo los ajustes por ambos errores de medición, existen ciertas tendencias en las frecuencias con que se presentan estos fenómenos que las asocian a variaciones naturales.

La controversia respecto al tema es evidente; nos obstante, en ambas posiciones se acepta la existencia de tendencias en la frecuencia de ocurrencia de estos hidrometeoros. Estas conjeturas se sustentan en métodos descriptivos y no en modelos estadísticos que midan estas tendencias así como el efecto que cada factor, que contribuye a la formación de estos fenómenos, tiene sobre la intensidad con que se presentan estos fenómenos, por lo que aquí se expone una propuesta que permita conocer las tendencias mediante la estimación de la función de intensidad de un PPNH.

5.2. Conceptos Básicos de los Procesos Estocásticos

Un proceso estocástico es un fenómeno aleatorio que se presenta a través de una sucesión de eventos que se desarrolla en el tiempo de una manera controlada por leyes probabilísticas, en donde se define un fenómeno aleatorio como un suceso empírico que obedece tanto leyes probabilísticas como determinísticas. Desde el punto de vista de la teoría de la probabilidad, un proceso estocástico se define como una colección de variables aleatorias $X(t), t \in T$, en la que t es el índice asignado al proceso, [ver [Parzen \(1972\)](#)].

De acuerdo con [Karlin y Taylor \(1975\)](#), suponiendo que t representa al tiempo y $X(t)$

5.2. Conceptos Básicos de los Procesos Estocásticos

es una función de dos variables $X(t) \equiv X(w, t)$, donde $w \in \Omega$ (espacio muestral de X) y $t \in T$, el contradominio de X es R^x y T no tiene restricciones por lo que pueden ser discretos o continuos, así, se pueden distinguir a los procesos estocásticos como:

- Proceso de Tiempo discreto cuando $T = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ ó $T = \{t : t = 0, 1, 2, \dots\}$
- Proceso de Tiempo continuo si $T = \{t : -\infty < t < \infty\}$ ó $T = \{t : t \geq 0\}$

Para propósitos prácticos, es admisible que un proceso estocástico $\{X(t), t \in T\}$, definido en un índice finito T , sea representado adecuadamente por algún número finito de ordinales. Consecuentemente, una manera de describir un proceso estocástico $\{X(t), t \in T\}$ es especificando la ley de probabilidad conjunta de las n variables aleatorias $X(t_1), \dots, X(t_n)$ para todos los enteros y los n puntos t_1, t_2, \dots, t_n en T . Para especificar la ley de probabilidad conjunta de las n variables aleatorias $X(t_1), \dots, X(t_n)$, se puede definir la función de distribución conjunta para todos los números reales x_1, \dots, x_n , [ver [Parzen \(1972\)](#)].

$$F_{X(t_1), \dots, X(t_n)}(x_1, \dots, x_n) = P[X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, \dots, X(t_n) \leq x_n] \quad (5.1)$$

La función de distribución en la ecuación 5.1 es n -dimensional pues representa la ley de probabilidad conjunta de n variables aleatorias.

Los procesos contadores o de conteo, representan uno de los tipos clásicos de procesos estocásticos, junto con los procesos estacionarios e independientes, los procesos de Markov y los procesos de renovación [ver [Karlin y Taylor \(1975\)](#)]. Para entender mejor estos procesos, en [Parzen \(1972\)](#) se expone el concepto de proceso estocástico con incrementos independientes.

Un proceso estocástico de parámetro continuo, tiene incrementos independientes si $X(0) = 0$ y para todos los índices $t_0 < t_1 < \dots < t_n$, las n variables aleatorias:

$$X(t_1) - X(t_0), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1})$$

son independientes.

5.3. La distribución Poisson

Además el proceso tiene incrementos independientes estacionarios si $X(t_2+h) - X(t_1+h)$ tiene la misma distribución que $X(t_2) - X(t_1)$ para todos los valores de t_1 y t_2 y toda $h > 0$.

5.3. La distribución Poisson

Diferentes eventos aleatorios se pueden describir mediante una función de conteo $N(t)$ definida para todo $t > 0$, que representa el número de eventos que han ocurrido durante un periodo de tiempo de 0 a t ($(0, t]$). Una gráfica típica de la función $N(\cdot)$ se muestra en la Figura 5.5.

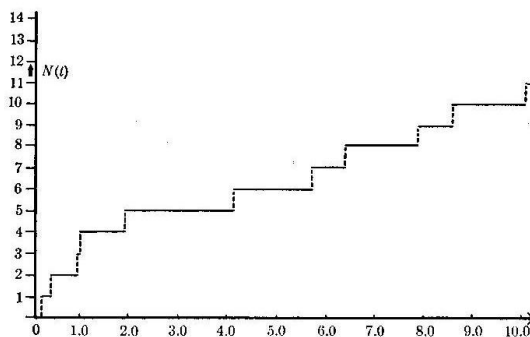


Figura 5.5: Función Típica de un Proceso Poisson $\{N(t), t \geq 0\}$ con función de intensidad $\lambda = 1$ por unidad de tiempo, Parzen (1972).

Por tiempo 0 se entiende el tiempo al cual se inician las observaciones aunque; el evento aleatorio este o no ocurriendo. Para cada tiempo t , el valor $N(t)$ es un valor observado de una variable aleatoria. La familia de variables aleatorias $N(t), t \geq 0$ constituye un proceso estocástico, donde cada variable aleatoria $N(t)$, solo puede tomar valores enteros $0, 1, 2, \dots$. Un proceso estocástico $\{N(t), t \geq 0\}$ cuyas variables aleatorias toma valores solo en los enteros $0, 1, 2, \dots$ se llama proceso valuado en enteros. El proceso Poisson es un caso particular de los procesos valuados en enteros [ver Parzen (1972)].

Definición 5.1 Una variable aleatoria X tiene distribución de Poisson de parámetro $\lambda > 0$ si toma valores en el conjunto $0, 1, 2, \dots$, con probabilidad dada por:

$$P(X = k) = p_k = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

5.4. Proceso Poisson Homogéneo

Calculando la función generadora de probabilidad de una variable de este tipo, [Ortega \(2006\)](#) expone:

$$\phi_x(s) = E[s^X] = \sum_{k=0}^{\infty} s^k e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(s\lambda)^k}{k!} = e^{\lambda(s-1)}$$

A partir de esta expresión se obtienen los momentos de la distribución:

$$E[X] = \lambda$$

$$Var(X) = \lambda$$

Si $X \sim Pois(\lambda)$ e $Y \sim Pois(\mu)$ son independientes entonces la suma tiene una función generatriz de momentos:

$$\phi_{X+Y}(s) = \phi_X(s)\phi_Y(s) = e^{\lambda(s-1)}e^{\mu(s-1)} = e^{(\lambda+\mu)(s-1)}$$

por lo que $X + Y$ tiene distribución de Poisson con parámetro $\lambda + \mu$

5.4. Proceso Poisson Homogéneo

Definición 5.2 Sean T_1, T_2, \dots variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (v.a.i.i.d.) con distribución exponencial de parámetro λ . Sea $\tau_n = T_1 + \dots + T_n$ para $n \geq 1$. Se define el Proceso Poisson de parámetro λ (intensidad) por:

$$N(s) = \text{máx}\{n : \tau_n \leq s\}, \quad s \geq 0$$

Las variables T_n representan los intervalos de tiempo entre eventos sucesivos (llegadas de clientes a una cola, de llamadas a una central telefónica, de pacientes a la emer-

5.4. Proceso Poisson Homogéneo

gencia de un hospital, etc.). $\tau_n = T_1 + \dots + T_n$ es el instante en el ocurre el n -ésimo evento y $N(s)$ es el número de eventos que han ocurrido hasta el instante s .



Para ver por que $N(s)$, $s \geq 0$, recibe este nombre, Ortega (2006) calculó su distribución. $N(s) = n$ sí y sólo sí $\tau_n \leq s < \tau_{n+1}$, es decir, el n -ésimo evento ocurre antes del instante s pero el $(n+1)$ -ésimo ocurre después de s . Usando la ley de la probabilidad total, condicionando respecto al instante en el cual ocurre τ_n , obtenemos

$$P(N(s) = n) = \int_0^s P(\tau_{n+1} > s \mid \tau_n = t) f_{\tau_n}(t) dt = \int_0^s P(T_{n+1} > s - t) f_{\tau_n}(t) dt$$

Teorema 5.1 Sean T_1, T_2, \dots v.a.i.i.d. con distribución exponencial de parámetro λ . La suma $\tau_n = T_1 + \dots + T_n$ tiene distribución $\Gamma(n, \lambda)$, es decir, la densidad está dada por

$$f_{\tau_n}(t) = \lambda e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}, \quad I(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0, \\ 0 & \text{si } t < 0. \end{cases}$$

Usando ahora el resultado del teorema 5.1 obtenemos

$$P(N(s) = n) = \int_0^s \lambda e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda(s-t)} dt$$

$$P(N(s) = n) = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} \int_0^s t^{n-1} dt = \frac{(\lambda s)^n}{n!} e^{-\lambda s}$$

Por lo tanto se ha demostrado el siguiente resultado:

Lema 5.1 $N(s)$ tiene distribución Poisson de parámetro λs .

5.5. Proceso Poisson No Homogéneo

Lema 5.2 $N(t+s) - N(s)$, $t \geq 0$ es un proceso Poisson de parámetro λ y es independiente de $N(r)$, $0 \leq r \leq s$.

Lema 5.3 $N(t)$ tiene incrementos independientes: Si $t_0 < t_1 < \dots < t_n$, entonces:

$$N(t_1) - N(t_0), N(t_2) - N(t_1), \dots, N(t_n) - N(t_{n-1}),$$

Son independientes

Teorema 5.2 Si $\{N(s), s \geq 0\}$ es un proceso de Poisson, entonces:

- i) $N(0) = 0$
- ii) $N(t+s) - N(s) \sim \text{Pois}(\lambda t)$
- iii) $N(t)$ tiene incrementos independientes

Los lemas 5.2 y 5.3 demuestran que si i, ii y iii se cumplen, entonces $N(s), s \geq 0$ es un proceso Poisson.

5.5. Proceso Poisson No Homogéneo

Si el parámetro del proceso que representa la intensidad por unidad de tiempo con la cual ocurren los eventos no es constante a lo largo del tiempo, tenemos un proceso no-homogéneo.

Definición 5.3 El proceso contador $\{N(t), t \geq 0\}$ es un Proceso Poisson No Homogéneo con función de intensidad $\lambda(t)$ si [Ross (1996)]:

- i) $N(0) = 0$
- ii) $\{N(t), t \geq 0\}$ tiene incrementos independientes

5.5. Proceso Poisson No Homogéneo

$$iii) P\{N(t+h) - N(t) \geq 2\} = 0$$

$$iv) P\{N(t+h) - N(t) = 1\} = \lambda(t)h + o(h)$$

La función de intensidad o razón de ocurrencia de eventos se define como:

$$\lambda(t) = \frac{d}{dt}E\{N(t)\} = \frac{d}{dt}m(t)$$

A $m(t)$ se le llama la función media del proceso, es decir:

$$m(t) = \int_0^t \lambda(s)dt$$

Se presenta a continuación algunas de las principales propiedades de un Proceso Poisson No Homogéneo, [ver [Basawa y Prakasa \(1980\)](#)]:

- a) Sean N_1, N_2, \dots variables aleatorias que denotan el número de eventos que ocurren en intervalos disjuntos, digamos $[0, u_1), [u_1, u_2), \dots$. Entonces N_1, N_2, \dots son variables aleatorias independientes Poisson:

$$P(\{N_r = n\}) = \frac{e^{-\int_{u_{r-a}}^{u_r} \lambda(s)ds} \left\{ \int_{u_{r-a}}^{u_r} \lambda(s)ds \right\}^n}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

- b) Sean $0 < t_1 < t_2 < \dots$ los tiempos en los cuales ocurren los eventos. Entonces los intervalos entre ocurrencia $T_k = t_k - t_{k-1}$, $k = 1, 2, \dots$ son variables aleatorias independientes con densidad:

$$f_{T_k}(t_k) = \lambda(t_k)e^{-\int_{t_{k-1}}^{t_k} \lambda(s)ds}$$

- c) Condicionando a que $N(T_0) = n$, los tiempos en los cuales ocurren los eventos; es decir, $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n (\leq T_0)$ son distribuidos como las n estadísticas de orden que corresponden a una muestra aleatoria de n observaciones de la densidad:

$$f(t) = \frac{\lambda(t)}{\int_0^{T_0} \lambda(s)ds}$$

5.6. Verificación de supuestos de un Proceso Poisson

Esta función se reduce a una distribución uniforme sobre el intervalo $(0, T_0)$ cuando $\lambda(t) = \lambda$.

5.6. Verificación de supuestos de un Proceso Poisson

En esta sección se revisan los supuestos de exponencialidad e independencia que deben cumplir los tiempos de arribo estimados de los ciclones tropicales para asumir que se pueden modelar mediante un proceso Poisson.

5.6.1. Pruebas de exponencialidad

Para corroborar el supuesto de exponencialidad se grafican las X_i 's (con $X_i = t_i - t_{i-1}$) ordenadas contra sus valores esperados bajo el modelo Poisson.

$$E(X_{(l)}) = \sum_{j=n-l+1}^n 1/j.$$

Donde $X_{(i)}$ es la i -ésima estadística de orden de las X_i 's.

Se asume exponencialidad si el gráfico resultante forma aproximadamente una recta con un ángulo de 45° con respecto al eje de las abscisas [Solow (1991)].

5.6.2. Pruebas de correlación

Para revisar que los tiempos entre arribos son independientes se corrobora que los tiempos entre eventos adyacentes no están correlacionados, es decir que $S_i = t_i - t_{i-1}$ no está correlacionado con $S_{i-1} = t_{i-1} - t_{i-2}$. Es importante notar que si variables aleatorias no están correlacionadas, no implica necesariamente que las variables sean independientes. Sin embargo, desde un punto de vista práctico, si existe dependencia entre tiempos de arribo adyacentes, es probable que esto se manifieste con una fuerte

5.7. Método de Máxima Verosimilitud

correlación serial [ver [Smith y Shively \(1994\)](#)].

La función de autocorrelación (acf) estimada es una manera de medir la relación estadística entre observaciones de una serie de datos. La idea en el análisis de autocorrelación es calcular un coeficiente de correlación R_k para cada conjunto de pares ordenados t_i, t_{i+k} . El R_k mide la relación estadística entre pares ordenados de observaciones de dos variables aleatorias. Sus valores oscilan entre -1 y $+1$, que significan una correlación negativa y positiva perfecta respectivamente. Si $R_k = 0$ ó $R_k < t\text{-val}$ indica que la correlación es significativamente 0 [ver [Pankratz \(1983\)](#)].

5.7. Método de Máxima Verosimilitud

Definición 5.4 *La función de verosimilitud de n variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n es la densidad conjunta de las n variables aleatorias, la cual se considera que es función de los parámetros θ , [[Mood \(1974\)](#)].*

$$f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n; \theta)$$

En particular, si X_1, X_2, \dots, X_n es una muestra aleatoria de la densidad $f(x; \theta)$, entonces la función de verosimilitud es:

$$L(\theta; x_1, \dots, x_n) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \cdots f(x_n; \theta)$$

Con la función de verosimilitud $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$ se obtiene la verosimilitud para una realización de las variables aleatorias x_1, x_2, \dots, x_n . Donde $\hat{\theta}$ es el valor que maximiza $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$.

5.8. Estimador de máxima verosimilitud

Definición 5.5 *Sea $L(\theta) = L(\theta; x_1, \dots, x_n)$ la función de verosimilitud para las variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n . Si $\hat{\theta}$ (donde $\hat{\theta} = \hat{\varphi}(x_1, x_2, \dots, x_n)$) es función de*

5.9. Prueba de Razón de Verosimilitud Generalizada

las observaciones x_1, \dots, x_n y es el valor de ϕ en Θ que maximiza $L(\theta)$, entonces $\hat{\Theta} = \varphi(X_1, X_2, \dots, X_n)$ es el estimador de máxima verosimilitud de θ . Es decir $\hat{\theta} = \hat{\varphi}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es la estimación de máxima verosimilitud de θ para la realización x_1, x_2, \dots, x_n [Mood (1974)].

5.9. Prueba de Razón de Verosimilitud Generalizada

De acuerdo con Casella (1990), la prueba de razón de verosimilitudes es uno de los métodos más utilizados para comparar modelos complicados debido a que da una definición explícita de la prueba estadística,

$$\lambda(x) = \frac{\sup_{\Theta_0} L(\theta|x)}{\sup_{\Theta} L(\theta|x)}, \quad \Theta_0 < \Theta$$

y una forma explícita de la zona de rechazo, $\{x : \lambda(x) \leq c\}$. La función de verosimilitud, $L(\theta|x)$, es una función completamente definida para la variable θ después de que los datos $X = x$ son observados. Aún si los dos supremos de $L(\theta|x)$, sobre el conjunto Θ_0 y Θ , no se pueden obtener analíticamente, estos se pueden calcular numéricamente. De esta manera, la prueba estadística $\lambda(x)$ se puede obtener de los valores observados aún si no existe una forma conveniente que defina a $\lambda(x)$.

Teorema 5.3 *Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de una función de densidad $f(x; \theta)$. Bajo algunas condiciones de regularidad en el modelo $f(x; \theta)$, si $\theta \in \Theta_0$ entonces la distribución de la estadística $-2 \log \lambda(X)$ converge a una distribución ji-cuadrada cuando el tamaño de la muestra $n \rightarrow \infty$. Los grados de libertad de la distribución son la diferencia entre el número de parámetros libres definidos por $\theta \in \Theta_0$ y el número de parámetros libres definidos para $\theta \in \Theta$.*

En este sentido, se rechaza $H_0 : \theta \in \Theta_0$ para valores pequeños de $\lambda(X)$ que es equivalente a rechazar para valores grandes de $-2 \log \lambda(X)$. Así:

$$H_0 \text{ se rechaza} \Leftrightarrow -2 \log \lambda(X) \geq \chi_{v, \alpha}^2$$

Capítulo 6

Métodos de Estimación de la Función de Intensidad para un PPNH

En este capítulo se presentan algunos métodos paramétricos y no paramétricos para estimar de la función de intensidad de un Proceso Poisson No Homogéneo.

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

6.1.1. Estimación con Núcleos

La estimación núcleos es un procedimiento de estimación no paramétrica de la función de intensidad de un PPNH propuesto por [Diggle \(1985\)](#), que por la facilidad de su implementación, se ha utilizado en diferentes estudios para estimar densidades; en este trabajo se hace uso de su teoría para obtener una primera aproximación de la función de intensidad de un PPNH de los tiempos de arribo de los ciclones tropicales.

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

Núcleos

Según Wasserman (2006) la palabra Núcleo se refiere a cualquier función K tal que $K(x) \geq 0$ y :

$$\int K(x)dx = 1, \quad \int xK(x)dx = 0, \quad y \quad \sigma_K^2 = \int x^2K(x)dx > 0. \quad (6.1)$$

Tabla 6.1: Algunos Núcleos utilizados comúnmente.

Nombre	Núcleo
Uniforme	$K(x) = \frac{1}{2}I(x),$
Gaussiano	$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}},$
Epanechnikov	$K(x) = \frac{3}{4}(1 - x^2)I(x),$
Triangular	$K(x) = \frac{70}{81}(1 - x ^3)^3I(x),$

donde:

$$\mathbf{I}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{si } |x| > 1. \end{cases}$$

Los Núcleos son utilizados para tomar promedios locales. Por ejemplo, supongamos que tenemos un par de datos $(x_1, \mathbf{Y}_1), \dots, (x_n, \mathbf{Y}_n)$ y queremos tomar el promedio de todos los Y_i 's cuyas correspondientes x_i 's están dentro de una distancia h del mismo punto x . Este promedio local es igual a:

$$\sum_{i=1}^n Y_i l_i(x)$$

Donde:

$$l_i(x) = \frac{K\left(\frac{X_i - x}{h}\right)}{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{X_i - x}{h}\right)} \quad (6.2)$$

En la que la que K es el Núcleo cuadrático. Si reemplazamos el Núcleo cuadrático por

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

otro, entonces 6.2 se transforma en un promedio local ponderado. Los Núcleos juegan un importante papel en muchos métodos de estimación

Un núcleo propuesto por Diggle (1985) como estimador no paramétrico de la función de intensidad es:

$$K(x) = 0.9375(1 - x^2)^2, \quad |x| \leq 1$$

Estimación de Densidades con Núcleos

Los estimadores de Densidad con Núcleos son continuos y convergen rápidamente a la densidad real de un conjunto de datos, donde la palabra Núcleo se refiere a cualquier función K que satisface las condiciones mencionadas en 6.1.

Definición 6.1 *Dados un Núcleo K y un número positivo h , llamado el ancho de banda, el Estimador de densidad con Núcleos se define como:*

$$\tilde{f}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h} K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \quad (6.3)$$

La elección del núcleo K no es crucial; pero la selección del ancho de banda h es importante. La figura 6.1 muestra una estimación de densidad con diferentes anchos de banda que evidencia lo sensible que es la estimación $\hat{f}_n(x)$ a la selección de h . Anchos de banda pequeños dan estimaciones rugosas mientras anchos de banda grandes da estimadores continuos. En general el ancho de banda dependerá del tamaño de la muestra [(Wasserman (2006))].

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

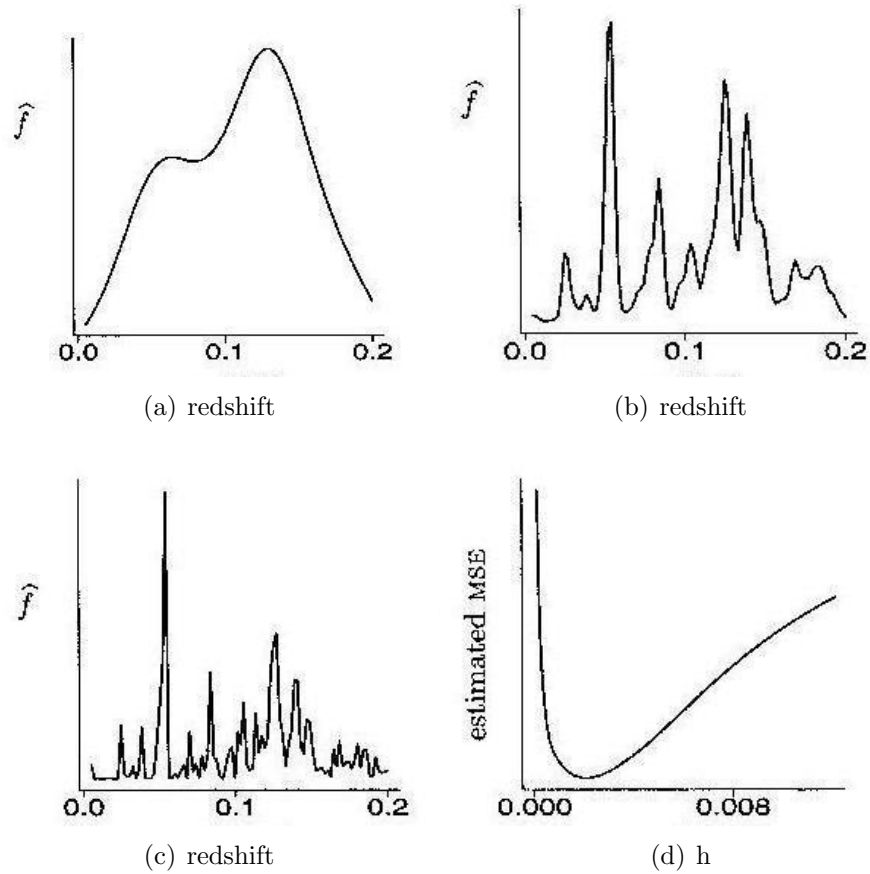


Figura 6.1: Estimadores de densidades con Núcleos para datos astronómicos. a) ancho de banda amplio. b) ancho de banda ideal. c) ancho de banda estrecho. d) Curva de validación cruzada como función del ancho de banda h . , [Wasserman \(2006\)](#)

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

6.1.2. Estimación con Onduletas

Una forma alternativa de estimar vía no paramétrica la función de intensidad de un PPNH, es haciendo uso de onduletas, que de acuerdo con [Daubechies \(1994\)](#) estas pertenecen a una clase de funciones matemáticas diferentes a las de funciones polinomiales, trigonométricas, exponenciales, elípticas y de funciones especiales de la ingeniería y la física.

Onduletas

Las onduletas son funciones que satisfacen ciertos requerimientos matemáticos y se usan representando otras funciones. Estas funciones seccionan los datos en diferentes frecuencias y después estudian cada componente seccionado de acuerdo a su escala. En el análisis de onduletas, se utilizan las combinaciones lineales de funciones de onduletas para representar señales o datos [ver [Kuhl y Bhaigond \(2000\)](#)].

Para que una función se considere como onduleta debe ser oscilatoria y tener amplitudes que decaigan a cero rápidamente, tanto en la dirección positiva como negativa. La condición de oscilación permite el uso de funciones tipo senoidal como funciones base de la onduleta. Estas dos condiciones se deben satisfacer simultáneamente para las funciones a modelar con onduletas [ver [Young \(1996\)](#)].

De acuerdo con [Daubechies \(1994\)](#), las onduletas están formadas por dos clases de funciones, la función de escala y la onduleta madre, que trabajan juntas para obtener las aproximaciones de la onduleta. La función de escala se conoce como $\phi(t)$ y tiene la propiedad:

$$\int \phi(t)dt = 1$$

La onduleta madre se denota por $\psi(t)$ y tiene la propiedad que:

$$\int \psi(t)dt = 0$$

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

La función de escala es comparativamente mejor que la onduleta madre para modelar frecuencias bajas y partes continuas de los datos. La onduleta madre se puede utilizar efectivamente para aproximar los detalles y las frecuencias altas de los datos. La función madre provee el soporte esencial para realizar las aproximaciones a diferentes niveles:

$$\text{Onduleta Madre} = \psi_{ab}(x) = a^{-\frac{1}{2}} \{\text{Onduleta de Escala}\} = a^{-\frac{1}{2}} \psi \left(\frac{x-b}{a} \right)$$

En esta ecuación, al factor $a^{-\frac{1}{2}}$ se le llama termino de energía normalizado y se determina de tal manera que la onduleta madre y la onduleta de escala tengan la misma cantidad de energía [ver [Young \(1996\)](#)]. Donde a es el parámetro de dilatación y controla el ancho y rango de la oscilación local y se puede decir que controla la frecuencia de $\psi(x)$. Por otro lado, según [Erlebacher y Jameson \(1996\)](#), b es el parámetro de traslación y mueve la onduleta a través del rango.

Las operaciones de traslación y dilatación aplicadas a la onduleta madre son diseñadas para calcular los coeficientes de las onduletas, los cuales representan la correlación entre la onduleta y una región específica de los datos. Los coeficientes de la onduleta son calculados para cada sección de esta, dando una función de escala de tiempo relacionando la correlación de la onduleta a los datos. Este proceso de traslación y dilatación de la onduleta madre a diferentes escalas se conoce como análisis multiresolución donde una resolución alta corresponde a un nivel alto de detalle [ver [Kuhl y Bhairgond \(2000\)](#)].

Estimación no paramétrica de la función de intensidad de un PPNH con onduletas

En esta sección se expone la propuesta realizada por [Kuhl y Bhairgond \(2000\)](#) para estimar vía no paramétrica la función de intensidad de un PPNH haciendo uso de onduletas, su procedimiento ha sido poco usado y en este estudio su modelo se implementa con la información disponible de los tiempos de arribo de los ciclones tropicales, además de que permite corroborar los resultados obtenidos por la estimación con Núcleos.

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

El primer paso en este procedimiento, es la selección de la onduleta madre y la función de escala, que conforman el sistema de onduletas del que la función de escala se utiliza para la aproximación de la función de intensidad de un Proceso Poisson No Homogéneo. La onduleta madre se debe seleccionar de manera que esta constituya una función ortonormal y se construye en conjunto con la función de escala, tiene la forma:

$$\psi_{mn}(t) = 2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^{-m}t - n),$$

donde:

m es el nivel de resolución

n es la traslación

La función de escala $\phi(t)$ es una función evaluada en los números reales que es diferenciable m veces y cuyas derivadas son continuas y rápidamente decrecen. Además se selecciona de manera tal que:

$$\int \phi(t)\phi(t - n)dt = \delta_{0,n}$$

y $\phi(t - n)$ es una base ortonormal a la función, donde $\delta_{0,n}$ es una secuencia delta.

Existen diferentes familias de onduletas que se pueden utilizar realizar para aproximaciones. Las onduletas Haar consisten de un sencillo paso; pero son de naturaleza no continua y exhiben saltos discontinuos [ver [Nievergelt \(1999\)](#)]. De manera que no pueden ser utilizadas como aproximación de una función de intensidad continua de un Proceso Poisson No Homogéneo. Sin embargo, otra familia de onduletas conocidas como las onduletas de Daubechies son continuas por lo que pueden ser utilizadas para la estimación de la función de intensidad de un PPNH.

[Nievergelt \(1999\)](#) definió los valores iniciales de la función de escala de Daubechies en un intervalo de 0 a 3:

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

$$\begin{aligned}\varphi(0) &= 0, \\ \varphi(1) &= \frac{1 + \sqrt{3}}{2}, \\ \varphi(2) &= \frac{1 - \sqrt{3}}{2}, \\ \varphi(3) &= 0,\end{aligned}$$

Donde ϕ satisface la relación de recurrencia:

$$\varphi(r) = \frac{1 + \sqrt{3}}{4}\phi(2r) + \frac{3 + \sqrt{3}}{4}\phi(2r - 1) + \frac{3 - \sqrt{3}}{4}\phi(2r - 2) + \frac{1 - \sqrt{3}}{4}\phi(2r - 3)$$

Si se reemplazan las constantes en la ecuación de recurrencia por:

$$h_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{4}, h_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{4}, h_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{4}, h_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{4}, \quad (6.4)$$

Entonces la relación de recurrencia se puede expresar como:

$$\phi(r) = h_0\phi(2r) + h_1\phi(2r - 1) + h_2\phi(2r - 2) + h_3\phi(2r - 3) \quad (6.5)$$

Una gráfica de esta función de escala se muestra en la Figura 6.2.

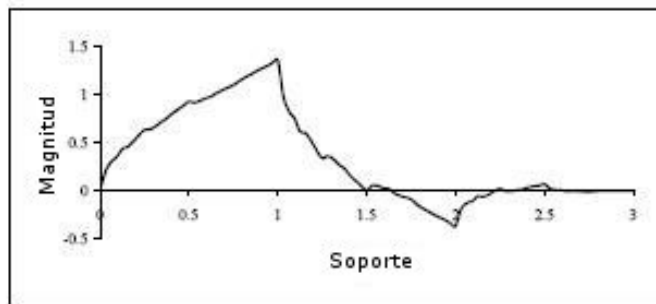


Figura 6.2: Función de Escala de Daubechies con soporte $[0,3]$, [Nievergelt \(1999\)](#).

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

Los valores de la onduleta de Daubechies se pueden calcular en otros puntos de $[0,3]$ usando los valores iniciales en las ecuación 6.4 y en la de recursión 6.5. De esta manera se calculan valores suficientes para obtener una función de escala continua. Usando este procedimiento es posible calcular la función de escala de Daubechies con diferentes soportes. Generalizando, la función de recurrencia se puede escribir como:

$$\phi(r) = \sum_{i=0}^n h_i \phi(2r - i) \quad (6.6)$$

Así, la onduleta de Daubechies con soporte de 0 a 7, tendrá 7 términos en la ecuación (6.6) y de esta manera cambiará para diferentes soportes, [ver Nievergelt (1999)].

$$\phi(r) = h_0\phi(2r) + h_1\phi(2r - 1) + h_2\phi(2r - 2) + \dots + h_6\phi(2r - 6)$$

Daubechies (1994) definió los valores de los coeficientes con diferentes soportes. Al número r se le llama el número dyadic si y solo sí, es un entero múltiple de un entero a la potencia 2 [ver Nievergelt (1999)]. La Figura 6.3 muestra la función de escala de Daubechies con soporte 0 a 7.

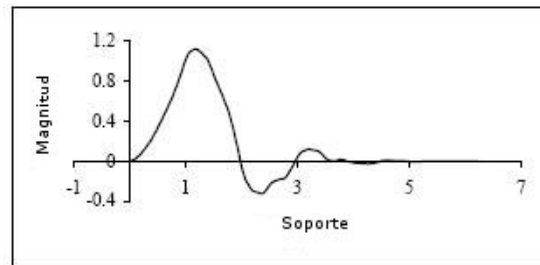


Figura 6.3: Función de Escala de Daubechies con soporte $[0,7]$, Daubechies (1994).

En general las onduletas son funciones valuadas en los número reales. Puede observarse en las Figuras 6.2 y 6.3 que las onduletas de Daubechies toman valores negativos. Sin embargo la función de un PPNH requiere un estimador no negativo. Walter y Shen (1998) desarrollaron un estimador positivo haciendo uso de onduletas para estimar la función de intensidad. El estimador que hace uso de onduletas para obtener la función de intensidad de un PPNH se basa en una aproximación similar.

Sea $\phi(t)$ cualquier función continua que tenga un soporte compacto que genere el

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

espacio V_0 . La función $\phi(t)$ genera una partición si:

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} \phi(t - n) \equiv 1, \quad t \in \mathbb{R}. \quad (6.7)$$

Esta propiedad se muestra en todas las funciones de escala con soporte compacto; pero especialmente en las funciones de escala de Daubechies y Coiflets, [ver [Walter y Shen \(1998\)](#)].

Para $0 < r < 1$ una función con base positiva se da por:

$$P_r(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} r^{|n|} \phi(t - n)$$

Donde el valor de la constante r se selecciona de manera tal que la base positiva desarrollada sea mayor o igual que 0. [Walter y Shen \(1998\)](#) han probado lo siguiente para las funciones con base positiva:

Lema 6.1 *Sea $\phi(t)$ un soporte continuo y compacto. Además supóngase que $\phi(t)$ satisface la ecuación 6.7 y que para constantes positivas A y B , se cumple la condición:*

$$0 < A \leq \sum_{k \in \mathbb{Z}} |\tilde{\phi}(\omega + 2k\pi)|^2 \leq B < \infty$$

Si V_0 es el espacio lineal cercano de $\{\phi(t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$, entonces ahí existe un $0 < r_0 < 1$ tal que $P_r(t)$ satisface:

i) $P_r(t) \geq 0, \quad \forall t \in \mathbb{R}$

ii) $P_r \in V_0$

Para cada $r_0 < r < 1$

El rango de $n \in \mathbb{Z}$ depende de la función de escala usada para encontrar la función con la base positiva P_r , Figura 6.4. La naturaleza de la función base dependerá de las

6.1. Estimación no Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

características de la función de escala considerada para la aproximación.

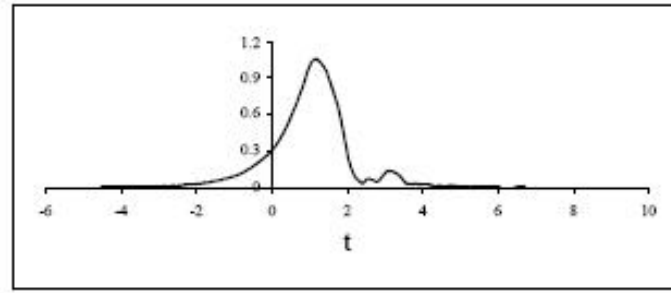


Figura 6.4: Función de Base Positiva Asociada con la Función de Escala de Daubechies, [Kuhl y Bhairgond \(2000\)](#).

Usando $P_r(t)$, un Núcleo positivo reproducido, $k_r(t, t_i)$ en V_0 se construye a partir de:

$$k_{r,0}(t, t_i) = \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_r(2^0 t - n) P_r(2^0 t_i - n)$$

Que en forma general se puede escribir como:

$$k_r(t, t_i) = \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_r(t - n) P_r(t_i - n)$$

De tal manera que:

$$k_r(t, t_i) \geq 0,$$

y

$$\int_{\mathbb{R}} k_r(t, t_i) dt_i = 1,$$

Y para $f \in L_2(\mathbb{R})$, la aproximación en V_0 es dada por:

6.2. Estimación Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

$$\lambda_0(t) = \int_{-R}^{\infty} k_r(t, t_i) f(t_i) dt_i.$$

Este Núcleo satisface las condiciones necesarias para generar una secuencia delta positiva $\{K_{r,m}\}$, donde:

$$k_{r,m}(t, t_i) = 2^m k_r(2^m t, 2^m t_i), \quad m \in Z.$$

Por lo que el estimador con onduletas en V_m se puede escribir de la siguiente manera:

$$\hat{\lambda}_{m,k}(t) = \sum_{n=-k}^k \left\{ \sum_{i=1}^N P_r(2^m t_i - n) \right\} \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^2 2^m P_r(2^m t - n) \quad (6.8)$$

Donde t_i son los tiempos de arribo de un PPNH del que la función de intensidad se estima, N es el número de arribos en el intervalo considerado. El rango para n , se selecciona de tal manera que la función de base positiva $P_r(t)$ se pueda trasladar a través del rango completo de los tiempos de arribo y m , que es la resolución, se basa en el nivel de detalle deseado para la aproximación. Este estimador con onduletas se usa como aproximación de la función de intensidad para un PPNH [ver [Kuhl y Bhaigond \(2000\)](#)].

6.2. Estimación Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

Con las estimaciones no paramétricas, haciendo uso tanto de Núcleos como de Onduletas, se tienen las primeras aproximaciones de la función de intensidad de un PPNH para los tiempos de arribo de los ciclones tropicales, las cuales sirven de base para proponer modelos paramétricos. En este sentido, debido a la naturaleza de los resultados obtenidos con el estimador Kernel y el que hace uso de onduletas, una alternativa de modelo paramétrico de la función de intensidad es el propuesto por [Lewis y Shedler \(1976\)](#) ya que es una expresión muy flexible y factible de ajustar a los datos.

6.2. Estimación Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

6.2.1. Modelo de Lewis

Cox y Lewis (1966) y Cox (1972) han utilizado una función exponencial polinomial como estimador de la función de intensidad de un PPNH:

$$\lambda(t) = \exp\left(\sum_{m=0}^r \alpha_m t^m\right), \quad -\infty < \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_r < +\infty \quad (6.9)$$

Suponer esta expresión es conveniente y no constituye restricciones por que cualquier función de intensidad continua se puede estimar de manera precisa mediante una exponencial polinomial. Esta conjetura se obtiene de los resultados en polinomios ordinarios al tomar logaritmos; pues $\lambda(t) \geq 0$ para cualquier valor de $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_r$, [ver Lewis y Shedler (1976)].

En este sentido, el problema se centra en la estimación de los coeficientes $\{\alpha_m\}$ de una función exponencial polinomial mediante la estimación de máxima verosimilitud.

La función de densidad conjunta de los tiempos de arribo $T_1 < T_2 \dots < T_n$ en un intervalo de tiempo definido (t) dado que $N(t) = n$, esta dada por Cox y Lewis (1966), Cap 3:

$$f(t_1, \dots, t_n; n) = [e^{-\int_0^{t_0} \lambda(u) du}] \prod_{i=1}^n \lambda(t_i)$$

Sustituyendo la función de intensidad 6.9, se obtiene:

$$f(t_1, \dots, t_n; n) = \exp\left[-\sum_{m=0}^r \alpha_m s_m - \int_0^{t_0} \exp\left(\sum_{l=0}^r \alpha_l t^l\right) dt\right]$$

Donde:

$$s_m = t_1^m + \dots + t_n^m, \quad m = 0, \dots, r.$$

Así la función de log-verosimilitud, $\log L$ es:

6.2. Estimación Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

$$\log L(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_r) = \sum_{m=0}^r \alpha_m s_m - \int_0^{t_0} \exp\left(\sum_{l=0}^r \alpha_l t^l\right) dt. \quad (6.10)$$

La solución $\{\tilde{\alpha}_m\}$ para el sistema (6.10), son los estimadores de máxima verosimilitud $\{\alpha_m\}$. El procedimiento trabaja bien si se tiene un vector de estimadores iniciales lo suficientemente cercano a la solución. MacLean (1974) propuso un método que puede usarse para obtener los estimadores iniciales. Su procedimiento consiste de encontrar una representación polinomial ordinaria del mismo grado que $\lambda(t)$ teniendo la suma de potencias $\{s_m\}$ observadas para estos “momentos”. Un estimador del polinomio exponencial para este polinomio se encuentra tomando los logaritmos y nuevamente ajustando los momentos. Este procedimiento parece trabajar bien con polinomios de grado mayor que 8 [ver Lewis y Shedler (1976)].

Pruebas para el grado de la función de intensidad de un PPNH basados en una función de intensidad exponencial polinomial

El análisis de tendencias en un PPNH, basado en el supuesto de que la función de intensidad se modela con una exponencial polinomial se presenta en Cox y Lewis (1966) y Cox (1972). Ahí se exponen diferentes tipos de hipótesis que se pueden probar cuando se considera a una exponencial polinomial como función de intensidad.

$$\lambda(t) = \exp\left(\sum_{m=0}^r \alpha_m t^m\right)$$

1- Algunos subconjuntos de $r + 1$ parámetros son cero. Para este tipo de hipótesis las pruebas asintóticas se basan en argumentos estándar de máxima verosimilitud, [véase Cox (1972) y MacLean (1974)]. Esencialmente los valores máximos de las funciones de verosimilitud bajo las dos hipótesis se comparan; las diferencias tienen una distribución χ^2 bajo la hipótesis nula con grados de libertad conocidos. El problema con este tipo de pruebas es que raramente se conoce de manera previa el conjunto a probar.

2- Es posible preguntarse con cual conjunto de $r + 1$ parámetros se obtiene el mejor

6.2. Estimación Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

ajuste (más parsimonioso) para los datos. Esta idea trabaja bien en la teoría normal, es decir para regresión polinomial lineal; pero no para el caso de un PPNH [ver Daniel y Wood (1971)].

3- Una alternativa es probar para la inclusión sucesiva de términos polinomiales de grado alto. Esto es razonable si el polinomio exponencial se usa solamente en una forma descriptiva y la teoría estadística se conoce. Estrictamente se prueba eso, para $k \geq 1, \alpha_0 \neq 0, \alpha_1 \neq 0, \dots, \alpha_k \neq 0, \alpha_{k+1} = 0, \alpha_{k+2} = 0, \dots$, [ver Lewis y Shedler (1976)].

El caso 3 se utiliza en este trabajo para realizar las pruebas de razón de verosimilitud y así definir el grado del polinomio de la exponencial que se utiliza como estimador de la función de intensidad del PPNH, para ello se hace uso del criterio de Akaike.

El criterio de Akaike

En ocasiones es conveniente usar la función de log verosimilitud

$$l(x; \alpha) = \log[L(x; \alpha)]$$

por que permite comparar modelos (que se pueden descomponer como su producto) aditivamente en vez de multiplicativamente. La log-verosimilitud siempre es negativa y se puede multiplicar arbitrariamente por cualquier número no negativo, cuando tal número es -2 , esta recibe el nombre de “desvianza”, [ver Lindsay (1997)]:

$$D(\alpha) = -2 \ln \left[\frac{L(x; \alpha)}{L(x; \hat{\alpha})} \right] = -2[l(x; \alpha) - l(x; \hat{\alpha})]$$

La desvianza nos permite comparar modelos, por ejemplo un modelo que incluye una variable adicional:

$$G = D(\text{modelo 1 sin la variable}) - D(\text{modelo 2 con la variable}) = 2 \ln \left[\frac{\text{Verosimilitud1}}{\text{Verosimilitud2}} \right]$$

que tiene una distribución χ^2 con grados de libertad igual a la diferencia de parámetros entre modelos y se le denomina prueba de razón de verosimilitudes. Si la prueba resulta ser no significativo, aceptamos que la incorporación de la nueva variable no mejora sensiblemente la verosimilitud del modelo y por tanto no merece la pena incluirla en

6.2. Estimación Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

él (Molinero, 2003).

Si añaden más términos a un modelo, la función de verosimilitud mejorará y si la muestra es grande será difícil distinguir mediante la prueba de razón de verosimilitudes entre una mejora “real” y una aportación trivial. Siempre son preferibles modelos con menos variables, puesto que además de ser más sencillos, son más estables y menos sometidos a sesgo. Por ello se han propuesto otras medidas de contraste entre modelos que penalizan en alguna medida que éstos tengan muchos parámetros, uno de estos es el criterio de información de Akaike (AIC).

$$AIC = 2k - 2\ln(L(x; \alpha))$$

Donde:

k es el número de parámetros en el modelo estadístico. L es el máximo valor de la función de verosimilitud para el modelo estimado.

En principio el criterio de selección se basa en escoger modelos con valores más bajos de AIC.

6.2.2. Estimación paramétrica de la función de intensidad de un PPNH con covariables

[Smith y Shively \(1994\)](#) desarrollaron un Proceso Poisson No Homogéneo bidimensional cuyos parámetros dependen tanto del tiempo como de covariables meteorológicas, su propuesta se implementó en este documento para incluir algunas variables hidrodinámicas de los ciclones tropicales en la estimación de la función de intensidad de un PPNH para los tiempos de arribo de estos fenómenos. Cabe mencionar que en esta expresión es necesario conocer la función que caracteriza al parámetro tiempo, por lo que se utilizó la estimación paramétrica usando el método de Lewis.

El trabajo desarrollado por [Smith y Shively \(1994\)](#) modela el tiempo y el tamaño de las excedencias de un umbral determinado. Su propuesta esta basada en la metodología desarrollada por [Smith \(1989\)](#) para modelar como un PPNH al proceso bidimensional

6.2. Estimación Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

de excedencias en tiempo y en niveles.

Cuando existe un gran número de observaciones tanto de los tiempos a los cuales ocurren las excedencias como de sus niveles, el proceso se puede aproximar con un Proceso Poisson bidimensional. Esta afirmación se sustenta en un gran marco de teoría probabilística sobre las propiedades límites de los valores extremos en los procesos estocásticos estacionarios, [ver [Leadbetter y Rootzen \(1983\)](#)].

Así, uno de los propósitos de este modelo es mostrar la relación entre covariables meteorológicas y la frecuencia con que se rebasa un umbral definido para algún fenómeno, para ello Shively definió para un día t determinado:

$$\lambda_t(y) = P(Y > y)$$

Donde el proceso se observa en un periodo $(0, T)$ y los valores extremos sobre el umbral u se representan por (T_i, Y_i) , $1 \leq i \leq N$ que es el i -ésimo valor extremo que ocurre al tiempo T_i y toma los valores $Y_i \geq u$. El número total de valores extremos N es por si misma una variable aleatoria por lo que su densidad conjunta es:

$$\left(\prod_{i=1}^N \lambda_{t_i}(u) \right) \exp\{-\int_0^{\tau_0} \lambda_t(u) dt\} \quad (6.11)$$

que representa un PPNH con función de intensidad $\lambda_t(u)$ y modela el tiempo t de los eventos en los que se supera el umbral u . Así, en esta expresión se supone que:

$$\lambda_t(u) = P(Y > u) = \exp^{\alpha(t)},$$

donde:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \omega(t) + \sum_{j=2}^p \alpha_j s_j(t) \quad (6.12)$$

En la que $\omega(t)$ es el momento en que ocurre la observación t y $s_j(t)$, $j = 2, \dots, p$ es un

6.2. Estimación Paramétrica de la Función de Intensidad para un PPNH

vector de $p - 1$ covariables meteorológicas para cada tiempo t .

Para modelar el efecto de la covariable SST en la función de intensidad del número de huracanes, en la expresión 6.12 se incluye vector $s(t)$:

$$\lambda_t(y) = \exp\{\alpha_0 + \alpha_1\omega(t) + \alpha_2s(t)\} \quad (6.13)$$

Los tiempos entre arribos $T_1 < T_2 \dots < T_n$ en un periodo de tiempo fijo y la variable aleatoria $N(t) = n$ tienen una función de densidad conjunta definida por [Smith y Shively \(1994\)](#).

$$f(t_1, \dots, t_n; n) = \left(\prod_{i=1}^n \lambda_{t_i}(u) \right) \exp\{-\int_0^{\tau^*} \lambda_t(u) dt\} \quad (6.14)$$

Sustituyendo la función de intensidad 6.13 en la expresión 6.14, se obtiene:

$$f(t_1, \dots, t_n; n) = \exp\left\{-\int_0^{t_0} \exp[\alpha_0 + \alpha_1\omega(t) + \alpha_2s(t)] + \sum_{i=1}^n [\alpha_0 + \alpha_1\omega(t_i) + \alpha_2s(t_i)]\right\}$$

Así, la función log-verosimilitud es:

$$\log L(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = \sum_{i=1}^n [\alpha_0 + \alpha_1\omega(t_i) + \alpha_2s(t_i)] - \frac{1}{\alpha_1} \{\exp[\alpha_0 + \alpha_1\omega(t_0)] - \exp[\alpha_0]\} \quad (6.15)$$

Los estimadores de máxima verosimilitud $\{\alpha_m\}$ son aquellos que hacen máxima la función de verosimilitud o log-verosimilitud (ecuación 6.15) y se determina numéricamente con el método de “recocido-recalentado” (Simulated Annealing).

Capítulo 7

Metodología

7.1. Áreas de Estudio y Fuentes de Información.

La modelación de las tendencias del número de ciclones tropicales se aplicó en el océano Atlántico debido a que esta zona cuenta con el registro más amplio y confiable de estos hidrometeoros. De manera que se consideraron los eventos ocurridos dentro del Atlántico Norte, a partir de la latitud 5°N, el mar Caribe y el Golfo de México, ver Figura 7.1.

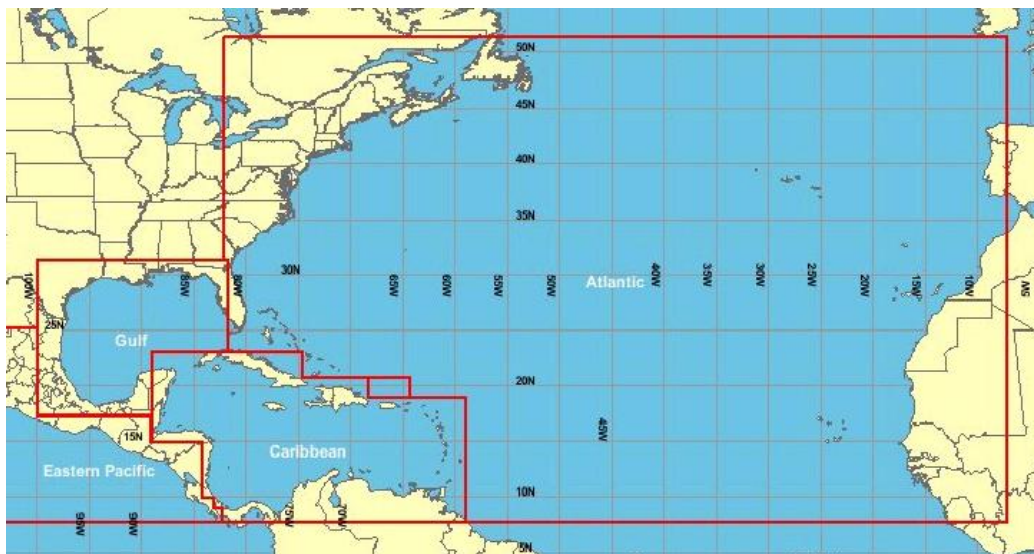


Figura 7.1: Área de estudio en el Atlántico Norte, NOAA (2009).

7.2. Modelos y Programas Implementados Para la Estimación de $\lambda(t)$

Para este análisis se examinó el número total ciclones, sus respectivas categorías y la fecha en que se presentó cada evento a partir de 1945 que es cuando se inició el reconocimiento aéreo. Si bien, de acuerdo con [Landsea \(2005\)](#) se acepta la baja calidad de los datos disponibles, la metodología estadística propuesta mide las tendencias de la actividad ciclónica y no depende de las deficiencias en las observaciones. Es decir se analiza el problema de modelar la tendencia del número de huracanes como un proceso de conteo en tiempo continuo por lo que el modelo se basa en la en la teoría estadística de los procesos estocásticos y no se ve afectado por la naturaleza de los datos. Así, de acuerdo a la base de datos de la [NOAA \(2009\)](#) se obtuvieron los tiempos de arribo t_i de cada ciclón por categoría (Tablas [11.1](#), [11.2](#), [11.3](#), [11.4](#) y [11.5](#)) y se ajustaron debido a la condición periódica en la que se considera que se presentan estos eventos en el Atlántico Norte (ver capítulo 4).

Por otro lado, para conocer el efecto que tiene la SST sobre la tendencia del número de ciclones tropicales se incluye a la SST en el modelo [6.13](#) como una covariable. La información concerniente a la SST para cada hidrometeoro se obtuvo de la base de datos del Hadley Center Sea Ice and SST (HadISST) (Tablas [11.1](#), [11.2](#), [11.3](#), [11.4](#) y [11.5](#)). Esta covariable se tomo de la región analizada por [Emanuel \(2005\)](#) [ver Figura [7.2](#)] y para obtener su valor se calculo el promedio de la temperatura mensual registrada en el océano Atlántico de los meses de Junio a Noviembre de cada año a partir de 1945. El valor asignado a la SST para cada evento corresponde al promedio de la SST (6°N , 18°N , 20°W y 60°W) del mes en el que ocurrió cada ciclón. Este criterio se tomo en analogía a lo realizado por [Emanuel \(2005\)](#).

7.2. Modelos y Programas Implementados Para la Estimación de $\lambda(t)$

7.2.1. Verificación de Supuestos de un Proceso Poisson

Las tendencias del número de ciclones tropicales de cada categoría se supone que se puede modelar mediante la función de intensidad $\lambda(t)$ de un PPNH. Sin embargo, para revisar que los tiempos de arribo estimados se ajustan a un proceso Poisson, es necesario verificar que se cumplan los supuestos de exponencialidad e independencia.

7.2. Modelos y Programas Implementados Para la Estimación de $\lambda(t)$

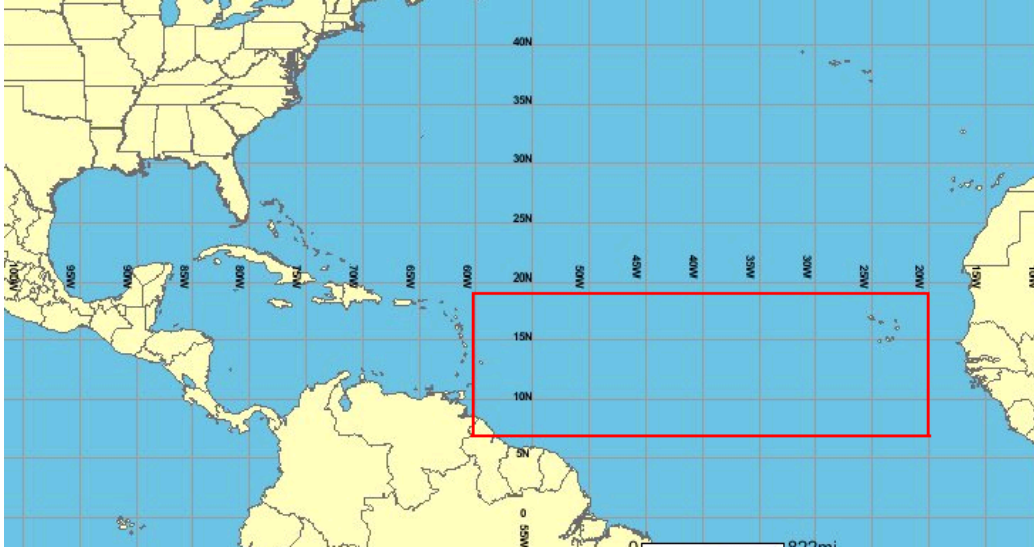


Figura 7.2: Área de estimación de la SST (6°N, 18°N, 20°W y 60°W).

Para corroborar el primer supuesto se implementó en el paquete R ([R Development Core Team \(2010\)](#)) [ver anexo F] la prueba de bondad de ajuste no paramétrica propuesta por [Solow \(1991\)](#) [ver sección 4.6.1]. En el Anexo C.1 se muestran los gráficos de las pruebas de exponencialidad para cada categoría y clase. Considerando el criterio de exponencialidad, se asume que los tiempos de arribo de los ciclones tropicales se pueden modelar mediante un PPNH.

Por otro lado, para verificar el segundo supuesto se analiza la correlación serial de los datos como se expone en la apartado [4.6.2]. Para revisar la correlación entre los tiempos de arribo de los ciclones tropicales para cada clase y categoría se estimó en R la función de autocorrelación (acf), las cuales se exponen en el Anexo C.2. En los correlogramas obtenidos para cada conjunto de datos se observa que en general las correlaciones estimadas no son significativamente diferentes de 0, por lo que se puede asumir una baja correlación entre los datos.

7.2.2. Proceso para Estimar $\lambda(t)$ vía Paramétrica y No Paramétrica

En esta sección se expone la metodología para estimar la función de intensidad de un PPNH del número de ciclones tropicales de cada categoría y grupos de categorías usando como datos de entrada los tiempos de arribo definidos en el capítulo 4. De esta manera, se describe el proceso de estimación paramétrica y no paramétrica, así como el procedimiento para investigar la relación entre la frecuencia de los huracanes y la temperatura de la superficie marina.

Para realizar una aproximación inicial del comportamiento de las tendencias de $\lambda(t)$ que permita identificar un modelo paramétrico adecuado, primero se obtuvo una estimación no paramétrica usando Núcleos y Onduletas (ver expresiones 6.3 y 6.8). Ambos modelos se implementaron en las rutinas mostradas en los anexos E1 y E2 respectivamente, requieren como datos de entrada un archivo ASCII con la fecha en que se presentó cada ciclón (ver sección 6.1) y se obtiene como salida un gráfico de la tendencia de $\hat{\lambda}(t)$.

Con las aproximaciones anteriores fue posible identificar una expresión paramétrica que modele las tendencias de $\lambda(t)$. En este sentido, un modelo conveniente es el 6.9 debido a su comportamiento flexible. Para realizar la estimación se desarrolló en R el algoritmo mostrado en el anexo E.3, el cual importa la fecha en que se presentó cada evento (ver sección 6.1) a través de un archivo ASCII, emplea al programa desarrollado por Ogata y Katsura (1985) a través de una interface de Fortran a R para obtener el polinomio de MacLean (1974) y gráfica la estimación paramétrica de $\lambda(t)$.

Por otro lado para investigar la relación entre la frecuencia de los ciclones tropicales y la SST se usó un modelo tipo regresión en un PPNH, ver expresión 6.12. Este modelo se programó en R (ver anexo E.4) y usa como datos de entrada dos archivos ASCII, uno de los tiempos de arribo t_i (ver sección 6.1) y otro como las SST's para cada evento. La rutina estima y gráfica la tendencia de $\hat{\lambda}(t)$ en función de los t_i y SST.

Capítulo 8

Resultados

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

En este apartado se muestran de manera conjunta las tasas de ocurrencia estimadas de los ciclones tropicales ($\hat{\lambda}(t)$'s) obtenidas por los modelos 6.3, 6.8 y 6.9. También se incluye en cada gráfica el índice de Oscilación Multidecadal del Atlántico (OMA) que fue tomado de las bases de datos de la NOAA. Además, en el eje de las abscisas se exponen los tiempos de arribo de cada huracán de acuerdo a su categoría. En todas las figuras se comentan las tendencias obtenidas para cada modelo.

Las figuras 8.1, 8.2, 8.3, 8.4 y 8.5 muestran las tendencias estimadas del numero de huracanes para cada categoría. Las figuras 8.6 y 8.7 exponen las $\hat{\lambda}(t)$'s para dos grupos de ciclones, el primero se integra con los huracanes de categorías 1-2 y el segundo con los de categoría 4-5. Esta forma de agrupación esta motivada por el estudio de Webster *et al.* (2005). Por otro lado, para conocer las $\hat{\lambda}(t)$'s de los ciclones con mayor potencial destructivo, en este trabajo se modelaron dos grupos de huracanes, uno integra aquellos de categorías 1-2 (ver figura 8.8) y el otro a los de categorías 3,4 y 5 (ver figura 8.9). Finalmente, debido a la ambigüedad de la escala Saffir-Simpson

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

para la clasificación de los huracanes, aquí se estimaron las $\hat{\lambda}(t)$'s para los huracanes de todas la categorías y aquellos que alcanzaron categorías 2 a 5, 3 a 5, 4 a 5 y 5. En las figuras 8.11, 8.10, 8.9, 8.7 y 8.5 se muestran los resultados de estos grupos respectivamente.

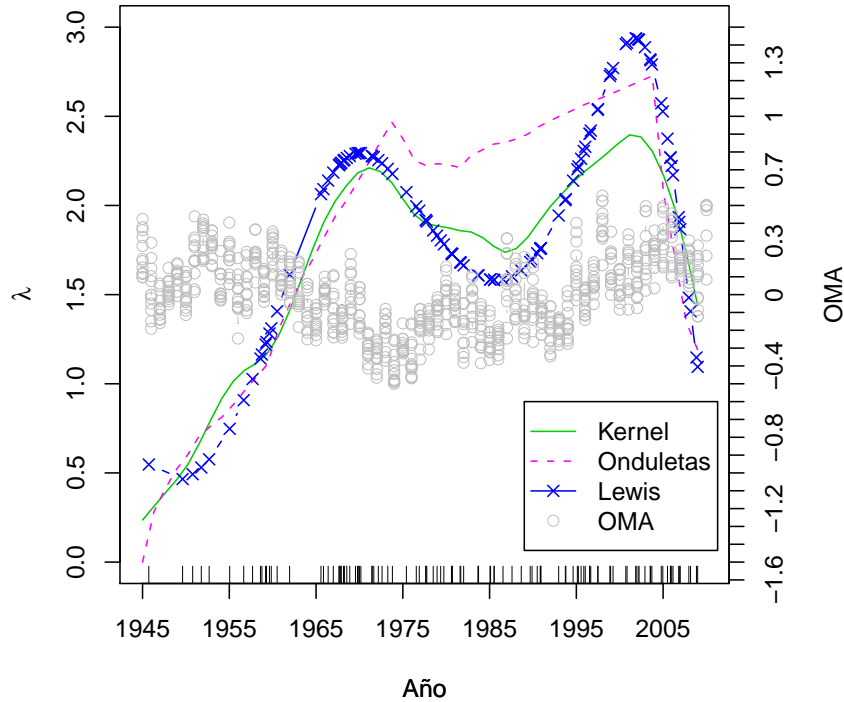


Figura 8.1: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 1 del Atlántico Norte (1945-2008).

En la figura 8.1 se muestran las $\hat{\lambda}(t)$'s de los Ciclones Tropicales de Categoría 1 (HC1) obtenidas tanto por los estimadores no paramétricos (con Núcleos y con Onduletas) como por el modelo paramétrico propuesto Lewis y Shedler (1976). Las estimaciones con núcleos y paramétrica se observa que se incrementan rápidamente entre 1955 y 1965; disminuye ligeramente en el periodo 1970-1990 y se da un repentino aumento entre 1990 y el 2000. En esta figura también se evidencia que la tendencia de la OMA esta desfasada de los repentes de las tendencias estimadas de la actividad ciclónica de los HC1. Por otro lado, la estimación con Onduletas si bien sigue las tendencias generales de las otras aproximaciones, su comportamiento es suave en los cambios

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

. Finalmente, la expresión 8.1 corresponde al modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categoría 1.

$$\lambda(t) = \exp(3.668 - 11.397t^1 + 130.927t^2 - 385.962t^3 + 449.068t^4 - 182.055t^5) \quad (8.1)$$

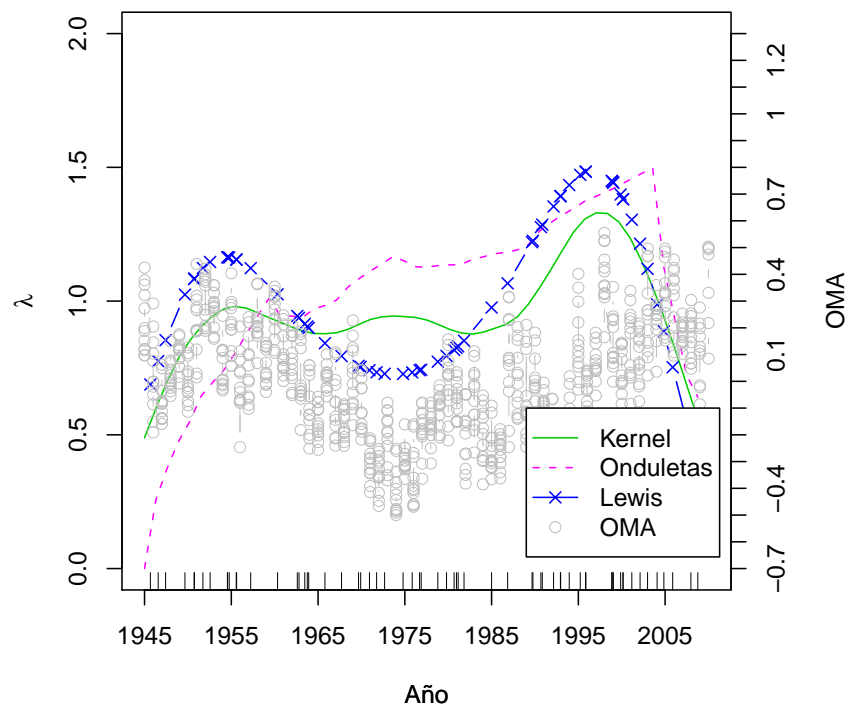


Figura 8.2: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2 del Atlántico Norte (1945-2008).

En esta gráfica se exponen las $\hat{\lambda}(t)$'s de los Ciclones Tropicales de Categoría 2 obtenidas tanto por los estimadores no paramétricos (con Núcleos y con Onduletas) como por el modelo paramétrico propuesto Lewis y Shedler (1976). En la estimación kernel y paramétrica es evidente un comportamiento cíclico, observándose un primer repunte entre 1950 y 1955, un descenso de 1960 a 1980 y finalmente un segundo repunte en el periodo 1985-2000 que es superior al primero. En la figura se observa que ambos repuntes coinciden con los de la OMA. Por otro lado, la estimación

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

no paramétrica con onduletas se distancia de las otras aproximaciones. La expresión 8.2 corresponde al modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categoría 2.

$$\lambda(t) = \exp(3.679 + 10.244t^1 - 52.826t^2 + 90.084t^3 - 47.944t^4) \quad (8.2)$$

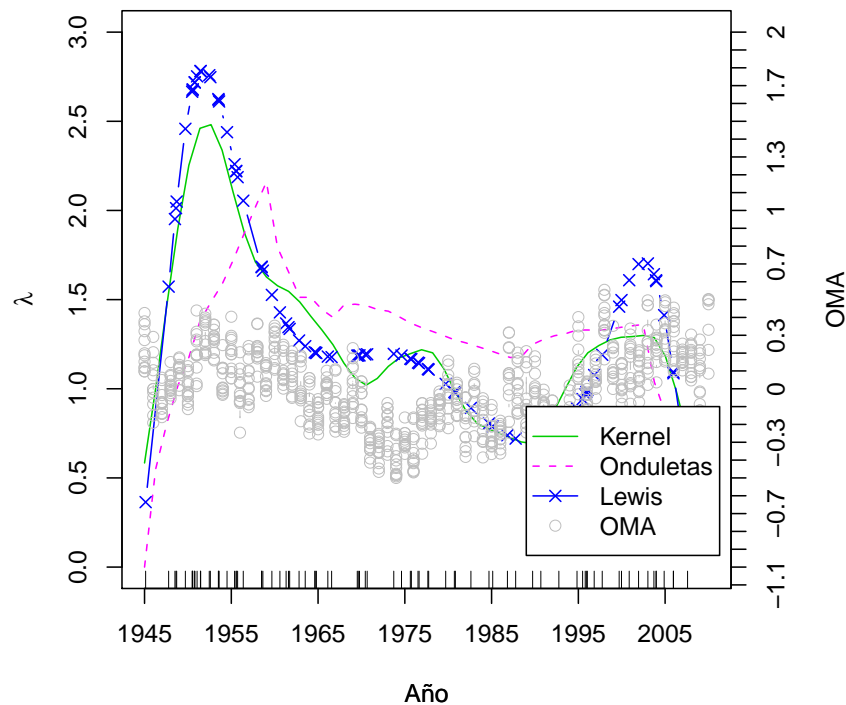


Figura 8.3: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 3 del Atlántico Norte (1945-2008).

La figura 8.3 refleja el comportamiento de las $\hat{\lambda}(t)$'s correspondiente a los Ciclones Tropicales de Categoría 3 obtenidas tanto por los estimadores no paramétricos (con Núcleos y con Onduletas) como por el modelo paramétrico propuesto Lewis y Shedler (1976). Las tres estimaciones se incrementan súbitamente desde el inicio de las observaciones con un valor máximo entre 1950 y 1955, posteriormente las estimaciones disminuyen rápidamente de 1960 a 1990 y se incrementan ligeramente de 1995 al 2005. En este gráfico se evidencia que las tendencias estimadas del número de HC3

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

no coinciden con las tendencias de la OMA. Finalmente, el modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categoría 3 se muestra en la expresión 8.3.

$$\lambda(t) = \exp(3.02 + 51.75t^1 - 435.52t^2 + 1564.97t^3 - 2773.29t^4 + 2373.24t^5 - 780.65t^6) \quad (8.3)$$

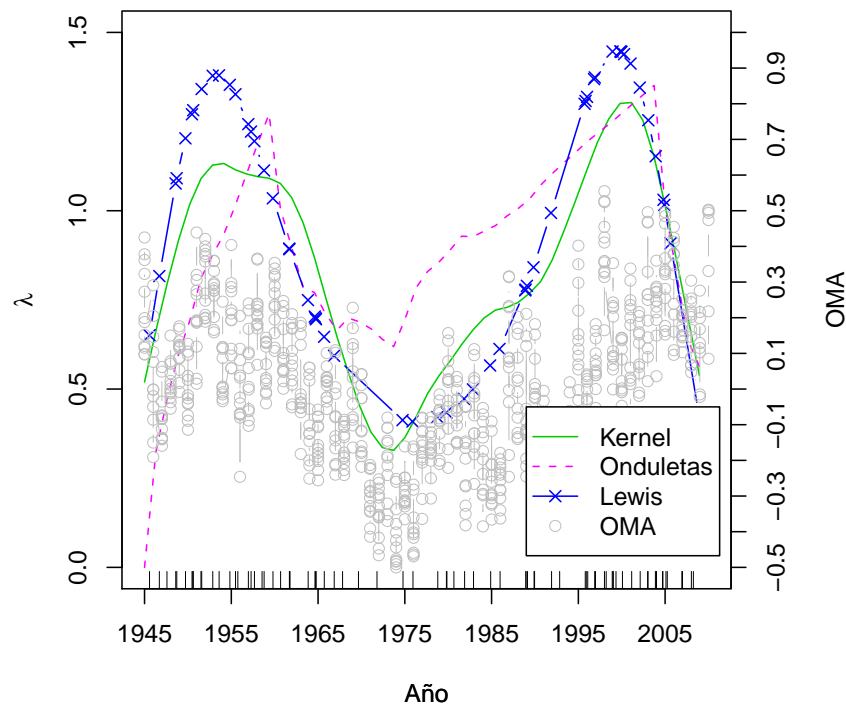


Figura 8.4: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 4 del Atlántico Norte (1945-2008).

En la gráfica 8.4 se presentan las estimaciones de $\hat{\lambda}(t)$ de los Ciclones Tropicales de Categoría 4 obtenidas tanto por los estimadores no paramétricos (con Núcleos y con Onduletas) como por el modelo paramétrico propuesto Lewis y Shedler (1976). En los tres modelos se manifiesta un efecto cíclico en las estimaciones obtenidas, el cual se manifiesta con dos periodos de alta actividad, el primero corresponde al lapso comprendido entre 1950 y 1960, seguido de una etapa con un marcado descenso que

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

va de 1965 a 1990, el segundo periodo de alta actividad, que es ligeramente mayor que el primero, inició en 1995 y continua a la fecha. Este comportamiento es análogo a el de las tendencias de la OMA como se muestra en esta figura. Finalmente, la expresión 8.4 corresponde al modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categoría 3.

$$\lambda(t) = \exp(3.593 + 15.782t^1 - 86.333t^2 + 143.598t^3 - 73.352t^4) \quad (8.4)$$

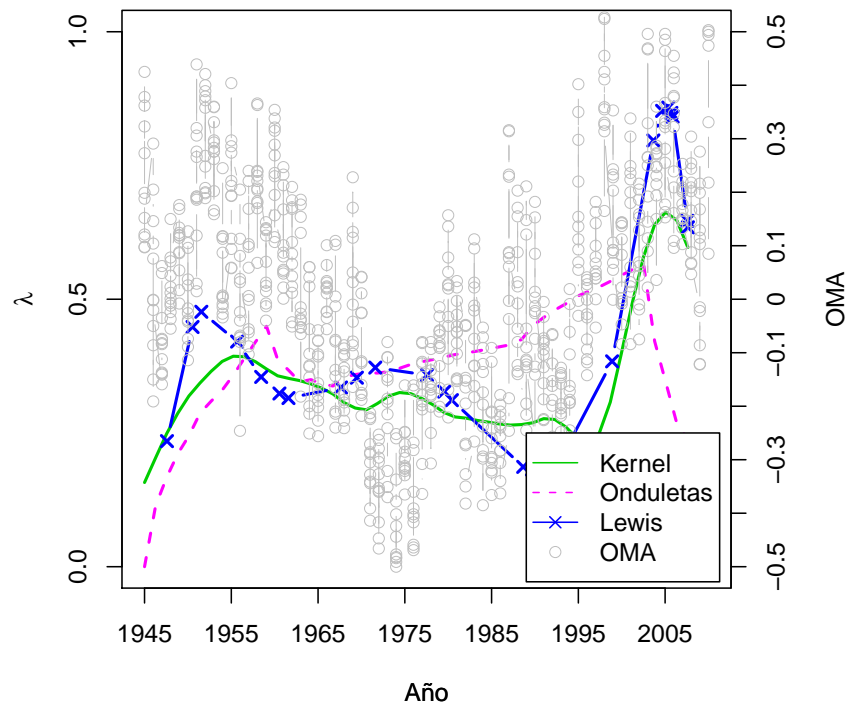


Figura 8.5: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 5 del Atlántico Norte (1945-2008).

En la figura 8.5 se exponen las estimaciones de $\hat{\lambda}(t)$ de los Ciclones Tropicales de Categoría 5 obtenidas tanto por los estimadores no paramétricos (con Núcleos y con Onduletas) como por el modelo paramétrico propuesto Lewis y Shedler (1976). Las estimaciones kernel y la propuesta por Lewis son similares y se incrementan rápidamente de 1945 a 1955, disminuye de manera ligera entre 1955 y 1965, posteriormente

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

permanece relativamente estable de 1965 a 1980 decrecen de manera importante hasta 1990 y finalmente de 1990 a la fecha su valor se incrementa con respecto al primer periodo de alta actividad (1955-1965). Estas tendencias estimadas muestran que su comportamiento es aproximado al de la OMA a partir de la década de los 70's. En cuanto a la estimación no paramétrica usando onduletas, su tendencia refleja poco los cambios mostrados por las otras aproximaciones. Por otro lado, el modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categoría 5 se muestra en la expresión 8.5.

$$\lambda(t) = \exp(1.16 + 52.13t^1 - 431.51t^2 + 1577.09t^3 - 2825.14t^4 + 2416.57t^5 - 786.6t^6) \quad (8.5)$$

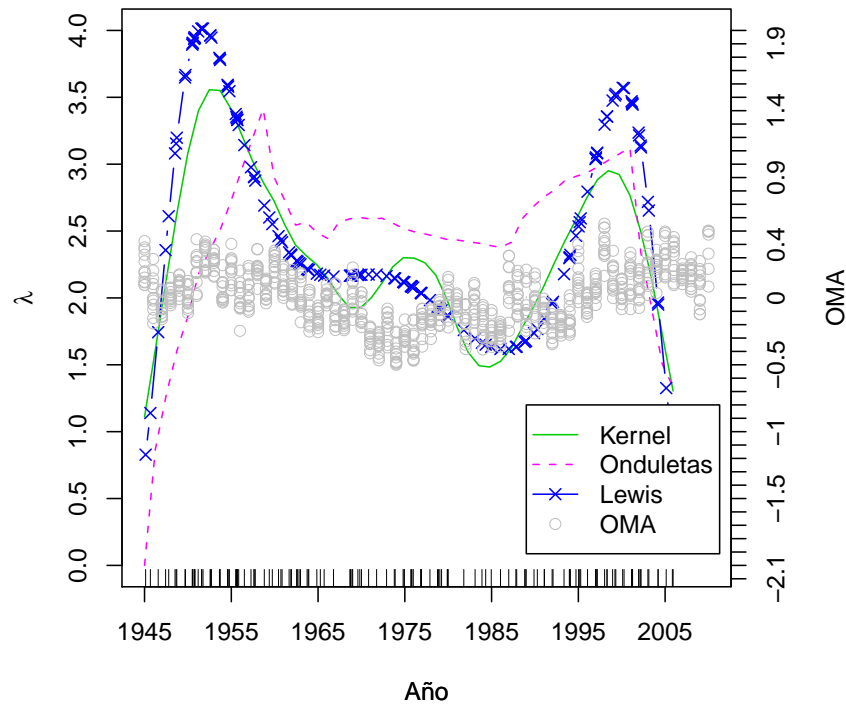


Figura 8.6: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2 y 3 del Atlántico Norte (1945-2008).

En esta gráfica se presentan las $\hat{\lambda}(t)$'s de los Ciclones Tropicales de Categoría 2 y

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

3 (HC23) obtenidas tanto por los estimadores no paramétricos (con Núcleos y con Onduletas) como por el modelo paramétrico propuesto Lewis y Shedler (1976). Las tres estimaciones exhiben un comportamiento cíclico decreciente, en un principio se incrementan rápidamente desde el inicio de las observaciones y hasta mediados de la década de 1950, declina de manera marcada de 1955 a 1985 y se incrementa de manera importante entre 1990 y el 2005. En esta figura se evidencia que la tendencia de la OMA es distinta a la encontrada para la actividad ciclónica de los HC23. Finalmente, la expresión 8.6 corresponde al modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categoría 2 y 3.

$$\lambda(t) = \exp(3.83 + 39.83t^1 - 334.12t^2 + 1209.60t^3 - 2172.68t^4 + 1892.53t^5 - 635.05t^6) \quad (8.6)$$

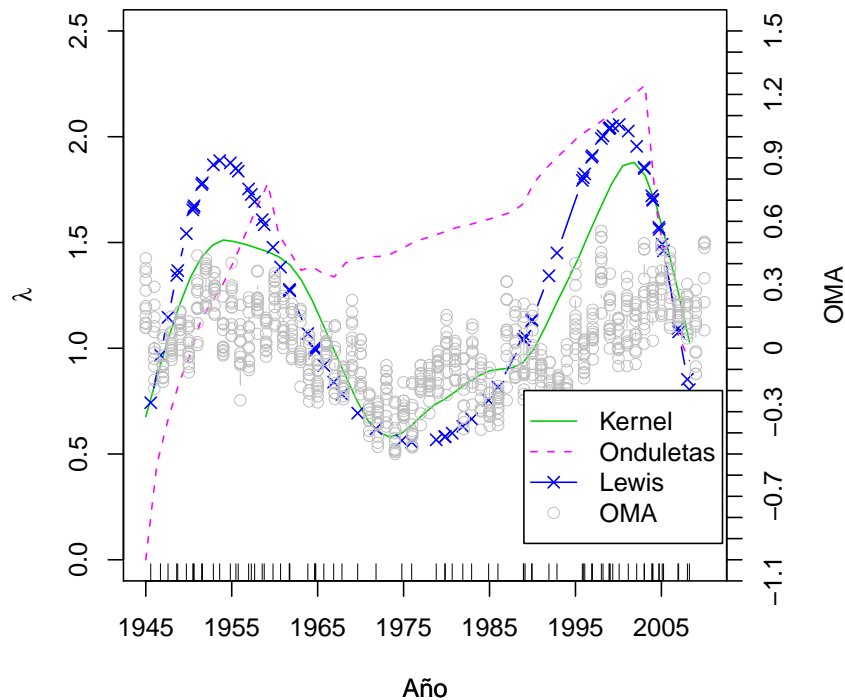


Figura 8.7: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 4 y 5 del Atlántico Norte (1945-2008).

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

En la gráfica 8.7 se muestran las estimaciones de las $\hat{\lambda}(t)$'s de los Ciclones Tropicales de Categoría 4 y 5 obtenidas tanto por los estimadores no paramétricos (con Núcleos y con Onduletas) como por el modelo paramétrico propuesto Lewis y Shedler (1976). Las estimaciones con Núcleos y la propuesta por Lewis evidencian un comportamiento relativamente cíclico con dos periodos de alta actividad comprendidos entre 1945 a 1955 y la otra de 1990 al 2005. Como se observa en esta figura, ambas tendencias muestran oscilaciones análogas a las de la OMA. La estimación con Onduletas es poco aproximada a las tendencias exhibidas por los otros modelos. Por otro lado, el modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categoría 4 y 5 se muestra en la expresión 8.7.

$$\lambda(t) = \exp(3.694 + 17.903t^1 - 91.416t^2 + 146.502t^3 - 72.754t^4) \quad (8.7)$$

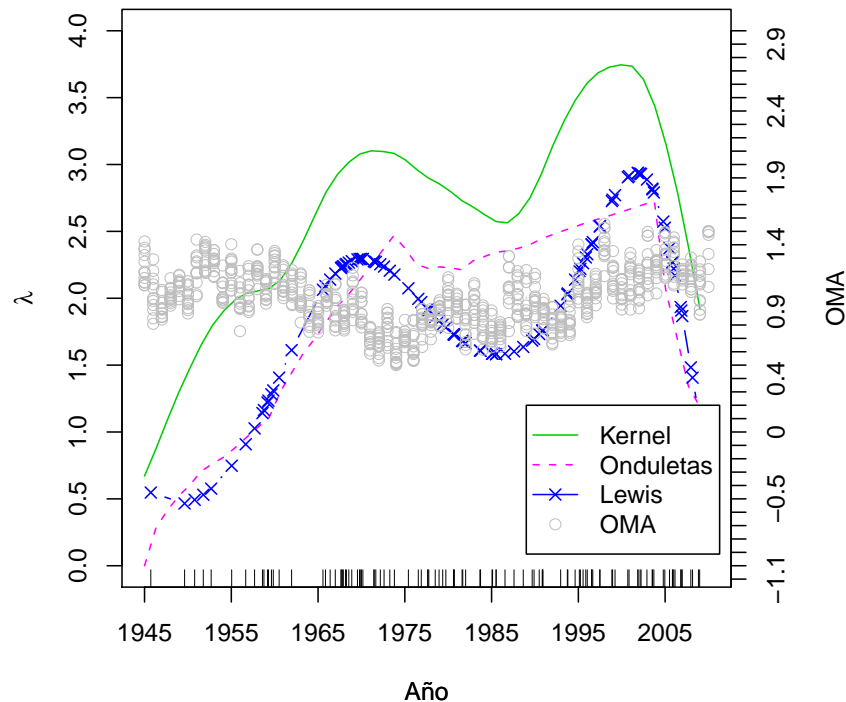


Figura 8.8: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 1 y 2 del Atlántico Norte (1945-2008).

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

En la gráfica 8.8 se muestran las estimaciones de las $\hat{\lambda}(t)$'s de los Ciclones Tropicales de Categoría 1 y 2 obtenidas con Núcleos y el modelo paramétrico propuesto Lewis y Shedler (1976). Las estimaciones con Núcleos y la de Lewis evidencian un comportamiento relativamente cíclico con dos periodos de alta actividad, el primero de 1965 a 1975 y el segundo de 1995 al 2005. Ambos repuntes no coinciden con la tendencia de la OMA. La función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categoría 1 y 2 del modelo paramétrico se muestra en la expresión 8.8.

$$\lambda(t) = \exp(4.674 + 13.309t^1 - 89.146t^2 + 164.052t^3 - 92.574t^4) \quad (8.8)$$

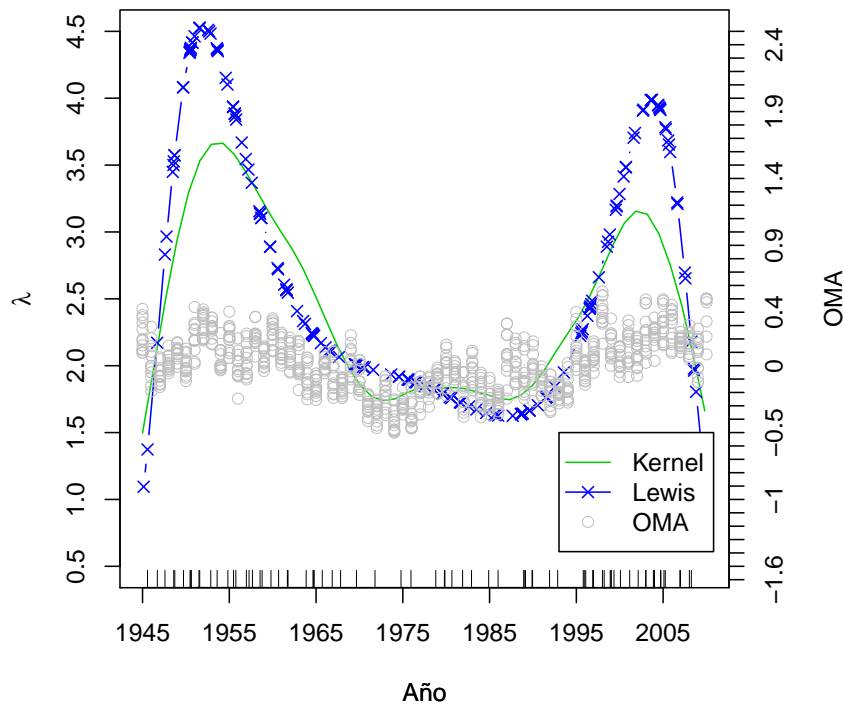


Figura 8.9: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 3, 4 y 5 del Atlántico Norte (1945-2008).

En la gráfica 8.9 las $\hat{\lambda}(t)$'s de los Ciclones Tropicales de Categoría 3, 4 y 5 obtenidas con Núcleos y el modelo de Lewis y Shedler (1976) son mostradas. Ambas tendencias estimadas tienen un comportamiento cíclico decreciente con dos crestas, la primera

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

se presenta aproximadamente de 1950 a 1960 y la segunda de 1995 al 2005. Estas tendencias estimadas no presentan analogía con la OMA. La expresión 8.9 corresponde al modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categoría 3, 4 y 5.

$$\lambda(t) = \exp(2.352 + 18.967t - 97.164t^2 + 156.521t^3 - 82.433t^4) \quad (8.9)$$

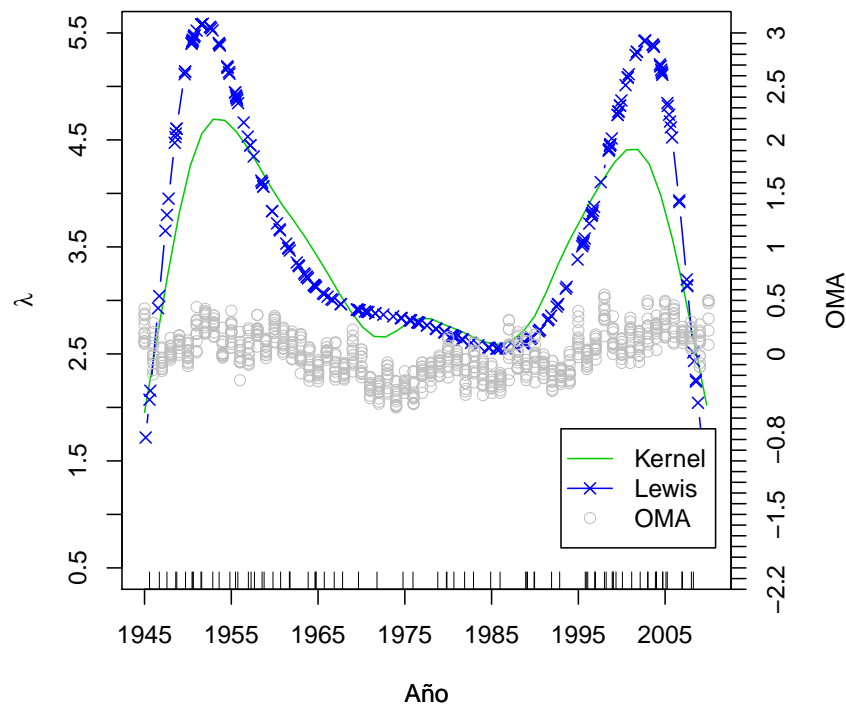


Figura 8.10: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2,3,4 y 5 del Atlántico Norte (1945-2008).

En la figura 8.10 se muestran las estimaciones de las $\hat{\lambda}(t)$'s de los Ciclones Tropicales de Categoría 2,3,4 y 5 obtenidas de la estimación con Núcleos y del modelo paramétrico propuesto Lewis y Shedler (1976). Las dos muestran que la tendencia de la actividad ciclónica para esta grupo de categorías presenta un patron cíclico casi constante. En esta figura se observa un primer periodo de alta actividad comprendido de 1950 y 1960 y un segundo de 1995 al 2005. No se observa una relación clara entre

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

las tendencias de la OMA y las estimadas de la actividad ciclónica para este grupo de categorías. El modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de Categorías 2,3,4 y 5 se muestra en la expresión 8.10.

$$\lambda(t) = \exp(1.461 + 15.834t^1 - 71.321t^2 + 132.112t^3 - 74.753t^4) \quad (8.10)$$

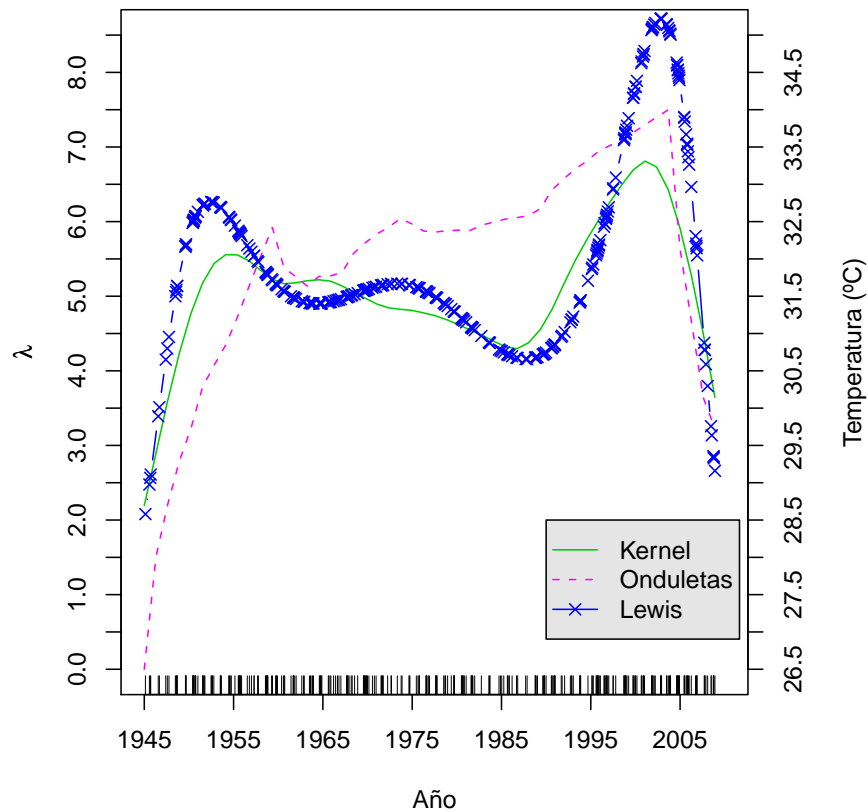


Figura 8.11: Tendencias paramétricas y no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de las 5 categorías del Atlántico Norte (1945-2008).

En esta figura se evidencia el comportamiento de las estimaciones de las $\hat{\lambda}(t)$'s de los Ciclones Tropicales de las 5 categorías, obtenidas tanto por los estimadores no paramétricos (con Núcleos y con Onduletas) como por el modelo paramétrico 6.9. Las tendencias estimadas con Núcleos y la propuesta por Lewis y Shedler (1976) son similares, ambas muestran que entre 1945 y 1955 se incrementan de manera rápida,

8.1. Tendencias Paramétricas y No Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

decrecen de manera paulatina de 1955 a 1990 y crecen de manera súbita entre 1990 y el 2005. Por otro lado, la estimación no paramétrica haciendo uso de onduletas refleja de manera muy pobre los cambios importantes mostrados por las otras aproximaciones. Finalmente, la expresión 8.11 corresponde al modelo paramétrico de la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de las 5 categorías.

$$\lambda(t) = \exp(4.82 + 27.27t^1 - 229.48t^2 + 857.63t^3 - 1588.91t^4 + 1419.78t^5 - 485.9t^6) \quad (8.11)$$

8.2. Estimación Paramétricas de $\lambda(t)$ para un PPNH con Covariables, Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

En esta sección se muestran las tendencias de las estimaciones de $\lambda(t)$ para un PPNH obtenidas con el modelo propuesto por [Smith y Shively \(1994\)](#), en el cual se incluye el efecto de la covariable SST. Para ello, primero se expone para cada categoría y grupos de categorías la asociación entre la SST y la tasa de ocurrencia $\hat{\lambda}(t)$, la cual se calcula con el modelo de [Lewis y Shedler \(1976\)](#). De este resultado se identificó que los ciclones tropicales de categoría 5 y la clase 4-5 tienen una alta correlación, por lo que posteriormente se exhiben solo para estos dos casos las tendencias estimadas de la $\hat{\lambda}(t)$ en función de la SST.

Las figuras [8.12](#), [8.13](#) y [8.14](#) presentan para cada categoría y grupos de categoría el grado de asociación entre la SST y la tasa anual de ocurrencia de los ciclones tropicales. Esta última corresponde a la $\hat{\lambda}(t)$ obtenida con el modelo de [Lewis y Shedler \(1976\)](#) para cada tiempo t_i (la fecha en la que se presentó cada evento). Por otro lado, la SST es el promedio mensual para cada t_i .

En la figura [8.14](#) se observa que la SST y la tasa anual de ocurrencia de los ciclones tropicales $\hat{\lambda}(t)$ esta altamente relacionada para los huracanes de categoría 5 y la clase 4 y 5. Por esta razón solo para estos dos casos se presentan las tendencias de $\hat{\lambda}(t)$ obtenidas con el modelo de [Smith y Shively \(1994\)](#).

8.2. Estimación Paramétrica de $\lambda(t)$ para un PPNH con Covariables, Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

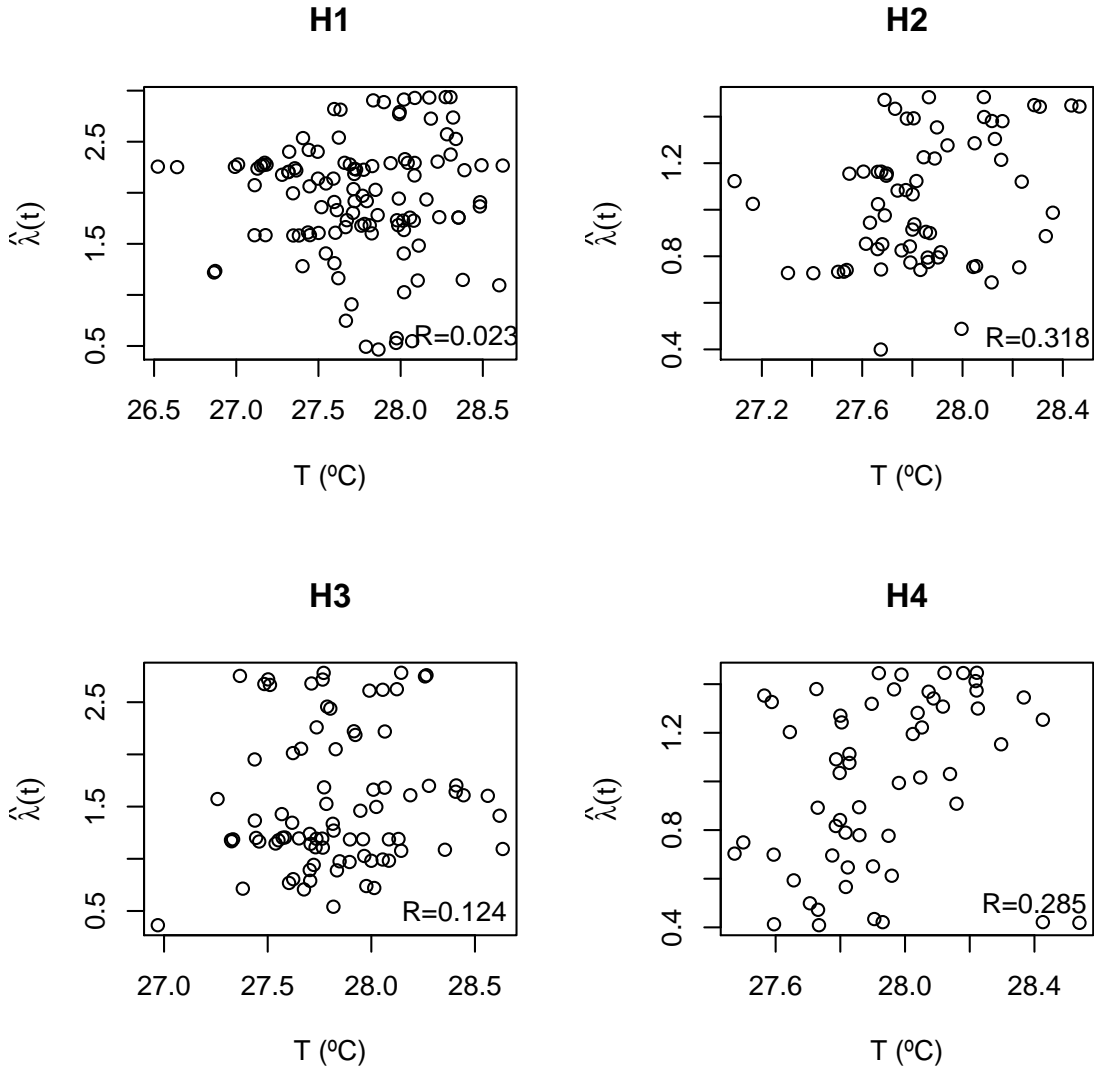


Figura 8.12: Correlación paramétrica entre la SST y $\hat{\lambda}(t)$ para ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).

8.2. Estimación Paramétrica de $\lambda(t)$ para un PPNH con Covariables, Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

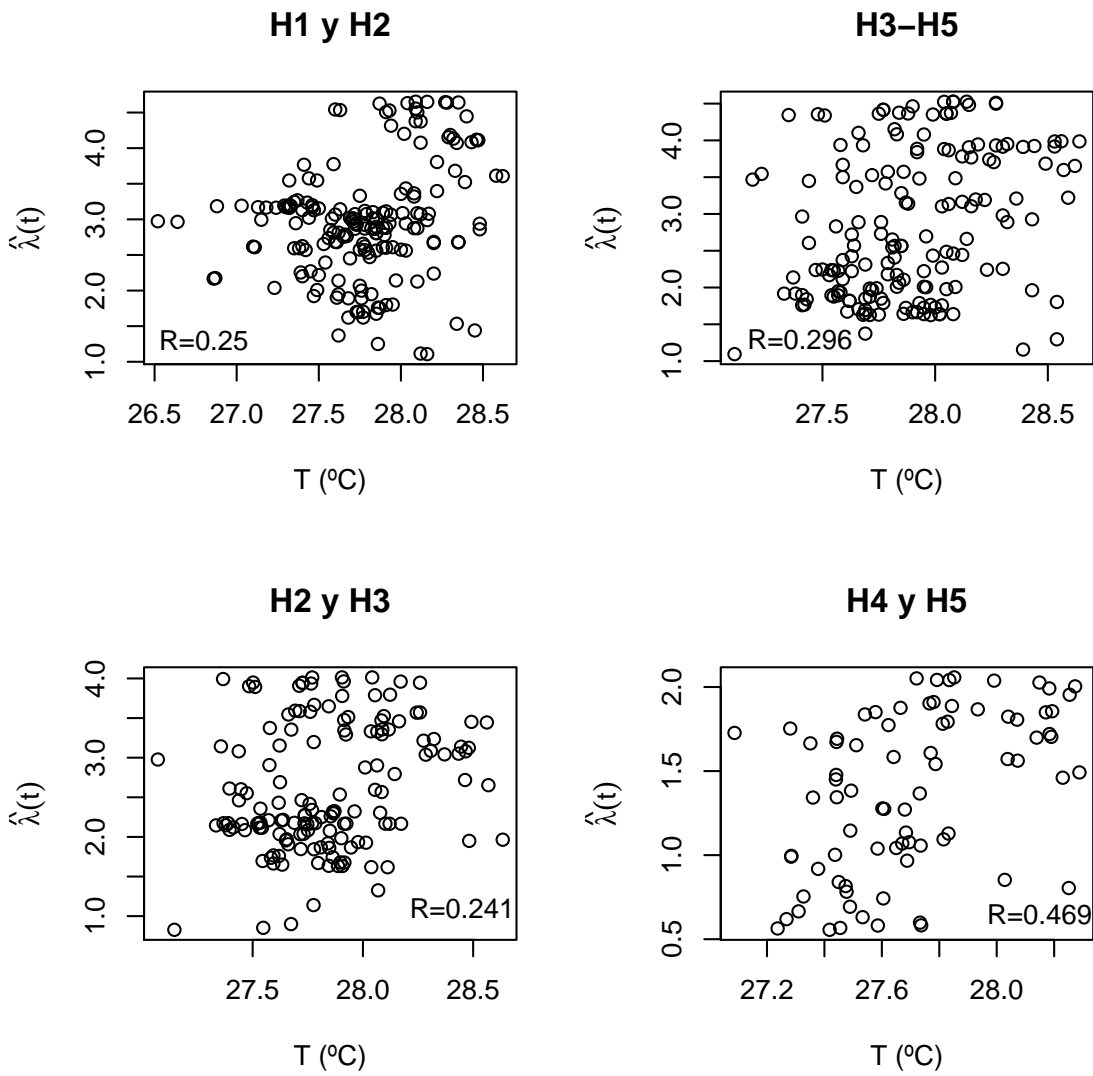


Figura 8.13: Correlación paramétrica entre la SST y $\hat{\lambda}(t)$ para ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).

8.2. Estimación Paramétrica de $\lambda(t)$ para un PPNH con Covariables, Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

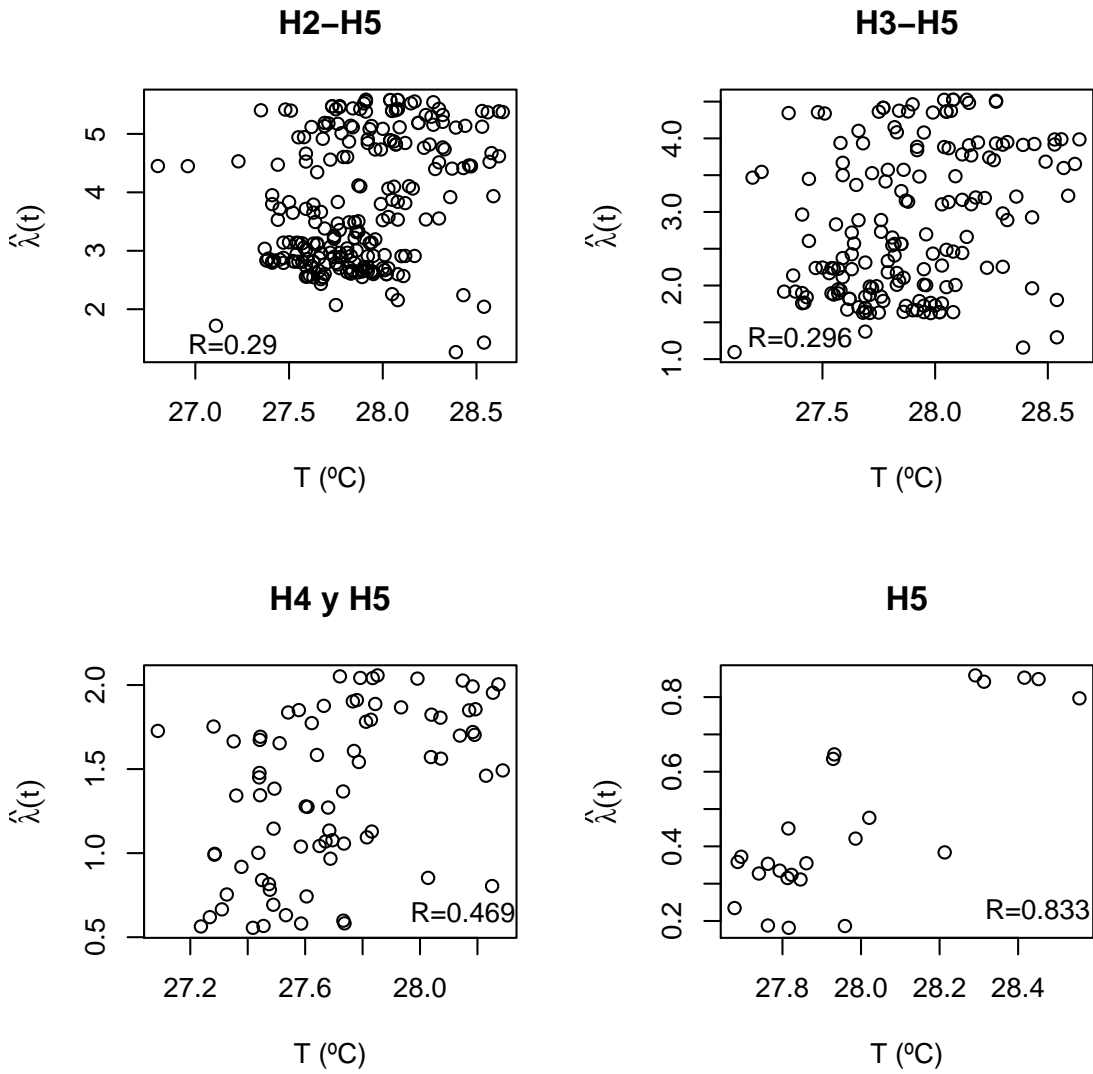


Figura 8.14: Correlación paramétrica entre la SST y $\hat{\lambda}(t)$ para ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).

8.2. Estimación Paramétrica de $\lambda(t)$ para un PPNH con Covariables, Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

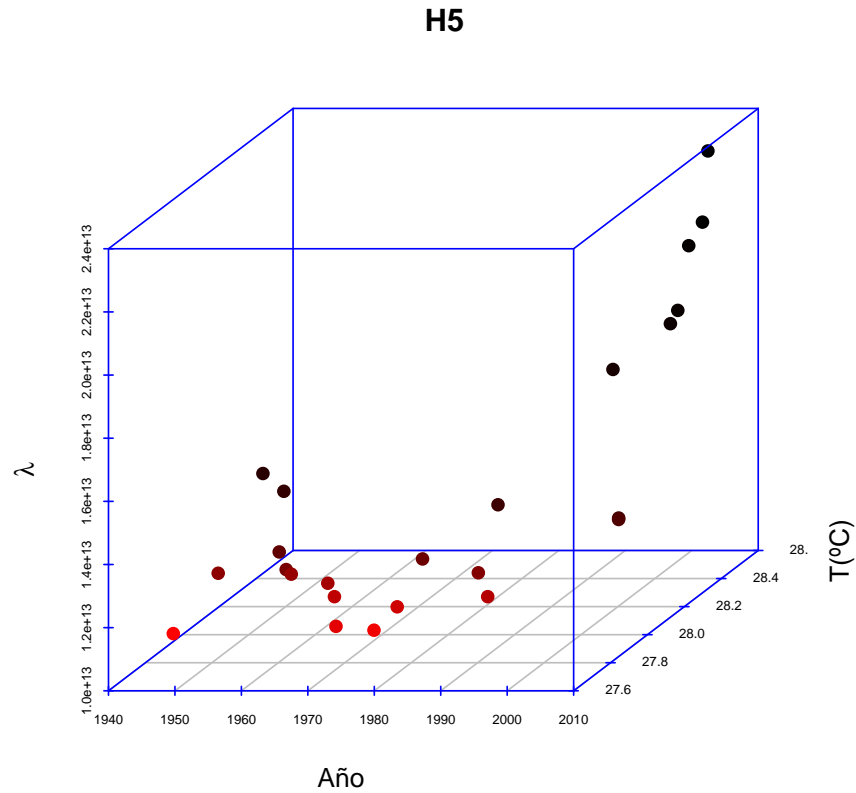


Figura 8.15: Tendencias paramétricas de λ con covariables para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 5 en el Atlántico Norte (1945-2008).

En esta figura se muestra que la estimación de $\hat{\lambda}(t)$ obtenida con el modelo 6.13 se incrementa rápidamente entre 1950 y 1960 al aumentar ligeramente la temperatura de 27.8 °C a 28.2 °C, disminuye gradualmente de 1960 a 1985 con un decremento de la temperatura del orden de 0.4 °C y finalmente se da un incremento súbito en el periodo 1990-2010 con un aumento de la SST de 0.8°C. Por otro lado, la expresión 8.12 corresponde al modelo propuesto por [Smith y Shively \(1994\)](#) para estimar la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de categoría 5 en función de la covariable SST.

$$\alpha(t) = 1.582185 \times 10^1 - 1.616632 \times 10^{-5}\omega(t) + 2.242722 \times 10^1 s(t) \quad (8.12)$$

8.2. Estimación Paramétrica de $\lambda(t)$ para un PPNH con Covariables, Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

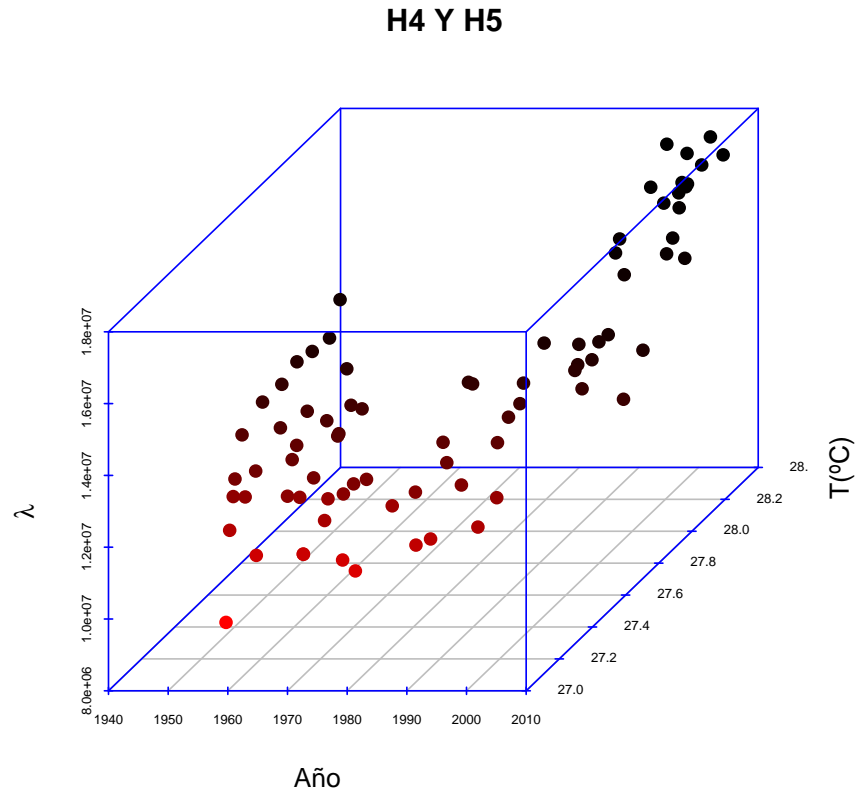


Figura 8.16: Tendencias paramétricas de λ con covariables para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categorías 4 y 5 en el Atlántico Norte (1945-2008).

En la figura 8.16 se observa que la estimación de $\hat{\lambda}(t)$ con el modelo 6.13 tiene un comportamiento cíclico creciente pues se incrementa gradualmente entre 1950 y 1960 al aumentar la SST de 27.4 a 28°C, disminuye de 1960 a 1985 con un decremento de temperatura de 0.4°C y se incrementa nuevamente de 1985 al 2010 cuando la temperatura aumenta en 1°C. Por otro lado, la expresión 8.13 corresponde al modelo propuesto por Smith y Shively (1994) para estimar la función de intensidad de los Ciclones Tropicales de las categorías 4 y 5 en función de la covariable SST.

$$\alpha(t) = 9.563728 \times 10^0 - 3.768087 \times 10^{-5}\omega(t) + 1.461529 \times 10^1 s(t) \quad (8.13)$$

Capítulo 9

Interpretación de resultados

La tasa de ocurrencia del número total huracanes del Atlántico Norte (NTH) en el periodo de 1945 al 2009 no ha sido constante ya que presenta una tendencia cíclico creciente (ver Figura 8.11). Además, las tendencias estimadas con los Núcleos muestran que la actividad ciclónica para cada categoría y grupos de categorías presenta patrones oscilatorios. En todos los casos se encontraron dos periodos de alta actividad. Para ambos repuntes se midieron las tasas máximas de ocurrencia con el modelo de Lewis y Shedler (1976) (ver tabla 9.1) que sugieren que han ocurrido cambios crecientes y decrecientes importantes. La agrupación que presenta la mayor variación es el grupo que incluye los huracanes de categoría 1-2 (HC12) ya que han incrementado su actividad en un 24%. Bajo esta aseveración se observa que la tendencia cíclica creciente del NTH se debe principalmente a que la frecuencia de los huracanes de categoría 1 y 2 se ha incrementado y a que los huracanes más intensos han disminuido (categorías 3,4 y5).

Tales decrementos en los huracanes de categorías 3,4 y 5 se deben a que la tasa de ocurrencia de los huracanes de categoría 3 ha disminuido de manera considerable (ver figura 8.3). Sin embargo esta disminución es casi correspondiente con un importante incremento del número de huracanes de categoría 5 (ver figura 8.5). Esto quiere decir que el número total de huracanes de categoría 3,4 y5 a pesar de que estén disminuyendo, se están volviendo más intensos, pues la tasa de ocurrencia $\hat{\lambda}(t)$ de los huracanes de categoría 3 esta decreciendo e incrementándose los de categoría 5 (HC5).

Este aumento en la $\hat{\lambda}(t)$ de los HC5 es el que presenta la mayor asociación con la

9. Interpretación de resultados

SST de todas las estimaciones analizadas. Lo que sugiere que la SST ejerce una fuerte influencia sobre la $\hat{\lambda}(t)$ de HC5. Además, se observa en la figura 8.5 que las tendencias de la Oscilación Multidecadal del Atlántico (OMA) y la del número de HC5 son aproximadas a partir de la década de los 70's. No obstante, esta relación no se cumple entre las décadas de los 50's y 60's, por lo que si asumimos que se incurrieron en los mismos errores de medición en la OMA y en el conteo de los HC5 para el mismo periodo de análisis, entonces deben existir algunos factores que expliquen tales cambios.

Tabla 9.1: Tasas de ocurrencia máximas de los huracanes del océano Atlántico, periodos de recurrencia (PR) y asociación de la actividad ciclónica con la SST.

Variable	HC1	HC2	HC3	HC4	HC5	HC12	HC345
$\hat{\lambda}(t)_{1max}$	2.37	1.21	2.71	1.40	0.54	2.35	4.51
$\hat{\lambda}(t)_{2max}$	2.95	1.50	1.75	1.47	0.87	2.91	3.97
Variación (%)	24.5 %	24 %	-46.4 %	5 %	61.1 %	23.8 %	-11.9 %
PR (años)	30	43	50	48	53	31	47
Correlación	0.02	0.32	0.12	0.28	0.83	0.25	0.29

El modelo expuesto no es capaz de identificar cuando estas variaciones son debidos a oscilaciones naturales, calentamiento global o errores de medición. Sin embargo, si permite cuantificar los cambios en las tendencias del número de huracanes mediante un modelo que cumple con los supuestos de la teoría estadística, es de fácil implementación y no se ve afectado por la naturaleza de los datos. Esta propuesta puede ser una herramienta útil para dimensionar los posibles errores de medición o bien para identificar patrones de la actividad ciclónica que permitan enriquecer explicaciones climatológicas de los cambios evidenciados.

Por otro lado, un potencial más de este modelo es que al definir de manera puntual los repuntes de la actividad ciclónica permite identificar posibles periodos de recurrencia. Suponiendo que de las tendencias obtenidas se puede extraer esta información, entonces esto sugiere que el numero de huracanes de categoría 1 y 2 deberían disminuir en los próximos dos años e iniciar un repunte a partir del 2012 con un incremento en

9. Interpretación de resultados

la proporción del número total de huracanes. Bajo esta lógica, también se esperaría que la actividad ciclónica del grupo de huracanes de categorías 2, 3 y 5 disminuyan en los próximos 15 años con una alta probabilidad de que este cambio se de entre una fuerte disminución en la proporción de los huracanes de categoría 3 y un aumento en la proporción de los huracanes de categoría 5 para este grupo de análisis.

Capítulo 10

Conclusiones

En lo que respecta a los métodos no paramétricos para estimar $\lambda(t)$ en función de los tiempos de arribo de los ciclones tropicales, la estimación con núcleos modela adecuadamente los datos. Sin embargo, la propuesta de [Kuhl y Bhairgond \(2000\)](#) que hace uso de onduletas presenta varias desventajas sobre el primer procedimiento:

- Proporciona una estimación con cambios súbitos al inicio de las tendencias, pues refleja la naturaleza de la función de escala seleccionada para las onduletas [ver [Kuhl y Bhairgond \(2000\)](#)].
- A lo largo de la serie la estimación no es sensible a cambios importantes en la intensidad de la frecuencia .
- Los valores máximos y mínimos de las estimaciones están desfasados de los periodos de mayor y menor intensidad de la frecuencia t_i .
- El algoritmo es de difícil implementación y requiere de una alta velocidad del ordenador para realizar las estimaciones.

En cuanto al modelo paramétrico propuesto por [Lewis y Shedler \(1976\)](#), se observa que sus estimaciones son aproximadas a las obtenidas por la estimación kernel y reflejan de manera adecuada el comportamiento de la intensidad de la frecuencia de los t_i 's.

10. Conclusiones

En relación al modelo propuesto por [Smith y Shively \(1994\)](#), parece que exhibe adecuadamente las tendencias de la actividad ciclónica cuando las variables SST y la tasa de ocurrencia $\hat{\lambda}$ están altamente correlacionadas; sin embargo, este modelo presenta algunos inconvenientes:

- Problemas de escala en el valor de $\hat{\lambda}(t)$.
- Las tendencias estimadas reflejan de manera directa la variabilidad de las SST's.
- El algoritmo de estimación requiere rutinas numéricas complejas.

Finalmente, concierne a la interpretación,

- Las tendencias estimadas en el número de ciclones tropicales de categoría 1,2,4 y la clase 4-5, muestran tendencias cíclicas crecientes. El efecto cíclico es posible que se deba a la Oscilación Multidecadal del Atlántico Norte; sin embargo el efecto creciente puede reflejar tanto los problemas de medición sugeridos por [Landsea \(2005\)](#) como posibles efectos del calentamiento global.
- El número de huracanes de categoría 3 muestra una tendencia cíclica que ha decrecido en un 73 % . No obstante, es contrapuesto al incremento del 75 % que los hidrometeoros de categoría 5 han tenido. Esto muestra cambios proporcionales en la tendencia de la frecuencia de los ciclones de categoría 4 y 5 que no han sido evidenciados en otros estudios.
- El número total de ciclones tropicales para todas las categorías no es constante, ya que las tendencias estimadas muestran periodos de alta y baja actividad. Los máximos se concentran en los últimos 15 años y sería interesante analizar si los ajustes propuestos por [Landsea \(2005\)](#) pueden explicar este importante incremento.
- La SST esta altamente asociada a la actividad ciclónica de los fenómenos de categoría 5 y la clase 4-5, 0.833 y 0.469 respectivamente. Además, el efecto de la covariable SST es capaz de modelar tanto las tendencias cíclicas de los eventos de la clase 4-5 y los de categoría 5. Para estos últimos, cambios de ± 0.6 sobre 28 °C definen periodos de alta (1950-1960 y 1995-2010) y baja actividad (1965-1990). Esta situación corrobora los resultados encontrados por [Hoyos et al. \(2006\)](#) y [Saunders \(2008\)](#).

Referencias

- Basawa y Prakasa (1980). *Statistical Inference for Stochastic Process*. Academic Press Inc., USA.
- Casella, G. (1990). *Statistical Inference*. Wadsworth and Brooks/Cole, California.
- Cox, D. (1972). *The Statistical Analysis of Dependencies in Point Processes*. P.A.W.Lewis, John Wiley and Sons Inc, New York.
- Cox, D. y Lewis (1966). *The Statistical Analysis of Series of Events*. Methuen,John Wiley and Sons Inc, London, New York.
- Daniel, C. y Wood, F. (1971). *Fitting Equations to Data: Computer Analysis of Multifactor Data for Scientists and Engineers*. Wiley-Interscience Publishers, Inc., New York.
- Daubechies, I. (1994). *Ten Lectures on Wavelets*. Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, USA.
- Diggle, P. (1985). A kernel method for smoothing point process data. *Applied Statistics*, 34, 138–147.
- Elsner, J. P. K. y Jagger, T. H. (2008). The increasing intensity of the strongest tropical cyclones. *Nature*, 455, 92–95.
- Emanuel, K. (2005). Increasing destructiveness of tropical cyclones over the past 30 years. *Nature*, 436, 686–688.
- Erlebacher, H. M. y Jameson (1996). *Wavelets, Theory and Applications*. Oxford University Prerss, New York.
- Hoyos, C., P.A.Agudelo, P., Webster, J. y Curry (2006). Deconvoluting of the Factors Contributing to Increase in Global Hurricane Intensity. *Science*, 312, 94–97.
- Karlin, S. y Taylor, H. (1975). *A First Course in Stochastic Processes*. Academic Press Inc., USA.

Referencias

- Kuhl, M. E. y Bhairgond, P. S. (2000). Nonparametric Estimation of Nonhomogeneous Poisson Process using wavelets. *Winter Simulation Conference (WSC'00)*, 1, 562–571.
- Landsea (2005). Hurricanes and global warming. *Nature*, 438, doi:10.1038/nature04477.
- Landsea, K. H. J. A. K., Bruce A. Harper (2006). Can We Detect Trends in Extreme Tropical Cyclones? *Science*, 313, 452–454.
- Leadbetter, L. G., M.R. y Rootzen, H. (1983). *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Series*. Springer Verlag, New York.
- Lewis, P. y Shedler (1976). Statistical analysis of non-stationary series of events in data base system. *IBM. J. RES. DEVELOP.*, 465–482.
- Lindsay, J. K. (1997). *Applying Generalized Linear Models*. Springer, New York.
- MacLean, C. (1974). Estimation and Testing of an Exponential Polynomial Rate Function Within the Non-Stationary Poisson Process. *Biometrika*, 61, 81–86.
- Mood, A. (1974). *Introduction to the Teory of Statistics*. McGraw-Hill Book Company., USA.
- Nievergelt, Y. (1999). *Wavelets Made Easy*. Birkhauser, New York, USA.
- NOAA (2009). *Historical Hurricane Tracks*. 1401 Constitution Avenue, NW, Room 5128, Washington, DC 20230.
- Ogata, Y. y Katsura, K. (1985). Fortran programs for Statistical Analysis of Series of Events (SASE) consisting of the programs EPTREN, LINLIN, SIMBVP, LINSIM and PGRAPH included in Time Series and Control Program Package, TIMSAC-84 (joint with H. Akaike, T. Ozaki, M. Ishiguro, G. Kitagawa, Y. Tamura, E. Arahata, K. Katsura and R. Tamura). *Computer Science Monograph*, 22/23.
- Ortega (2006). *Notas de Procesos Estocásticos*. CIMAT, México.
- Pankratz, A. (1983). *Forecasting With Univariate Box-Jenkins Models*. John Wiley and Sons, New York.
- Parzen, E. (1972). *Stochastic Processes*. Holden-Day, USA.
- R Development Core Team (2010). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0.
- Rosengaus, M. M., Jiménez, M. E. y Vazquez, M. C. (2003). *Atlas climatológico de ciclones tropicales en México*. CENAPRED, México.

Referencias

- Ross, S. M. (1996). *Stochastic Process*. John Wiley and Sons, USA.
- Saunders, M. (2008). Large contribution of sea surface warming to recent increase in Atlantic hurricane activity. *Nature*, 451, 557–560.
- Shively, T. S. y Smith, R. L. (1994). A Point Process Approach to Modeling Trends in Thopospheric Ozone Based on Excedences of High Threshold. *Atmosferic Enviroment*, 33, 7, 1465–1480.
- Smith (1989). Extreme value analysis of enviromental time series. *Statistical Science*, 4, 367–393.
- Smith, R. L. y Shively, T. S. (1994). Point process approach to modeling trends in tropospheric ozone based on exceedances of a high threshold. *Atmospheric Environment*.
- Solow, A. R. (1991). An Exploratory Analysis of the Occurrence of Explosive Volcanism in the Northern Hemisphere, 1851-1985. *American Statistical Association*, 86, 49–54.
- Walter, G. y Shen, X. (1998). Positive Estimation with Wavelets. *Contemporary Mathematics*, 216, 63–79.
- Wasserman, L. (2006). *All of Nonparametric Statistics*. Springer Science + Business Media, New York.
- Webster, P., Holland, G., Curry, J. y Chang, H. (2005). Changes in Tropical Cyclone Number, Duration, and Intensity in a Warming Enviroment. *Science*, 309, 1844–1846.
- Young (1996). *Wavelets Theory and its Applications*. Kluwer Academic Publishers, New York.

Capítulo 11

Apéndices

Apéndice A: Bases de Datos

En esta sección se muestran los tiempos de arribo (como se definieron en el capítulo 4), la SST y la Temperatura de la Superficie Marina suavizada SST-sv, la cual se aplica para minimizar el efecto de la variabilidad inter anual como lo aplica [Emanuel \(2005\)](#).

$$SST - sv = 0.25(SST_{i-1} + SST_{i+1}) + 0.5SST_i$$

Tabla 11.1: Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 1 en el Atlántico Norte (NOAA).

Nombre	Año	Mes	Día	T de Arribo	SST	SST-sv	Cat
NOTNAMED	1945	10	12	1945.721	28.165	28.070	H1
NOTNAMED	1949	9	21	1949.617	27.785	27.865	H1
LOVE	1950	10	18	1950.776	27.726	27.789	H1
JIG	1951	10	15	1951.770	27.917	27.972	H1
DOG	1952	9	26	1952.678	28.327	27.976	H1
ALICE	1954	11	31	1955.044	27.335	27.667	H1
FLOSSY	1956	9	23	1956.661	27.670	27.701	H1
FRIEDA	1957	9	25	1957.683	28.129	28.021	H1
FIFI	1958	9	6	1958.590	28.155	28.104	H1
JANICE	1958	10	7	1958.760	27.975	27.621	H1

11. Apéndices

NOTNAMED	1959	6	19	1959.180	26.379	26.865	H1
CINDY	1959	7	8	1959.284	26.727	26.872	H1
FLORA	1959	9	11	1959.628	27.656	27.403	H1
JUDITH	1959	10	19	1959.836	27.574	27.597	H1
CLEO	1960	8	18	1960.514	27.584	27.545	H1
JENNY	1961	11	6	1961.951	27.438	27.436	H1
ANNA	1965	8	23	1965.563	27.283	27.446	H1
ELENA	1965	10	16	1965.852	27.780	27.546	H1
CELIA	1966	7	20	1966.393	27.343	27.591	H1
LOIS	1966	11	8	1966.984	27.898	27.718	H1
ARLENE	1967	9	3	1967.639	27.734	27.775	H1
DORIA	1967	9	10	1967.678	27.734	27.729	H1
FERN	1967	10	3	1967.803	27.714	27.719	H1
HEIDI	1967	10	23	1967.913	27.714	27.356	H1
ABBY	1968	6	3	1968.158	26.283	26.640	H1
BRENDA	1968	6	23	1968.268	26.283	26.523	H1
DOLLY	1968	8	13	1968.541	27.244	27.150	H1
GLADYS	1968	10	16	1968.885	27.831	27.691	H1
BLANCHE	1969	8	11	1969.541	27.859	27.939	H1
NOTNAMED	1969	9	24	1969.776	28.208	28.085	H1
LAURIE	1969	10	20	1969.918	28.066	28.043	H1
NOTNAMED	1969	11	4	1969.995	27.832	27.659	H1
ALMA	1970	6	20	1970.164	26.907	27.173	H1
NOTNAMED	1971	8	6	1971.426	27.046	27.011	H1
BETH	1971	8	15	1971.475	27.046	27.184	H1
IRENE	1971	9	18	1971.656	27.600	27.165	H1
AGNES	1972	6	18	1972.175	26.414	26.992	H1
DAWN	1972	9	7	1972.607	27.539	27.129	H1
ALICE	1973	7	3	1973.268	27.023	27.318	H1
FRAN	1973	10	10	1973.798	27.685	27.279	H1
BLANCHE	1975	7	27	1975.410	26.721	27.112	H1
CANDICE	1976	8	21	1976.552	27.322	27.345	H1
HOLLY	1976	10	24	1976.896	28.016	27.768	H1
BABE	1977	9	5	1977.639	27.720	27.794	H1
CLARA	1977	9	8	1977.656	27.720	27.720	H1
DOROTHY	1977	9	28	1977.765	27.720	27.596	H1
CORA	1978	8	8	1978.503	27.226	27.518	H1
KENDRA	1978	10	29	1978.945	27.901	27.612	H1

11. Apéndice

BOB	1979	7	11	1979.366	27.421	27.710	H1
HENRI	1979	9	17	1979.727	28.095	27.860	H1
CHARLEY	1980	8	23	1980.607	27.828	27.978	H1
GEORGES	1980	9	8	1980.689	28.164	28.080	H1
EARL	1980	9	8	1980.689	28.164	28.015	H1
DENNIS	1981	8	20	1981.601	27.570	27.812	H1
EMILY	1981	9	4	1981.678	27.946	27.761	H1
KATRINA	1981	11	5	1982.011	27.582	27.665	H1
BARRY	1983	8	28	1983.656	27.549	27.603	H1
CHANTAL	1983	9	11	1983.727	27.730	27.501	H1
KLAUS	1984	11	8	1985.049	26.994	27.178	H1
LILI	1984	11	20	1985.115	26.994	27.111	H1
CLAUDETTE	1985	8	14	1985.519	27.465	27.347	H1
DANNY	1985	8	15	1985.525	27.465	27.381	H1
CHARLEY	1986	8	17	1986.546	27.129	27.448	H1
ARLENE	1987	8	22	1987.585	28.071	27.824	H1
DEBBY	1988	9	2	1988.650	28.023	28.020	H1
FELIX	1989	9	5	1989.678	27.963	27.985	H1
JERRY	1989	10	15	1989.896	27.991	27.780	H1
BERTHA	1990	7	29	1990.492	27.173	27.673	H1
JOSEPHINE	1990	10	5	1990.852	28.352	28.057	H1
KLAUS	1990	10	5	1990.852	28.352	28.352	H1
LILI	1990	10	11	1990.885	28.352	28.352	H1
NANA	1990	10	17	1990.918	28.352	28.235	H1
FRANCES	1992	10	23	1992.962	27.884	27.989	H1
FLOYD	1993	9	9	1993.732	27.835	27.847	H1
HARVEY	1993	9	20	1993.792	27.835	27.713	H1
CHRIS	1994	8	18	1994.628	27.347	27.497	H1
GORDON	1994	11	17	1995.115	27.461	27.317	H1
ALLISON	1995	6	4	1995.235	27.000	27.365	H1
ERIN	1995	8	1	1995.546	28.001	27.827	H1
NOEL	1995	9	28	1995.858	28.308	28.225	H1
TANYA	1995	10	29	1996.027	28.283	28.026	H1
CESAR	1996	7	27	1996.536	27.232	27.495	H1
CESAR	1996	7	27	1996.536	27.232	27.322	H1
DOLLY	1996	8	20	1996.661	27.594	27.441	H1
BILL	1997	7	12	1997.464	27.343	27.406	H1
DANNY	1997	7	18	1997.497	27.343	27.624	H1

11. Apéndices

IVAN	1998	9	23	1998.863	28.466	28.184	H1
LISA	1998	10	9	1998.951	28.460	28.319	H1
NICOLE	1998	11	30	1999.230	27.892	27.991	H1
DEBBY	2000	8	21	2000.699	27.722	27.833	H1
GORDON	2000	9	17	2000.842	27.996	28.020	H1
GABRIELLE	2001	9	17	2001.852	28.367	28.274	H1
HUMBERTO	2001	9	23	2001.885	28.367	28.303	H1
NOEL	2001	11	5	2002.115	28.110	28.174	H1
OLGA	2001	11	26	2002.230	28.110	28.086	H1
KYLE	2002	9	25	2002.907	28.013	27.898	H1
CLAUDETTE	2003	7	10	2003.508	27.457	27.596	H1
DANNY	2003	7	18	2003.552	27.457	27.634	H1
ERIKA	2003	8	16	2003.705	28.165	27.994	H1
GASTON	2004	8	29	2004.787	28.190	28.282	H1
LISA	2004	10	2	2004.967	28.584	28.336	H1
CINDY	2005	7	6	2005.508	27.987	28.304	H1
NATE	2005	9	7	2005.842	28.660	28.492	H1
OPHELIA	2005	9	9	2005.852	28.660	28.621	H1
STAN	2005	10	4	2005.989	28.502	28.388	H1
EPSILON	2005	11	2	2006.142	27.888	28.084	H1
ERNESTO	2006	8	27	2006.798	28.058	28.157	H1
FLORENCE	2006	9	10	2006.869	28.625	28.483	H1
ISAAC	2006	9	30	2006.978	28.625	28.482	H1
KAREN	2007	9	26	2007.967	28.052	28.110	H1
NOEL	2007	11	2	2008.164	27.712	28.019	H1
HANNA	2008	9	1	2008.842	28.600	28.378	H1
KYLE	2008	9	27	2008.984	28.600	28.600	H1

Tabla 11.2: Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 2 en el Atlántico Norte (NOAA).

Nombre	Año	Mes	Día	T de Arribo	SST	SST-sv	Cat
NOTNAMED	1945	10	3	1945.672	28.165	28.116	H2
NOTNAMED	1946	9	13	1946.574	27.967	27.863	H2
NOTNAMED	1947	8	14	1947.426	27.354	27.615	H2
NOTNAMED	1949	9	24	1949.656	27.785	27.663	H2

11. Apéndices

GEORGE	1950	10	2	1950.710	27.726	27.741	H2
ITEM	1950	10	10	1950.754	27.726	27.774	H2
HOW	1951	10	3	1951.727	27.917	27.816	H2
ABLE	1952	8	30	1952.557	27.703	27.696	H2
CAROL	1954	8	27	1954.552	27.459	27.605	H2
DOLLY	1954	9	1	1954.574	27.798	27.676	H2
NOTNAMED	1954	10	5	1954.760	27.647	27.662	H2
EDITH	1955	8	28	1955.568	27.555	27.698	H2
FLORA	1955	9	6	1955.612	28.036	27.549	H2
AUDREY	1957	6	25	1957.235	26.568	27.091	H2
ABBY	1960	7	11	1960.333	27.193	27.164	H2
ALMA	1962	8	29	1962.607	27.702	27.631	H2
DAISY	1962	10	5	1962.803	27.928	27.808	H2
ARLENE	1963	8	2	1963.470	27.674	27.800	H2
EDITH	1963	9	25	1963.760	27.924	27.854	H2
GINNY	1963	10	25	1963.923	27.895	27.870	H2
CAROL	1965	9	29	1965.792	27.766	27.790	H2
CHLOE	1967	9	11	1967.705	27.734	27.861	H2
FRANCELIA	1969	9	2	1969.667	28.208	28.054	H2
KARA	1969	10	17	1969.913	28.066	28.043	H2
NOTNAMED	1970	10	17	1970.923	27.831	27.832	H2
GINGER	1971	9	13	1971.749	27.600	27.527	H2
BETTY	1972	8	27	1972.672	27.076	27.304	H2
FIFI	1974	9	18	1974.798	27.465	27.405	H2
FAYE	1975	9	26	1975.852	27.615	27.504	H2
EMMY	1976	8	26	1976.699	27.322	27.538	H2
GLORIA	1976	9	30	1976.885	27.894	27.675	H2
FLOSSIE	1978	9	13	1978.803	27.589	27.792	H2
GLORIA	1979	9	12	1979.809	28.095	27.902	H2
BONNIE	1980	8	16	1980.678	27.828	27.913	H2
IVAN	1980	10	6	1980.951	27.902	27.757	H2
JEANNE	1980	11	12	1981.148	27.398	27.661	H2
GERT	1981	9	11	1981.825	27.946	27.680	H2
JOSEPHINE	1984	10	11	1985.000	27.432	27.690	H2
EARL	1986	9	12	1986.852	27.952	27.801	H2
DEAN	1989	8	6	1989.667	27.869	27.889	H2
ERIN	1989	8	24	1989.765	27.869	27.845	H2
DIANA	1990	8	7	1990.683	27.773	27.940	H2

11. Apéndices

ISIDORE	1990	9	7	1990.847	28.345	28.048	H2
GRACE	1991	10	29	1992.142	27.727	27.898	H2
BONNIE	1992	9	19	1992.934	27.795	27.778	H2
CHARLEY	1992	9	24	1992.962	27.795	27.805	H2
GERT	1993	9	20	1993.951	27.835	27.731	H2
FLORENCE	1994	11	7	1995.219	27.461	27.689	H2
HUMBERTO	1995	8	24	1995.831	28.001	27.866	H2
IRIS	1995	8	31	1995.869	28.001	28.085	H2
DANIELLE	1998	8	26	1998.852	28.339	28.286	H2
EARL	1998	9	2	1998.885	28.466	28.434	H2
JEANNE	1998	9	23	1999.000	28.466	28.466	H2
KARL	1998	9	27	1999.022	28.466	28.308	H2
DENNIS	1999	8	28	1999.874	27.835	28.086	H2
IRENE	1999	10	18	2000.148	28.211	28.117	H2
JOSE	1999	10	20	2000.158	28.211	28.159	H2
MICHAEL	2000	10	19	2001.164	28.004	28.129	H2
IRIS	2001	10	8	2002.115	28.299	28.154	H2
GUSTAV	2002	9	11	2002.978	28.013	28.236	H2
JUAN	2003	9	27	2004.077	28.618	28.360	H2
DANIELLE	2004	8	15	2004.858	28.190	28.332	H2
IRENE	2005	8	16	2005.874	28.332	28.226	H2
FELIX	2007	9	2	2007.973	28.052	27.996	H2
DOLLY	2008	7	23	2008.770	27.548	27.674	H2

Tabla 11.3: Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 3 en el Atlántico Norte (NOAA).

Nombre	Año	Mes	Día	T de Arribo	SST	SST-sv	Cat
NOTNAMED	1945	6	23	1945.126	26.806	26.970	H3
NOTNAMED	1947	10	20	1947.776	27.463	27.258	H3
NOTNAMED	1948	8	28	1948.503	27.300	27.437	H3
NOTNAMED	1948	9	21	1948.628	27.686	27.622	H3
NOTNAMED	1948	10	5	1948.705	27.819	27.828	H3
NOTNAMED	1949	10	3	1949.705	27.989	27.787	H3
BAKER	1950	8	21	1950.486	27.351	27.511	H3
CHARLIE	1950	8	29	1950.530	27.351	27.484	H3

11. Apéndices

EASY	1950	9	4	1950.557	27.883	27.711	H3
JIG	1950	10	15	1950.781	27.726	27.765	H3
KING	1950	10	17	1950.792	27.726	27.502	H3
ABLE	1951	6	21	1951.055	26.828	27.366	H3
DOG	1951	9	2	1951.443	28.083	27.770	H3
FOX	1951	9	7	1951.470	28.083	28.144	H3
BAKER	1952	9	3	1952.459	28.327	28.266	H3
CHARLIE	1952	9	26	1952.585	28.327	28.259	H3
DOLLY	1953	9	10	1953.508	28.055	28.123	H3
EDNA	1953	9	16	1953.541	28.055	28.055	H3
FLORENCE	1953	9	25	1953.590	28.055	27.991	H3
EDNA	1954	9	8	1954.508	27.798	27.802	H3
DIANE	1955	8	12	1955.377	27.555	27.736	H3
HILDA	1955	9	15	1955.557	28.036	27.916	H3
IONE	1955	9	17	1955.568	28.036	28.065	H3
KATIE	1955	10	16	1955.727	28.151	27.923	H3
BETSY	1956	8	10	1956.377	27.353	27.661	H3
DAISY	1958	8	28	1958.486	27.790	27.772	H3
ELLA	1958	9	2	1958.508	28.155	28.064	H3
ILSA	1958	9	26	1958.639	28.155	28.010	H3
HANNAH	1959	10	1	1959.678	27.574	27.783	H3
ETHEL	1960	9	15	1960.601	27.829	27.568	H3
ANNA	1961	7	21	1961.317	27.040	27.438	H3
DEBBIE	1961	9	11	1961.590	27.845	27.618	H3
FRANCES	1961	10	6	1961.727	27.742	27.814	H3
ELLA	1962	10	19	1962.809	27.928	27.818	H3
BEULAH	1963	8	24	1963.519	27.674	27.703	H3
ETHEL	1964	9	9	1964.612	27.536	27.583	H3
HILDA	1964	10	1	1964.732	27.584	27.572	H3
ISBELL	1964	10	14	1964.803	27.584	27.444	H3
ALMA	1966	6	8	1966.126	27.022	27.323	H3
FAITH	1966	8	28	1966.563	27.663	27.552	H3
DEBBIE	1969	8	18	1969.519	27.859	27.897	H3
GERDA	1969	9	9	1969.634	28.208	28.085	H3
INGA	1969	10	5	1969.776	28.066	27.960	H3
CELIA	1970	8	2	1970.443	27.500	27.735	H3
ELLA	1970	9	12	1970.661	27.874	27.763	H3
ELLEN	1973	9	22	1973.727	27.804	27.651	H3

11. Apéndices

BECKY	1974	8	30	1974.617	27.121	27.333	H3
CAROLINE	1975	8	31	1975.634	27.284	27.326	H3
ELOISE	1975	9	23	1975.754	27.615	27.459	H3
BELLE	1976	8	8	1976.519	27.322	27.538	H3
FRANCES	1976	9	1	1976.645	27.894	27.707	H3
ANITA	1977	9	1	1977.656	27.720	27.731	H3
GRETA	1978	9	18	1977.749	27.589	27.766	H3
FRANCES	1980	9	9	1979.710	28.164	27.966	H3
FLOYD	1981	9	7	1980.710	27.946	28.000	H3
IRENE	1981	9	28	1980.825	27.946	27.847	H3
ALICIA	1983	8	18	1982.617	27.549	27.703	H3
ELENA	1985	9	1	1984.699	27.767	27.623	H3
KATE	1985	11	20	1985.131	27.408	27.705	H3
EMILY	1987	9	22	1986.825	28.237	27.976	H3
GILBERT	1988	9	11	1987.776	28.023	28.014	H3
GUSTAV	1990	8	31	1989.732	27.773	27.675	H3
BOB	1991	8	19	1990.678	27.129	27.380	H3
EMILY	1993	8	31	1992.754	27.487	27.603	H3
MARILYN	1995	9	16	1994.847	28.308	27.834	H3
BERTHA	1996	7	9	1995.492	27.232	27.722	H3
FRAN	1996	9	4	1995.792	28.116	27.895	H3
ISIDORE	1996	9	28	1995.923	28.116	28.085	H3
LILI	1996	10	19	1996.038	27.989	28.055	H3
ERIKA	1997	9	8	1996.825	28.124	28.144	H3
BONNIE	1998	8	23	1997.754	28.339	28.131	H3
ALBERTO	2000	8	12	1999.705	27.722	27.947	H3
KEITH	2000	10	1	1999.973	28.004	28.024	H3
ERIN	2001	9	9	2000.863	28.367	28.188	H3
ISIDORE	2002	9	21	2001.940	28.013	28.278	H3
KATE	2003	10	3	2003.016	28.720	28.410	H3
ALEX	2004	8	5	2003.710	28.190	28.407	H3
KARL	2004	9	19	2003.951	28.530	28.445	H3
JEANNE	2004	9	25	2003.984	28.530	28.562	H3
MARIA	2005	9	6	2004.891	28.660	28.619	H3
GORDON	2006	9	14	2005.945	28.625	28.634	H3
HELENE	2006	9	18	2005.967	28.625	28.355	H3
BERTHA	2008	7	7	2007.590	27.548	27.817	H3

11. Apéndices

Tabla 11.4: Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 4 en el Atlántico Norte (NOAA).

Nombre	Año	Mes	Día	T de Arribo	SST	SST-sv	Cat
NOTNAMED	1945	9	15	1945.574	28.008	27.995	H4
NOTNAMED	1946	10	7	1946.705	27.954	27.901	H4
NOTNAMED	1948	9	13	1948.585	27.686	27.786	H4
NOTNAMED	1948	10	5	1948.705	27.819	27.828	H4
NOTNAMED	1949	10	4	1949.710	27.989	27.787	H4
ABLE	1950	8	17	1950.464	27.351	27.644	H4
FOX	1950	9	14	1950.612	27.883	27.800	H4
CHARLIE	1951	9	6	1951.579	28.083	28.039	H4
FOX	1952	10	24	1952.852	28.107	28.088	H4
CAROL	1953	9	3	1953.585	28.055	27.966	H4
HAZEL	1954	10	15	1954.825	27.647	27.726	H4
CONNIE	1955	8	9	1955.475	27.555	27.565	H4
GRETA	1956	11	5	1956.956	27.501	27.588	H4
CARRIE	1957	6	27	1957.268	27.792	27.804	H4
AUDREY	1957	9	8	1957.656	28.129	28.052	H4
HELENE	1958	9	27	1958.770	28.155	28.024	H4
GRACIE	1959	9	29	1959.792	27.656	27.828	H4
BETSY	1961	9	5	1961.672	27.845	27.798	H4
ESTHER	1961	9	10	1961.699	27.845	27.858	H4
FLORA	1963	10	3	1963.836	27.895	27.730	H4
DORA	1964	8	22	1964.623	27.285	27.500	H4
GLADYS	1964	9	6	1964.699	27.536	27.473	H4
CLEO	1964	9	17	1964.760	27.536	27.594	H4
BETSY	1965	9	3	1965.694	27.766	27.775	H4
INEZ	1966	9	28	1966.842	28.030	27.823	H4
CARMEN	1974	9	7	1974.738	27.465	27.656	H4
GLADYS	1975	10	2	1975.885	27.662	27.595	H4
ELLA	1978	9	4	1978.743	27.589	27.734	H4
FREDERIC	1979	9	12	1979.798	28.095	27.931	H4
HARVEY	1981	9	15	1981.825	27.946	27.905	H4
DEBBY	1982	9	18	1982.852	27.633	27.731	H4
DIANA	1984	9	12	1984.831	27.712	27.706	H4
GLORIA	1985	9	25	1985.913	27.767	27.817	H4

11. Apéndices

HELENE	1988	9	16	1988.874	28.023	27.959	H4
JOAN	1988	9	23	1988.913	28.023	27.949	H4
JOAN	1988	10	22	1989.071	27.724	27.859	H4
GABRIELLE	1989	9	6	1989.831	27.963	27.816	H4
CLAUDETTE	1991	9	7	1991.847	27.616	27.799	H4
FELIX	1995	8	12	1995.721	28.001	27.981	H4
LUIS	1995	9	3	1995.836	28.308	28.225	H4
OPAL	1995	10	4	1996.005	28.283	28.117	H4
EDOUARD	1996	8	26	1996.809	27.594	27.897	H4
HORTENSE	1996	9	12	1996.896	28.116	28.073	H4
GEORGES	1998	9	19	1998.945	28.466	28.221	H4
CINDY	1999	8	28	1999.842	27.835	28.122	H4
GERT	1999	9	15	1999.934	28.352	28.222	H4
FLOYD	1999	9	19	1999.956	28.352	28.180	H4
LENNY	1999	11	17	2000.273	27.665	27.919	H4
ISAAC	2000	9	28	2001.016	27.996	27.989	H4
IRIS	2001	10	8	2002.082	28.299	28.218	H4
LILI	2002	10	2	2003.060	28.277	28.367	H4
FABIAN	2003	9	4	2003.918	28.618	28.426	H4
CHARLEY	2004	8	13	2004.814	28.190	28.297	H4
FRANCES	2004	8	31	2004.913	28.190	28.139	H4
DENNIS	2005	7	8	2005.634	27.987	28.047	H4
GUSTAV	2008	8	30	2008.929	28.024	28.159	H4
IKE	2008	9	4	2008.951	28.600	28.426	H4
OMAR	2008	10	16	2009.180	28.479	28.539	H4

Tabla 11.5: Base de Datos de Ciclones Tropicales de Categoría 5 en el Atlántico Norte (NOAA).

Nombre	Año	Mes	Día	T de Arribo	SST	SST-sv	Cat
NOTNAMED	1947	9	16	1947.585	27.410	27.678	H5
DOG	1950	9	6	1950.536	27.883	27.815	H5
EASY	1951	9	7	1951.546	28.083	28.021	H5
JANET	1955	9	28	1955.667	28.036	27.986	H5
CLEO	1958	8	16	1958.443	27.790	27.861	H5
DONNA	1960	9	4	1960.546	27.829	27.823	H5

11. Apéndices

CARLA	1961	9	11	1961.590	27.845	27.813	H5
BEULAH	1967	9	20	1967.645	27.734	27.793	H5
CAMILLE	1969	8	18	1969.475	27.859	27.763	H5
EDITH	1971	9	9	1971.596	27.600	27.695	H5
ANITA	1977	9	2	1977.563	27.720	27.686	H5
DAVID	1979	8	30	1979.557	27.707	27.740	H5
ALLEN	1980	8	5	1980.426	27.828	27.846	H5
GILBERT	1988	9	14	1988.645	28.023	27.959	H5
HUGO	1989	9	15	1989.656	27.963	27.816	H5
ANDREW	1992	8	23	1992.541	27.314	27.763	H5
MITCH	1998	10	26	1998.891	28.460	28.213	H5
ISABEL	2003	9	11	2003.650	28.618	28.556	H5
IVAN	2004	9	11	2004.656	28.530	28.416	H5
EMILY	2005	7	17	2005.366	27.987	28.291	H5
RITA	2005	9	22	2005.721	28.660	28.452	H5
WILMA	2005	10	19	2005.869	28.502	28.313	H5
DEAN	2007	8	21	2007.557	27.586	27.932	H5
FELIX	2007	9	3	2007.628	28.052	27.929	H5

Apéndice B: Estimaciones Paramétricas y No Paramétricas de λ

Apéndice B.1: Estimaciones No Paramétricas de λ

11. Apéndices

Tabla 11.6: Estimaciones no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales del Atlántico norte para cada categoría.

	t	H1		H2		H3		H4		H5	
		λ_K	λ_W	λ_K	λ_W	λ_K	λ_W	λ_K	λ_W	λ_K	λ_W
1	1945.00	0.24	0.00	0.49	0.00	0.58	0.00	0.52	0.00	0.15	0.00
2	1946.29	0.31	0.28	0.60	0.26	1.00	0.55	0.66	0.32	0.21	0.11
3	1947.58	0.39	0.41	0.70	0.38	1.46	0.80	0.80	0.47	0.26	0.17
4	1948.87	0.46	0.52	0.79	0.47	1.90	1.02	0.92	0.60	0.30	0.21
5	1950.16	0.55	0.60	0.85	0.55	2.25	1.18	1.02	0.69	0.33	0.24
6	1951.45	0.66	0.71	0.90	0.64	2.46	1.38	1.09	0.81	0.35	0.29
7	1952.75	0.79	0.76	0.94	0.69	2.48	1.49	1.13	0.88	0.37	0.31
8	1954.04	0.92	0.81	0.97	0.74	2.34	1.59	1.13	0.93	0.38	0.33
9	1955.33	1.01	0.88	0.98	0.80	2.10	1.72	1.12	1.01	0.39	0.36
10	1956.62	1.08	0.96	0.97	0.87	1.88	1.87	1.10	1.10	0.39	0.39
11	1957.91	1.11	1.03	0.96	0.94	1.71	2.02	1.10	1.19	0.39	0.42
12	1959.20	1.17	1.11	0.94	1.01	1.63	2.16	1.09	1.27	0.38	0.45
13	1960.49	1.27	1.30	0.92	0.95	1.58	1.79	1.08	1.01	0.37	0.39
14	1961.78	1.41	1.44	0.90	0.94	1.55	1.65	1.04	0.90	0.36	0.37
15	1963.07	1.58	1.59	0.89	0.94	1.49	1.51	0.97	0.78	0.34	0.35
16	1964.36	1.75	1.69	0.88	0.97	1.41	1.51	0.87	0.77	0.33	0.35
17	1965.65	1.91	1.82	0.88	0.98	1.33	1.44	0.76	0.71	0.33	0.34
18	1966.95	2.02	1.94	0.88	1.00	1.25	1.40	0.65	0.67	0.32	0.34
19	1968.24	2.11	2.03	0.89	1.05	1.14	1.47	0.55	0.70	0.31	0.35
20	1969.53	2.18	2.13	0.91	1.08	1.06	1.47	0.45	0.69	0.30	0.36
21	1970.82	2.21	2.24	0.93	1.11	1.02	1.47	0.38	0.67	0.30	0.36
22	1972.11	2.19	2.36	0.94	1.14	1.06	1.44	0.34	0.64	0.30	0.36
23	1973.40	2.13	2.47	0.94	1.17	1.13	1.44	0.33	0.62	0.31	0.36
24	1974.69	2.03	2.37	0.94	1.15	1.17	1.40	0.36	0.70	0.31	0.37
25	1975.98	1.95	2.25	0.94	1.13	1.20	1.37	0.42	0.78	0.32	0.38
26	1977.27	1.90	2.22	0.93	1.13	1.22	1.34	0.49	0.83	0.32	0.38
27	1978.57	1.89	2.23	0.91	1.13	1.20	1.32	0.54	0.86	0.32	0.39
28	1979.86	1.87	2.23	0.89	1.14	1.11	1.30	0.58	0.89	0.31	0.39
29	1981.15	1.86	2.21	0.88	1.14	0.99	1.27	0.62	0.93	0.29	0.40
30	1982.44	1.85	2.28	0.88	1.15	0.88	1.26	0.67	0.93	0.28	0.40
31	1983.73	1.82	2.31	0.88	1.17	0.81	1.24	0.70	0.94	0.26	0.40
32	1985.02	1.77	2.34	0.90	1.18	0.78	1.22	0.72	0.96	0.25	0.41
33	1986.31	1.74	2.35	0.91	1.18	0.75	1.20	0.73	0.99	0.25	0.41
34	1987.60	1.76	2.37	0.94	1.19	0.73	1.18	0.74	1.01	0.26	0.41
35	1988.89	1.82	2.40	0.99	1.21	0.70	1.18	0.77	1.03	0.27	0.42
36	1990.18	1.91	2.44	1.05	1.26	0.69	1.25	0.80	1.07	0.29	0.45
37	1991.47	1.99	2.48	1.12	1.29	0.76	1.28	0.86	1.10	0.29	0.47
38	1992.77	2.06	2.51	1.19	1.32	0.88	1.30	0.94	1.13	0.29	0.48
39	1994.06	2.13	2.53	1.26	1.35	1.00	1.31	1.02	1.16	0.27	0.49
40	1995.35	2.19	2.57	1.31	1.37	1.12	1.33	1.11	1.19	0.23	0.51
41	1996.64	2.24	2.59	1.33	1.39	1.20	1.33	1.19	1.22	0.20	0.51
42	1997.93	2.29	2.62	1.33	1.41	1.24	1.33	1.26	1.24	0.21	0.52
43	1999.22	2.35	2.64	1.30	1.43	1.27	1.33	1.30	1.27	0.27	0.53
44	2000.51	2.40	2.67	1.24	1.45	1.29	1.34	1.30	1.30	0.37	0.54
45	2001.80	2.38	2.70	1.15	1.48	1.29	1.35	1.25	1.32	0.49	0.56
46	2003.09	2.30	2.73	1.05	1.50	1.30	1.36	1.15	1.35	0.60	0.57
47	2004.38	2.17	2.06	0.94	1.12	1.29	1.04	1.01	1.00	0.68	0.42
48	2005.67	1.98	1.71	0.82	0.92	1.18	0.86	0.86	0.82	0.72	0.35
49	2006.97	1.74	1.34	0.69	0.72	0.98	0.68	0.70	0.64	0.70	0.27
50	2008.26	1.44	1.19	0.56	0.64	0.74	0.60	0.54	0.56	0.64	0.24

11. Apéndices

Tabla 11.7: Estimaciones no paramétricas de λ para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales del Atlántico norte por clase de categoría.

	t	H2 y H3		H4 y H5		HT	
		λ_K	λ_W	λ_K	λ_W	λ_K	λ_W
1	1945.00	1.11	0.00	0.68	0.00	2.10	0.00
2	1946.29	1.61	0.87	0.86	0.45	2.88	1.50
3	1947.58	2.13	1.27	1.04	0.66	3.66	2.20
4	1948.87	2.63	1.60	1.20	0.84	4.37	2.78
5	1950.16	3.08	1.86	1.33	0.97	4.94	3.22
6	1951.45	3.40	2.18	1.43	1.14	5.34	3.78
7	1952.75	3.56	2.35	1.49	1.22	5.57	4.08
8	1954.04	3.55	2.51	1.51	1.31	5.64	4.35
9	1955.33	3.42	2.72	1.50	1.42	5.60	4.72
10	1956.62	3.22	2.96	1.49	1.54	5.46	5.13
11	1957.91	3.03	3.19	1.47	1.66	5.31	5.53
12	1959.20	2.86	3.41	1.46	1.78	5.20	5.92
13	1960.49	2.73	2.91	1.43	1.53	5.16	5.38
14	1961.78	2.55	2.73	1.39	1.45	5.14	5.26
15	1963.07	2.40	2.54	1.32	1.37	5.17	5.13
16	1964.36	2.32	2.56	1.23	1.38	5.22	5.27
17	1965.65	2.25	2.49	1.11	1.35	5.24	5.27
18	1966.95	2.15	2.44	0.99	1.34	5.19	5.32
19	1968.24	2.02	2.56	0.87	1.40	5.11	5.58
20	1969.53	1.93	2.59	0.76	1.42	5.00	5.72
21	1970.82	1.93	2.60	0.66	1.43	4.89	5.84
22	1972.11	2.00	2.59	0.60	1.43	4.78	5.93
23	1973.40	2.11	2.60	0.58	1.44	4.74	6.04
24	1974.69	2.23	2.56	0.60	1.47	4.75	5.97
25	1975.98	2.30	2.52	0.64	1.50	4.77	5.87
26	1977.27	2.30	2.49	0.69	1.52	4.77	5.86
27	1978.57	2.26	2.48	0.73	1.53	4.78	5.88
28	1979.86	2.17	2.46	0.76	1.55	4.72	5.89
29	1981.15	2.00	2.44	0.80	1.57	4.59	5.88
30	1982.44	1.78	2.43	0.84	1.58	4.43	5.95
31	1983.73	1.59	2.42	0.87	1.60	4.31	5.99
32	1985.02	1.49	2.41	0.89	1.61	4.24	6.03
33	1986.31	1.48	2.39	0.90	1.63	4.22	6.05
34	1987.60	1.53	2.38	0.91	1.64	4.28	6.08
35	1988.89	1.62	2.42	0.93	1.68	4.50	6.17
36	1990.18	1.78	2.59	1.00	1.78	4.81	6.42
37	1991.47	1.92	2.68	1.10	1.85	5.15	6.57
38	1992.77	2.09	2.75	1.21	1.90	5.48	6.70
39	1994.06	2.26	2.81	1.32	1.95	5.79	6.81
40	1995.35	2.43	2.88	1.43	2.00	6.05	6.94
41	1996.64	2.59	2.91	1.55	2.04	6.26	7.02
42	1997.93	2.75	2.94	1.67	2.07	6.52	7.10
43	1999.22	2.89	2.98	1.78	2.11	6.76	7.19
44	2000.51	2.95	3.03	1.86	2.16	6.92	7.30
45	2001.80	2.92	3.08	1.88	2.20	6.88	7.40
46	2003.09	2.77	3.12	1.82	2.24	6.61	7.50
47	2004.38	2.50	2.34	1.68	1.67	6.13	5.64
48	2005.67	2.14	1.93	1.48	1.37	5.46	4.65
49	2006.97	1.73	1.51	1.26	1.06	4.61	3.64
50	2008.26	1.30	1.33	1.03	0.94	3.67	3.23

11. Apéndices

Apéndice B.2: Estimaciones Paramétricas de λ

Tabla 11.8: Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 1 del Atlántico Norte.

	Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S
1	1945.72	0.55	1.26	39	1973.27	2.21	2.98	77	1995.12	2.20	2.97
2	1949.62	0.47	1.02	40	1973.80	2.18	2.90	78	1995.23	2.22	3.05
3	1950.78	0.49	1.04	41	1975.41	2.07	2.61	79	1995.55	2.26	3.71
4	1951.77	0.53	1.18	42	1976.55	2.00	2.77	80	1995.86	2.31	4.39
5	1952.68	0.58	1.27	43	1976.90	1.97	3.23	81	1996.03	2.33	4.10
6	1955.04	0.75	1.40	44	1977.64	1.92	3.19	82	1996.54	2.40	3.42
7	1956.66	0.91	1.66	45	1977.66	1.92	3.10	83	1996.54	2.40	3.20
8	1957.68	1.03	2.08	46	1977.77	1.91	2.95	84	1996.66	2.42	3.37
9	1958.59	1.14	2.35	47	1978.50	1.86	2.80	85	1997.46	2.54	3.46
10	1958.76	1.16	1.98	48	1978.94	1.83	2.86	86	1997.50	2.54	3.77
11	1959.18	1.22	1.53	49	1979.37	1.80	2.94	87	1998.86	2.73	4.97
12	1959.28	1.23	1.55	50	1979.73	1.78	3.08	88	1998.95	2.74	5.25
13	1959.63	1.28	1.97	51	1980.61	1.73	3.15	89	1999.23	2.77	4.67
14	1959.84	1.31	2.16	52	1980.69	1.73	3.27	90	2000.70	2.90	4.57
15	1960.51	1.41	2.24	53	1980.69	1.73	3.19	91	2000.84	2.91	4.92
16	1961.95	1.61	2.41	54	1981.60	1.68	2.88	92	2001.85	2.94	5.47
17	1965.56	2.06	2.96	55	1981.68	1.68	2.82	93	2001.88	2.94	5.53
18	1965.85	2.09	3.11	56	1982.01	1.66	2.70	94	2002.12	2.93	5.25
19	1966.39	2.14	3.23	57	1983.66	1.61	2.56	95	2002.23	2.93	5.07
20	1966.98	2.18	3.45	58	1983.73	1.61	2.46	96	2002.91	2.89	4.66
21	1967.64	2.23	3.58	59	1985.05	1.59	2.15	97	2003.51	2.82	4.06
22	1967.68	2.23	3.52	60	1985.12	1.58	2.09	98	2003.55	2.81	4.12
23	1967.80	2.23	3.52	61	1985.52	1.58	2.29	99	2003.70	2.79	4.70
24	1967.91	2.24	3.06	62	1985.53	1.58	2.32	100	2004.79	2.57	4.92
25	1968.16	2.25	2.33	63	1986.55	1.59	2.39	101	2004.97	2.53	4.95
26	1968.27	2.26	2.23	64	1987.59	1.60	2.78	102	2005.51	2.37	4.64
27	1968.54	2.27	2.85	65	1988.65	1.64	3.06	103	2005.84	2.27	4.81
28	1968.88	2.28	3.53	66	1989.68	1.68	3.09	104	2005.85	2.27	5.05
29	1969.54	2.29	3.91	67	1989.90	1.70	2.87	105	2005.99	2.22	4.54
30	1969.78	2.29	4.14	68	1990.49	1.73	2.80	106	2006.14	2.17	3.96
31	1969.92	2.29	4.08	69	1990.85	1.76	3.29	107	2006.80	1.93	3.70
32	1969.99	2.29	3.51	70	1990.85	1.76	3.69	108	2006.87	1.91	4.15
33	1970.16	2.29	2.91	71	1990.88	1.76	3.69	109	2006.98	1.87	4.08

11. Apéndices

34	1971.43	2.28	2.71	72	1990.92	1.76	3.53	110	2007.97	1.48	2.92
35	1971.47	2.28	2.90	73	1992.96	1.94	3.48	111	2008.16	1.41	2.70
36	1971.66	2.27	2.88	74	1993.73	2.03	3.41	112	2008.84	1.15	2.62
37	1972.17	2.25	2.67	75	1993.79	2.04	3.25	113	2008.98	1.09	2.75
38	1972.61	2.24	2.80	76	1994.63	2.14	3.11				

Tabla 11.9: Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2 del Atlántico Norte.

	Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S
1	1945.67	0.69	1.72	23	1969.67	0.76	1.73	45	1992.93	1.39	1.96
2	1946.57	0.78	1.54	24	1969.91	0.75	1.72	46	1992.96	1.39	2.00
3	1947.43	0.85	1.36	25	1970.92	0.74	1.47	47	1993.95	1.43	1.93
4	1949.66	1.02	1.54	26	1971.75	0.73	1.18	48	1995.22	1.47	1.90
5	1950.71	1.08	1.68	27	1972.67	0.73	1.01	49	1995.83	1.48	2.15
6	1950.75	1.08	1.72	28	1974.80	0.73	1.08	50	1995.87	1.48	2.51
7	1951.73	1.12	1.80	29	1975.85	0.73	1.16	51	1998.85	1.45	2.85
8	1952.56	1.15	1.68	30	1976.70	0.74	1.20	52	1998.88	1.45	3.15
9	1954.55	1.16	1.59	31	1976.88	0.74	1.32	53	1999.00	1.44	3.22
10	1954.57	1.16	1.67	32	1978.80	0.77	1.46	54	1999.02	1.44	2.88
11	1954.76	1.16	1.65	33	1979.81	0.80	1.60	55	1999.87	1.40	2.43
12	1955.57	1.16	1.68	34	1980.68	0.82	1.63	56	2000.15	1.38	2.47
13	1955.61	1.15	1.52	35	1980.95	0.83	1.47	57	2000.16	1.38	2.54
14	1957.23	1.12	1.09	36	1981.15	0.83	1.38	58	2001.16	1.30	2.42
15	1960.33	1.03	1.09	37	1981.83	0.85	1.42	59	2002.12	1.21	2.37
16	1962.61	0.94	1.45	38	1985.00	0.98	1.54	60	2002.98	1.12	2.41
17	1962.80	0.94	1.63	39	1986.85	1.07	1.74	61	2004.08	0.99	2.46
18	1963.47	0.91	1.60	40	1989.67	1.22	1.98	62	2004.86	0.89	2.28
19	1963.76	0.90	1.65	41	1989.77	1.23	1.92	63	2005.87	0.75	1.95
20	1963.92	0.90	1.67	42	1990.68	1.28	2.10	64	2007.97	0.49	1.33
21	1965.79	0.84	1.52	43	1990.85	1.29	2.27	65	2008.77	0.40	0.96
22	1967.70	0.79	1.55	44	1992.14	1.35	2.10				

11. Apéndices

Tabla 11.10: Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 3 del Atlántico Norte.

	Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S
1	1945.13	0.36	0.41	29	1959.68	1.53	2.74	57	1982.62	0.89	1.58
2	1947.78	1.57	1.93	30	1960.60	1.43	2.21	58	1984.70	0.81	1.36
3	1948.50	1.95	2.68	31	1961.32	1.37	1.93	59	1985.13	0.79	1.41
4	1948.63	2.01	3.14	32	1961.59	1.35	2.17	60	1986.83	0.74	1.61
5	1948.70	2.05	3.70	33	1961.73	1.34	2.47	61	1987.78	0.72	1.62
6	1949.70	2.46	4.25	34	1962.81	1.27	2.37	62	1989.73	0.71	1.25
7	1950.49	2.67	3.76	35	1963.52	1.24	2.13	63	1990.68	0.71	1.02
8	1950.53	2.67	3.70	36	1964.61	1.20	1.91	64	1992.75	0.77	1.28
9	1950.56	2.68	4.36	37	1964.73	1.20	1.89	65	1994.85	0.89	1.73
10	1950.78	2.72	4.59	38	1964.80	1.20	1.72	66	1995.49	0.94	1.68
11	1950.79	2.72	3.80	39	1966.13	1.18	1.56	67	1995.79	0.97	1.95
12	1951.06	2.75	3.49	40	1966.56	1.18	1.83	68	1995.92	0.98	2.26
13	1951.44	2.78	4.70	41	1969.52	1.19	2.35	69	1996.04	0.99	2.24
14	1951.47	2.78	6.14	42	1969.63	1.19	2.69	70	1996.83	1.08	2.57
15	1952.46	2.76	6.65	43	1969.78	1.19	2.46	71	1997.75	1.19	2.79
16	1952.59	2.75	6.59	44	1970.44	1.19	2.11	72	1999.70	1.46	2.95
17	1953.51	2.62	5.74	45	1970.66	1.19	2.15	73	1999.97	1.50	3.19
18	1953.54	2.62	5.45	46	1973.73	1.20	1.99	74	2000.86	1.61	3.83
19	1953.59	2.61	5.20	47	1974.62	1.19	1.57	75	2001.94	1.70	4.30
20	1954.51	2.44	4.26	48	1975.63	1.17	1.54	76	2003.02	1.70	4.73
21	1955.38	2.26	3.79	49	1975.75	1.17	1.69	77	2003.71	1.64	4.57
22	1955.56	2.22	4.25	50	1976.52	1.15	1.77	78	2003.95	1.61	4.60
23	1955.57	2.22	4.72	51	1976.64	1.14	1.99	79	2003.98	1.60	4.99
24	1955.73	2.19	4.21	52	1977.66	1.11	1.97	80	2004.89	1.41	4.63
25	1956.38	2.05	3.29	53	1977.75	1.11	2.01	81	2005.94	1.09	3.70
26	1958.49	1.68	2.97	54	1979.71	1.03	2.17	82	2005.97	1.09	3.01
27	1958.51	1.68	3.65	55	1980.71	0.98	2.13	83	2007.59	0.54	1.08
28	1958.64	1.66	3.48	56	1980.83	0.98	1.90				

11. Apéndices

Tabla 11.11: Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 4 del Atlántico Norte.

	Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S
1	1945.57	0.65	0.79	20	1963.84	0.75	0.84	39	1995.72	1.30	1.39
2	1946.70	0.82	0.93	21	1964.62	0.70	0.76	40	1995.84	1.31	1.47
3	1948.59	1.08	1.14	22	1964.70	0.70	0.75	41	1996.01	1.32	1.44
4	1948.70	1.09	1.16	23	1964.76	0.70	0.77	42	1996.81	1.37	1.42
5	1949.71	1.20	1.25	24	1965.69	0.65	0.75	43	1996.90	1.37	1.48
6	1950.46	1.27	1.27	25	1966.84	0.59	0.71	44	1998.94	1.45	1.59
7	1950.61	1.28	1.32	26	1974.74	0.41	0.51	45	1999.84	1.45	1.56
8	1951.58	1.34	1.44	27	1975.88	0.41	0.50	46	1999.93	1.45	1.59
9	1952.85	1.38	1.49	28	1978.74	0.42	0.53	47	1999.96	1.45	1.58
10	1953.59	1.38	1.45	29	1979.80	0.43	0.56	48	2000.27	1.44	1.49
11	1954.83	1.35	1.36	30	1981.83	0.47	0.60	49	2001.02	1.41	1.49
12	1955.47	1.33	1.29	31	1982.85	0.50	0.60	50	2002.08	1.35	1.50
13	1956.96	1.24	1.23	32	1984.83	0.57	0.66	51	2003.06	1.25	1.46
14	1957.27	1.22	1.27	33	1985.91	0.61	0.73	52	2003.92	1.15	1.38
15	1957.66	1.19	1.31	34	1988.87	0.78	0.91	53	2004.81	1.03	1.23
16	1958.77	1.11	1.23	35	1988.91	0.78	0.91	54	2004.91	1.02	1.17
17	1959.79	1.03	1.11	36	1989.07	0.79	0.90	55	2005.63	0.91	1.05
18	1961.67	0.89	0.98	37	1989.83	0.84	0.94	56	2008.93	0.42	0.57
19	1961.70	0.89	0.99	38	1991.85	0.99	1.07	57	2008.95	0.42	0.60

Tabla 11.12: Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 5 del Atlántico Norte.

	Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S
1	1947.58	0.23	0.23	9	1969.48	0.35	0.40	17	1998.89	0.38	0.76
2	1950.54	0.45	0.57	10	1971.60	0.37	0.40	18	2003.65	0.80	2.70
3	1951.55	0.48	0.78	11	1977.56	0.36	0.38	19	2004.66	0.85	2.47
4	1955.67	0.42	0.65	12	1979.56	0.33	0.36	20	2005.37	0.86	2.15
5	1958.44	0.35	0.46	13	1980.43	0.31	0.39	21	2005.72	0.85	2.57
6	1960.55	0.32	0.39	14	1988.64	0.19	0.24	22	2005.87	0.84	2.15
7	1961.59	0.32	0.38	15	1989.66	0.18	0.20	23	2007.56	0.65	1.00
8	1967.64	0.33	0.39	16	1992.54	0.19	0.19	24	2007.63	0.63	0.98

11. Apéndices

Tabla 11.13: Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 2 y 3 del Atlántico Norte.

	Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S
1	1945.13	0.83	1.01	51	1961.93	2.32	3.14	101	1987.80	1.63	2.36
2	1945.67	1.14	1.66	52	1962.53	2.28	2.95	102	1987.90	1.64	2.31
3	1946.57	1.74	2.46	53	1962.64	2.27	2.94	103	1988.81	1.67	2.31
4	1947.43	2.36	2.83	54	1962.81	2.26	3.06	104	1988.94	1.68	2.42
5	1947.79	2.61	2.93	55	1962.98	2.25	3.00	105	1988.98	1.68	2.41
6	1948.51	3.08	3.43	56	1963.74	2.22	2.78	106	1989.89	1.74	2.22
7	1948.64	3.15	3.74	57	1963.86	2.21	2.71	107	1990.27	1.77	2.26
8	1948.72	3.20	4.00	58	1963.93	2.21	2.77	108	1991.07	1.84	2.50
9	1949.67	3.65	4.58	59	1964.86	2.18	2.65	109	1991.09	1.85	2.45
10	1949.72	3.67	4.50	60	1965.26	2.17	2.49	110	1991.98	1.96	2.51
11	1950.50	3.89	4.30	61	1965.70	2.17	2.62	111	1992.08	1.97	2.53
12	1950.54	3.90	4.27	62	1966.78	2.16	2.83	112	1993.35	2.18	2.79
13	1950.57	3.91	4.63	63	1968.67	2.17	3.01	113	1993.96	2.30	3.11
14	1950.72	3.94	4.75	64	1968.74	2.17	3.24	114	1994.00	2.31	3.37
15	1950.77	3.94	4.69	65	1968.78	2.17	3.30	115	1994.08	2.32	3.25
16	1950.79	3.95	4.70	66	1968.92	2.17	3.22	116	1994.73	2.46	3.14
17	1950.80	3.95	4.34	67	1968.99	2.17	3.03	117	1995.03	2.53	3.42
18	1951.18	3.99	4.17	68	1969.59	2.17	2.83	118	1995.16	2.57	3.70
19	1951.57	4.01	4.84	69	1969.81	2.17	2.87	119	1995.27	2.59	3.69
20	1951.60	4.01	5.33	70	1970.00	2.17	2.88	120	1996.06	2.79	4.06
21	1951.74	4.01	5.08	71	1970.83	2.18	2.63	121	1996.99	3.04	4.59
22	1952.57	3.96	5.04	72	1971.75	2.17	2.50	122	1997.01	3.04	4.73
23	1952.59	3.96	5.52	73	1972.90	2.16	2.55	123	1997.04	3.05	4.86
24	1952.71	3.95	5.68	74	1973.79	2.15	2.47	124	1997.15	3.08	4.95
25	1953.63	3.80	5.23	75	1973.88	2.15	2.43	125	1997.17	3.09	4.69
26	1953.67	3.79	5.10	76	1974.80	2.12	2.47	126	1998.03	3.30	4.58
27	1953.72	3.78	4.83	77	1974.92	2.12	2.58	127	1998.30	3.36	4.70
28	1954.57	3.59	4.29	78	1974.94	2.12	2.59	128	1998.31	3.36	4.66
29	1954.60	3.59	4.31	79	1975.69	2.09	2.43	129	1998.95	3.48	4.51
30	1954.63	3.58	4.38	80	1975.79	2.09	2.48	130	1999.22	3.51	4.58
31	1954.78	3.55	4.19	81	1975.81	2.08	2.75	131	1999.32	3.53	4.87
32	1955.50	3.38	3.90	82	1975.97	2.08	2.84	132	2000.11	3.57	5.22
33	1955.59	3.35	4.02	83	1976.83	2.04	2.68	133	2000.27	3.57	5.19

11. Apéndices

34	1955.63	3.34	4.36	84	1976.89	2.04	2.57	134	2001.13	3.47	4.78
35	1955.68	3.33	4.54	85	1976.92	2.03	2.66	135	2001.19	3.46	4.91
36	1955.69	3.33	4.59	86	1977.90	1.98	2.78	136	2001.22	3.45	5.51
37	1955.85	3.29	4.32	87	1978.77	1.93	2.80	137	2001.25	3.45	5.64
38	1956.50	3.14	3.39	88	1978.89	1.93	2.83	138	2001.94	3.24	4.91
39	1957.27	2.98	2.92	89	1979.04	1.92	2.65	139	2002.00	3.22	4.80
40	1957.61	2.91	3.43	90	1979.23	1.91	2.47	140	2002.19	3.14	4.99
41	1957.63	2.90	4.08	91	1979.89	1.87	2.56	141	2002.22	3.13	5.04
42	1957.77	2.88	3.97	92	1979.91	1.87	2.68	142	2003.02	2.72	4.45
43	1958.80	2.69	3.27	93	1980.01	1.86	2.58	143	2003.13	2.65	4.52
44	1959.38	2.60	2.98	94	1981.80	1.76	2.27	144	2004.18	1.97	3.58
45	1959.73	2.55	2.96	95	1983.10	1.70	2.14	145	2004.20	1.95	3.37
46	1960.44	2.46	2.83	96	1983.89	1.66	2.15	146	2005.13	1.33	2.09
47	1960.72	2.43	2.99	97	1984.32	1.65	2.16	147	2005.84	0.90	1.31
48	1960.85	2.42	3.13	98	1984.96	1.63	2.35	148	2005.92	0.85	1.19
49	1961.66	2.34	3.06	99	1986.03	1.62	2.52				
50	1961.86	2.32	3.15	100	1986.98	1.62	2.46				

Tabla 11.14: Estimaciones paramétricas de λ para una PPNH implementado en el número de ciclones tropicales de categoría 4 y 5 del Atlántico Norte.

	Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S		Tiempo	λ_L	λ_S
1	1945.57	0.74	0.96	28	1964.64	1.00	1.17	55	1996.08	1.82	2.11
2	1946.70	0.97	1.20	29	1964.72	1.00	1.13	56	1996.88	1.90	2.07
3	1947.59	1.15	1.31	30	1964.78	0.99	1.12	57	1996.97	1.91	2.08
4	1948.60	1.34	1.47	31	1965.72	0.92	1.08	58	1998.01	1.99	2.33
5	1948.72	1.37	1.58	32	1966.86	0.84	1.02	59	1998.21	2.00	2.38
6	1949.72	1.54	1.76	33	1967.83	0.78	0.97	60	1998.91	2.04	2.28
7	1950.47	1.65	1.76	34	1969.66	0.69	0.88	61	1999.00	2.04	2.22
8	1950.56	1.66	1.71	35	1971.79	0.62	0.77	62	1999.02	2.04	2.20
9	1950.62	1.67	1.75	36	1974.79	0.56	0.71	63	1999.34	2.05	2.17
10	1951.50	1.77	1.90	37	1975.94	0.56	0.73	64	2000.08	2.06	2.24
11	1951.59	1.78	1.98	38	1978.80	0.57	0.75	65	2001.15	2.03	2.35
12	1952.86	1.87	2.11	39	1979.79	0.58	0.78	66	2002.13	1.95	2.33
13	1953.60	1.89	2.09	40	1979.85	0.58	0.81	67	2002.98	1.86	2.21
14	1954.84	1.88	2.00	41	1980.66	0.60	0.83	68	2003.03	1.85	2.19

11. Apéndices

15	1955.49	1.85	1.95	42	1981.89	0.63	0.83	69	2003.88	1.72	2.08
16	1955.75	1.84	1.92	43	1982.92	0.67	0.83	70	2003.98	1.70	2.06
17	1956.97	1.75	1.76	44	1984.90	0.75	0.91	71	2004.01	1.70	2.04
18	1957.28	1.73	1.67	45	1985.98	0.82	1.00	72	2004.70	1.57	1.88
19	1957.67	1.69	1.77	46	1988.94	1.04	1.24	73	2004.75	1.56	1.88
20	1958.55	1.61	1.81	47	1988.98	1.04	1.26	74	2005.10	1.49	1.90
21	1958.78	1.58	1.75	48	1989.14	1.06	1.29	75	2005.25	1.46	1.84
22	1959.80	1.48	1.59	49	1989.90	1.13	1.39	76	2006.93	1.09	1.35
23	1960.68	1.38	1.52	50	1989.96	1.13	1.35	77	2007.01	1.08	1.30
24	1961.69	1.28	1.46	51	1991.91	1.34	1.45	78	2008.03	0.85	1.16
25	1961.72	1.28	1.46	52	1992.85	1.45	1.56	79	2008.26	0.80	1.16
26	1961.76	1.27	1.48	53	1995.80	1.79	2.00				
27	1963.86	1.07	1.29	54	1995.91	1.81	2.11				

Apéndice C: Verificación de Supuestos del Proceso Poisson

Apéndice C.1: Pruebas de Exponencialidad

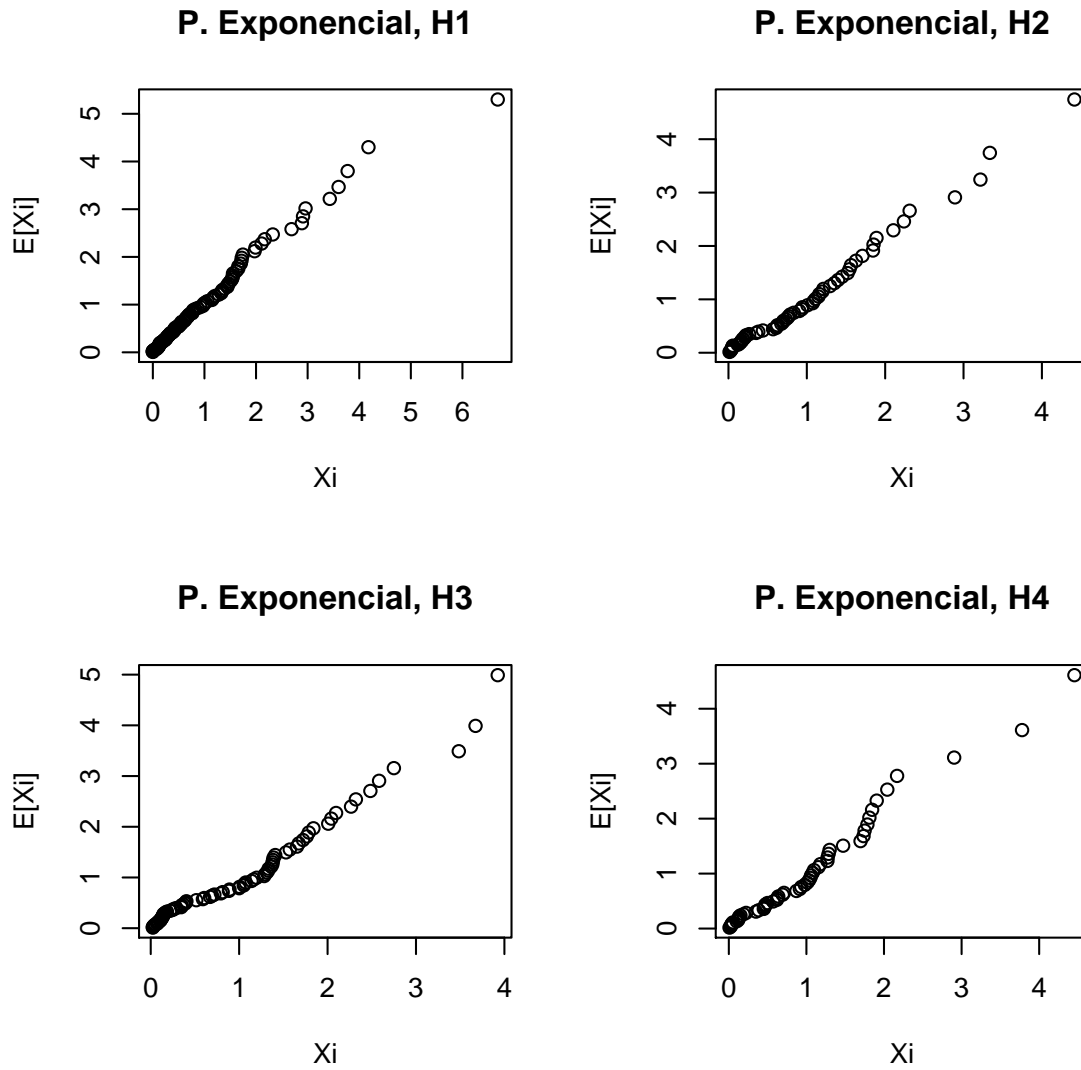


Figura 11.1: Gráfica de Probabilidad Exponencial.

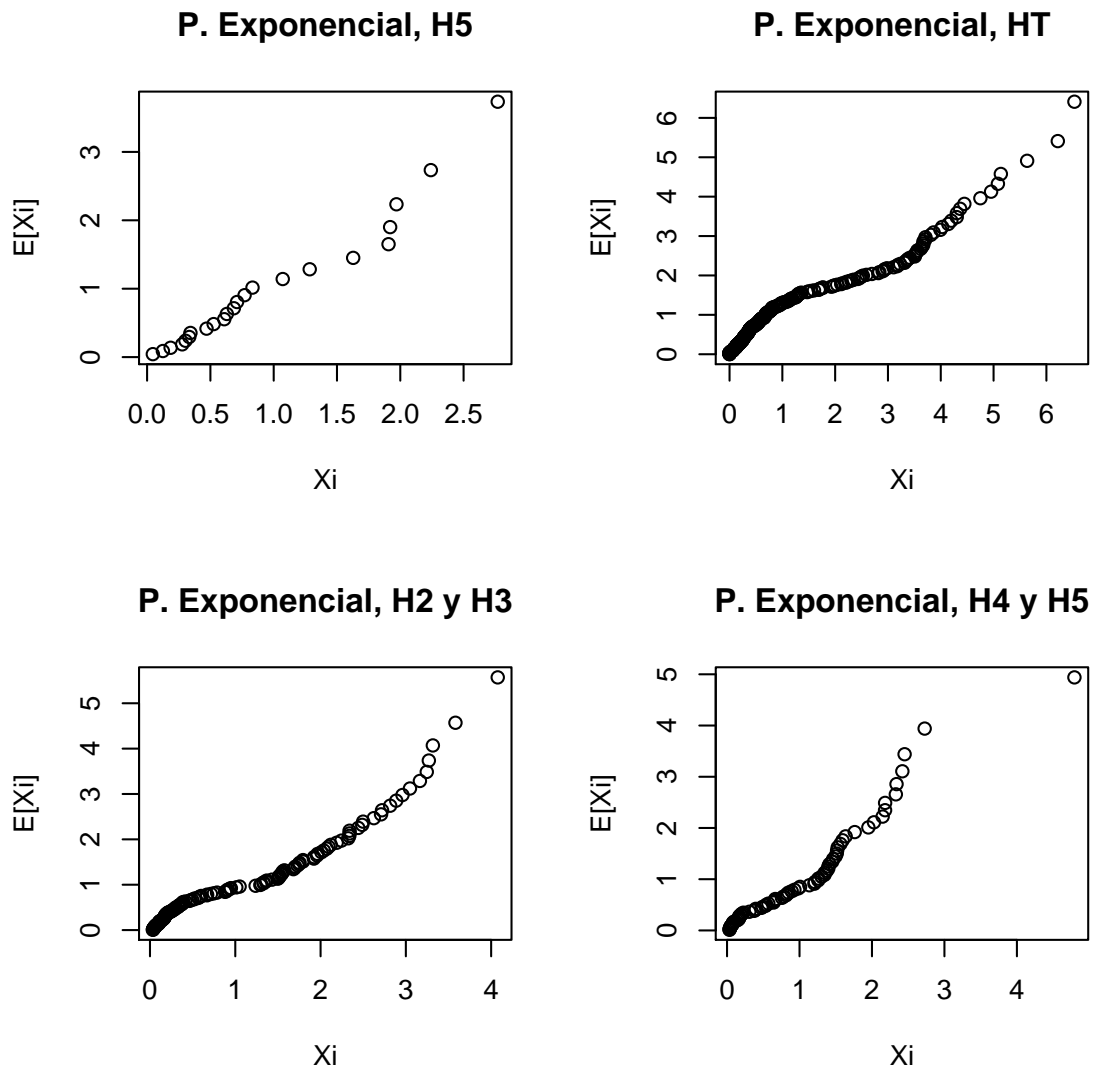


Figura 11.2: Gráfica de Probabilidad Exponencial.

Apéndice C.2: Pruebas de Correlación

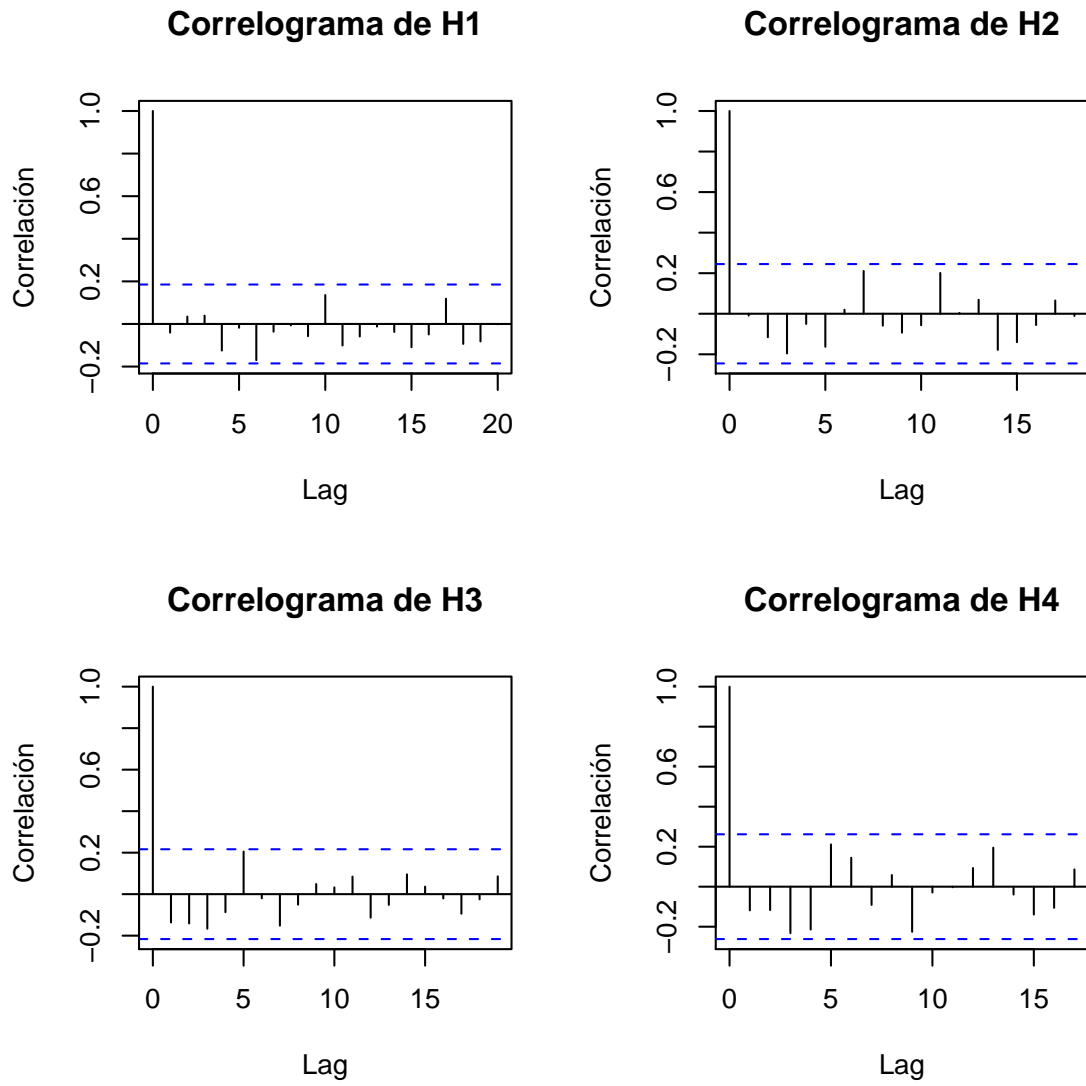


Figura 11.3: Correlogramas.

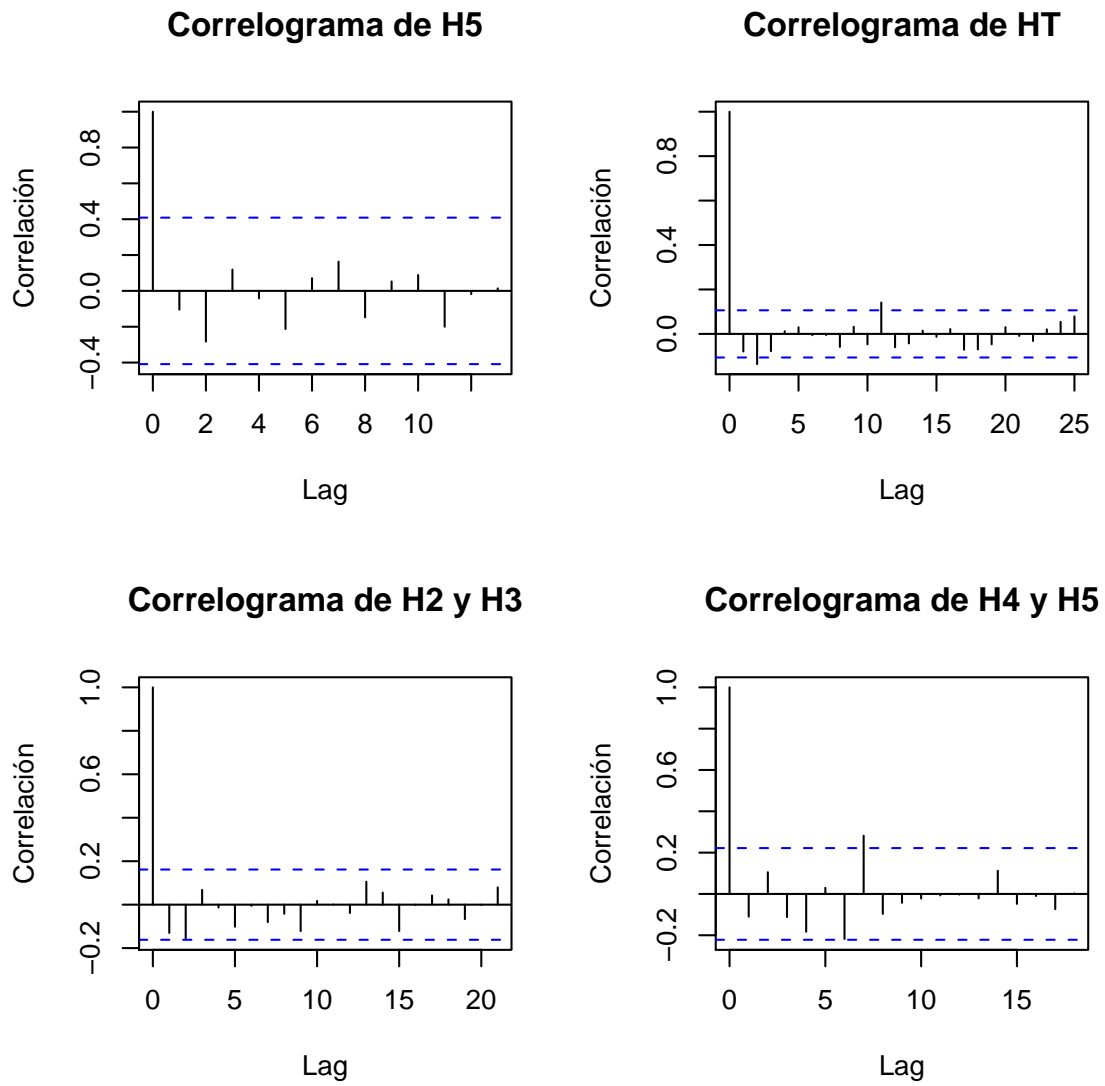


Figura 11.4: Correlogramas.

Apéndice D: Tendencias Estimadas de λ para un PPNH Implementado en el Número de Ciclones Tropicales del Atlántico Norte

Apéndice D.1: Estimación Tendencias Estimadas de λ para un PPNH con la estimación con Núcleos

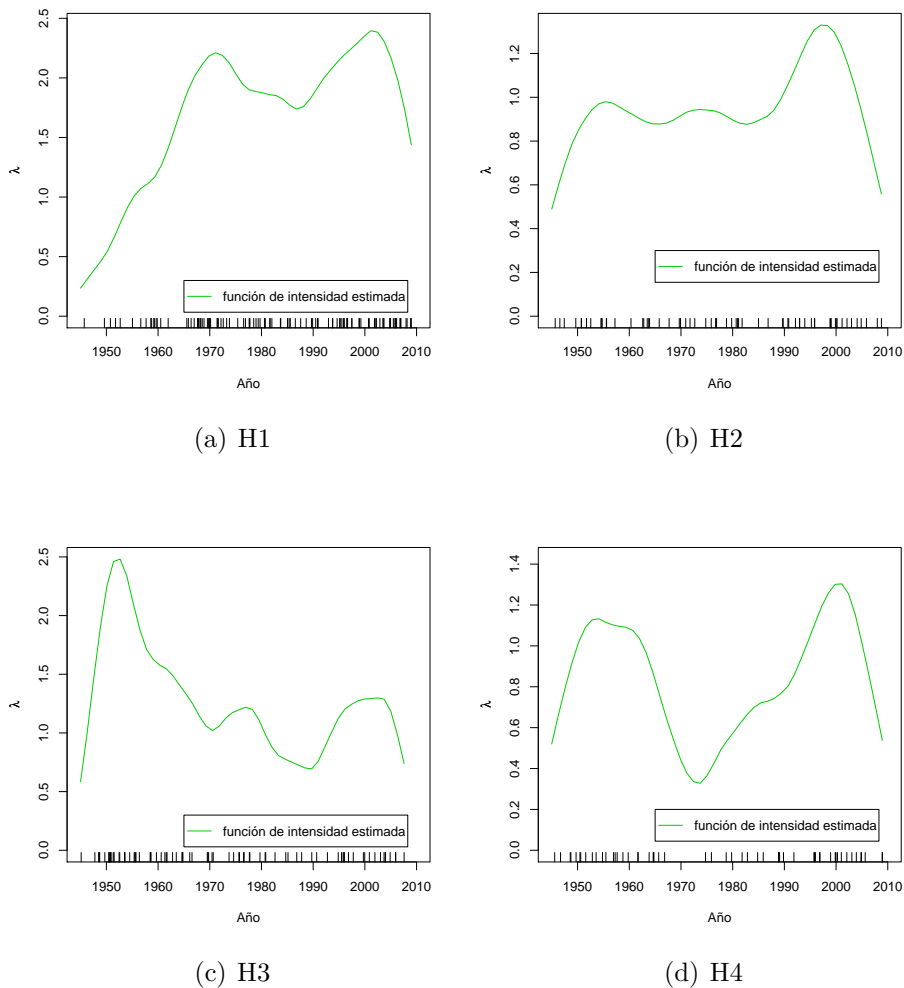
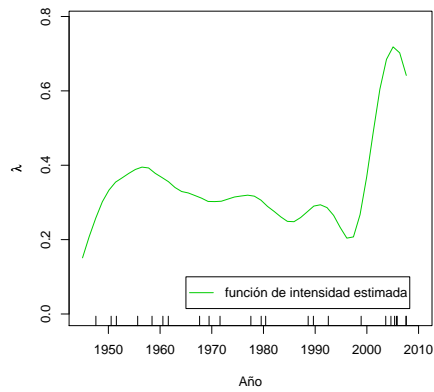
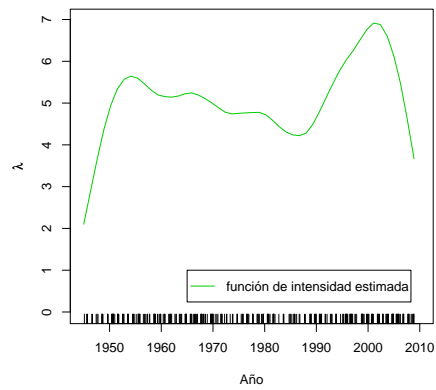


Figura 11.5: Estimación con Núcleos de λ de un PPNH para el número ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).

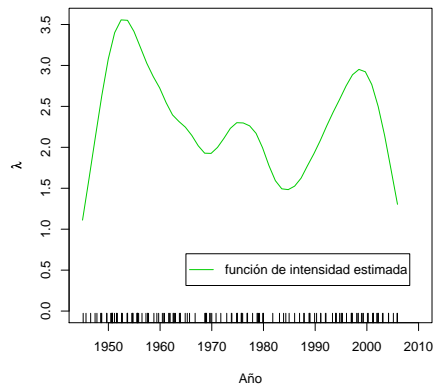
11. Apéndices



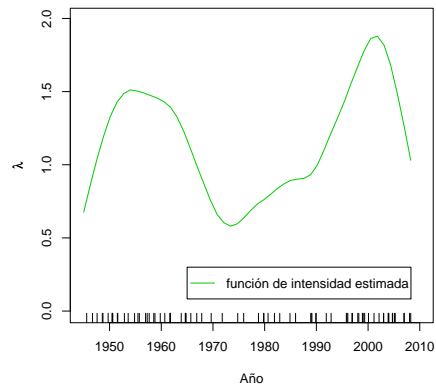
(a) H5



(b) HT



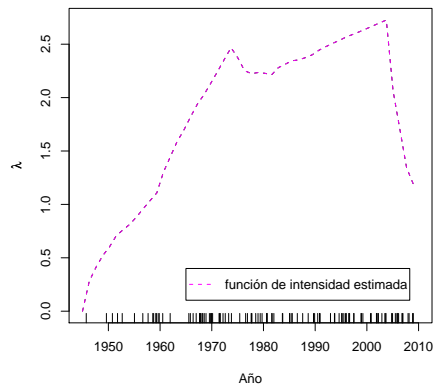
(c) H2 y H3



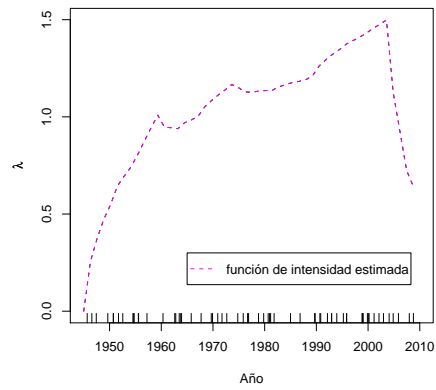
(d) H4 y H5

Figura 11.6: Estimación con Núcleos de λ de un PPNH para el número ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).

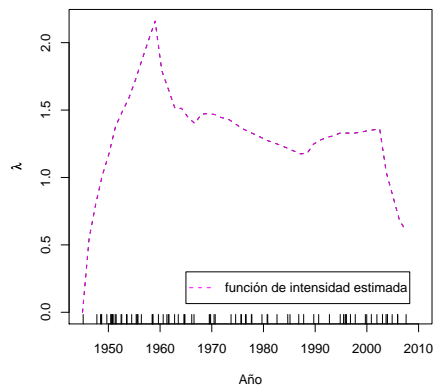
Apéndice D.2: Tendencias Estimadas con Onduletas de λ para un PPNH



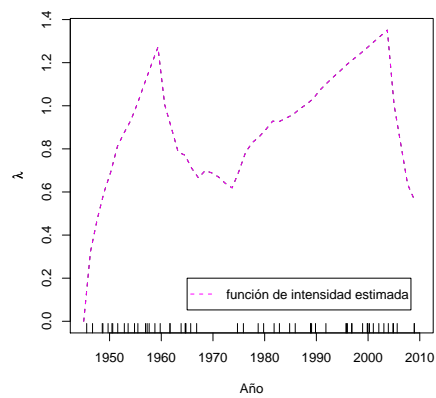
(a) H1



(b) H2



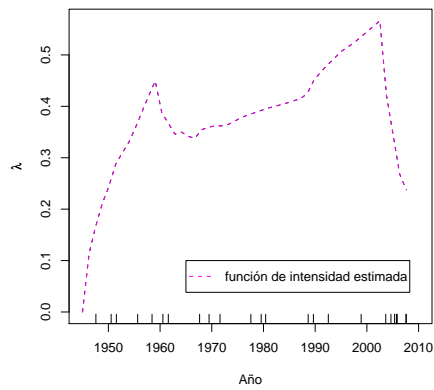
(c) H3



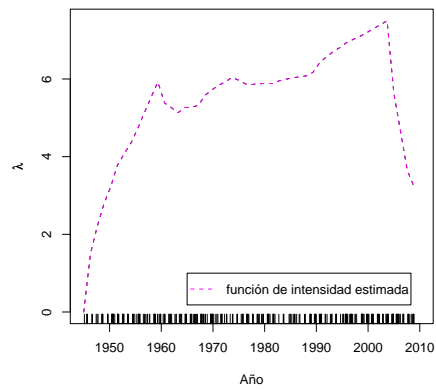
(d) H4

Figura 11.7: Estimación con onduletas de λ de un PPNH para el número ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).

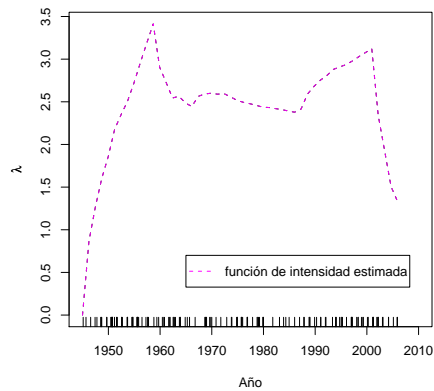
11. Apéndices



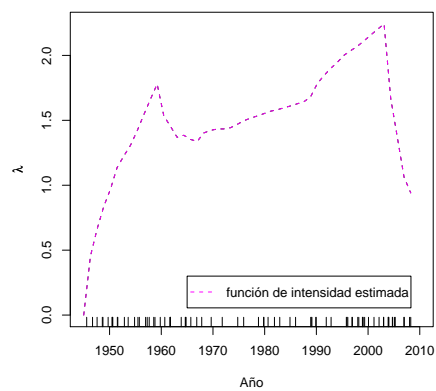
(a) H5



(b) HT



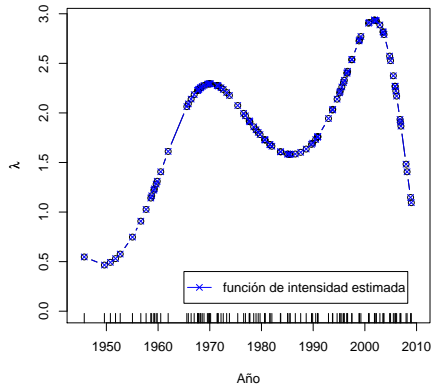
(c) H2 y H3



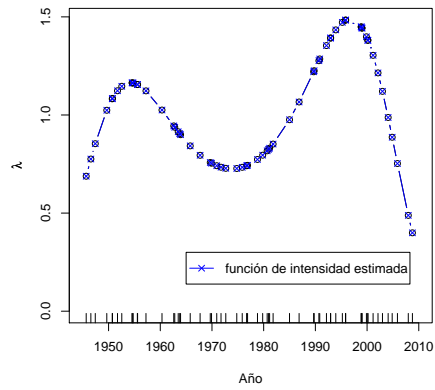
(d) H4 y H5

Figura 11.8: Estimación con onduletas de λ de un PPNH para el número ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).

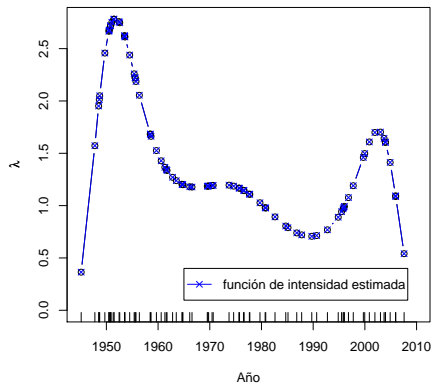
Apéndice D.3: Tendencias Estimadas de λ para un PPNH con el Modelo de Lewis



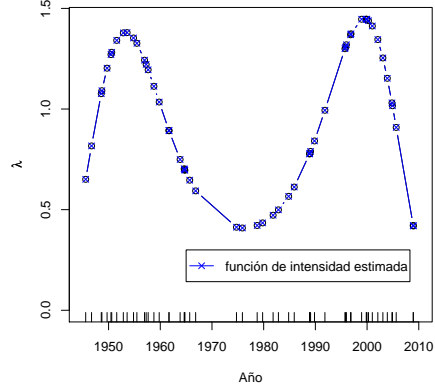
(a) H1



(b) H2



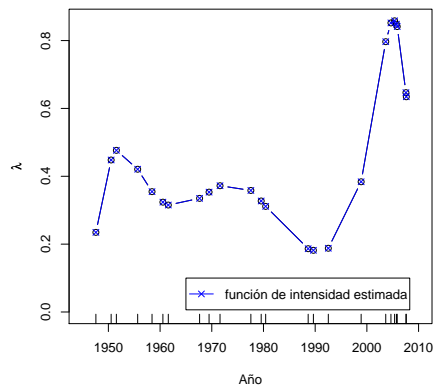
(c) H3



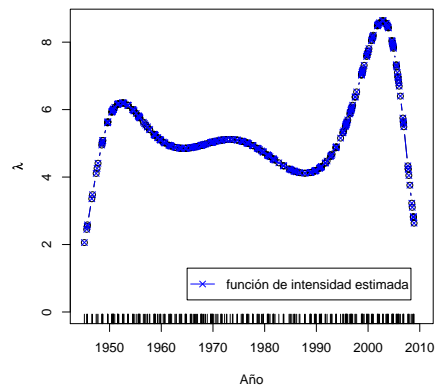
(d) H4

Figura 11.9: Estimación de λ con el modelo de [Lewis y Shedler \(1976\)](#), para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).

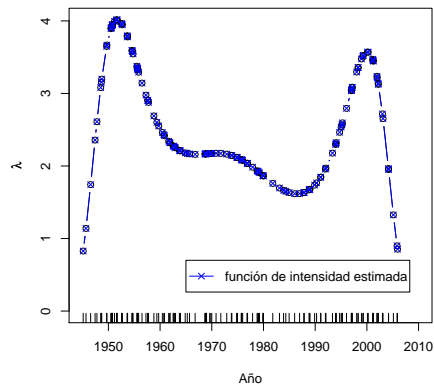
11. Apéndices



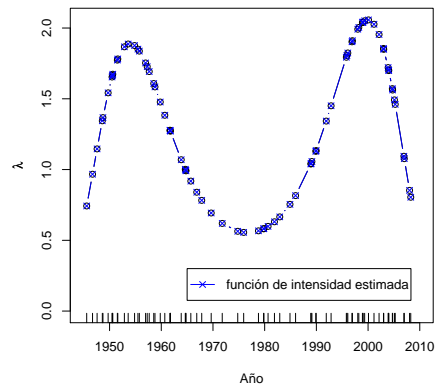
(a) H5



(b) HT



(c) H2 y H3



(d) H4 y H5

Figura 11.10: Estimación de λ con el modelo de [Lewis y Shedler \(1976\)](#), para un PPNH implementado en el número de ciclones tropicales del Atlántico Norte (1945-2008).

Apéndice E: Rutinas para obtener los Estimadores Paramétricos y No Paramétricos

Las rutinas que se presentan en esta sección funcionan en el paquete R-2.9.1 ó superior que puede obtenerse libremente desde la página web del proyecto R, <http://www.r-project.org>.

Apéndice E.1: Estimación con Núcleos

```
#-----  
#Calcula el núcleo propuesto por Diggle (1985)  
K=function(x)  
{  
  0.9375*(1-(x)^2)^2*(abs(x)<=1)  
}  
  
#Evalúa el sumando del estimador de densidad con Núcleos  
Kh=function(x,h)  
{  
  1/h*K(x/h)  
}  
  
#Función para estimar la función de intensidad mediante una densidad  
# con Núcleos (Wasserman, 2006).  
#xi es un vector de observaciones  
#x es un vector de datos en el que se evaluará la estimación  
hat_f.h=function(x,h,xi)  
{  
  suma=0;  
  for(i in 1:length(xi)) suma=suma+Kh(x-xi[i],h)  
  suma/length(xi)  
}  
  
#Lectura de datos para el vector de observaciones y el vector de datos  
xi=scan("C:/ti.data")  
xi_a=xi-1945
```

11. Apéndices

```
x=seq(0,3,length.out=50)*max(xi_a)/3+1945

#Estimación con Núcleos para cuatro anchos de banda
#"h" es el ancho de banda y se calcula para
#4 valores de acuerdo a la naturaleza de los datos
y1=rep(0,length(x))
h=7
for (j in 1:length(x))
{ y1[j]=hat_f.h(x[j],h,xi)*length(xi)}

y2=rep(0,length(x))
h=8
for (j in 1:length(x))
{ y2[j]=hat_f.h(x[j],h,xi)*length(xi)}

y3=rep(0,length(x))
h=9
for (j in 1:length(x))
{ y3[j]=hat_f.h(x[j],h,xi)*length(xi)}

y4=rep(0,length(x))
h=10
for (j in 1:length(x))
{ y4[j]=hat_f.h(x[j],h,xi)*length(xi)}

#Grafica la densidad con Núcleos para el vector de observaciones
plot(x,type="l",xlab="Año",ylab=expression(lambda), ylim=c(0,max(y2)),
xlim=c(1945,2010))
lines(x,y4,lwd=1,col=3)
rug(xi)
legend(1965, 0.3, c("función de intensidad estimada"),lwd=1,
      col=c(3),text.col = 1, lty = c(1),pch = c(-1),
      merge = TRUE)
#-----
```

11. Apéndices

Apéndice E.2: Estimación con Onduletas

```
#-----  
#Aquí se definen las funciones para la estimación con onduletas  
  
#Transforma un valor del vector de observaciones a  
#un dato múltiplo de "2"  
round.2=function(tr)  
{  
  nn=16  
  a=round(tr*2^nn)  
  tr=a/2^nn  
}  
  
#Asigna el valor de la función "phi" de acuerdo a una dato  
#múltiplo de "2" (Nievergelt, 1999)  
phi.f=function(b)  
{  
  if(b<=0|b>=3) phi.f=0 else  
  if(b==1) phi.f=((1+sqrt(3))/2) else  
  if(b==2) phi.f=((1-sqrt(3))/2) else  
  phi.f=h[1]*phi.f(2*b)+h[2]*phi.f(2*b-1)+h[3]*phi.f(2*b-2)+  
  h[4]*phi.f(2*b-3)  
}  
  
#Función para generar una base positiva de "phi" (Walter y Shen, 1998)  
pr1.f=function(t,n,r)  
{ suma=0;  
  for(i in 0:n) {suma =suma+ r^(abs(i))*phi.f(round.2(t-i))}  
}  
  
#Evalua la función de base positiva en el vector de datos "t"  
#ti es el vector de observaciones  
pr2.f=function(ti,n,N,m,r)  
{ pr2=0;  
  for(i in 1:N) {pr2=pr2+pr1.f(((2^m)*ti[i]-n),n,r)}  
}  
  
#Función para estimar la función de intensidad de un PPNH para un dato  
#"t" (Kuhl y Bhaïrgond, 2000)
```

11. Apéndices

```
landa.f=function(t,ti,n,N,m,r,h)
{ landat=0;
  for(i in 0:n)
    {landat=landat+pr2.f(ti,i,N,m,r)*(((1-r)/(1+r))^2)*(2^m)*
      pr1.f(((2^m)*t-i),n,r)}}

#Aquí se leen los datos
#ti es el vector de observaciones de los tiempos de arribo
#t es un vector de datos en el intervalo de "ti"
ti=scan("C:/ti.data")
ti_a=ti-1945
ti=(ti_a)/max(ti_a)*3
t=seq(0,3,length.out=50)

#Definición de las constantes para el proceso
#"n" es la traslación y su rango se selecciona de manera que la función
#de base positiva se pueda trasladar en todo el intervalo de los tiempos
#de arribo.
#"m" es la resolución y se selecciona de acuerdo al nivel de detalle deseado
#para la aproximación.
#"r" es una constante ( $0 < r < 1$ ) permitiendo que el valor de la función de
#base positiva sea mayor que 0.
#"h" es el vector de constantes positivas (Daubechies,1992)para la función
# recursiva "phi".
n=3
m=0.53
r=0.225
Ny=length(t)
N=length(ti)
y=rep(0,Ny)
h=rep(0,n+1)
  h[1]=(1+sqrt(3))/4
  h[2]=(3+sqrt(3))/4
  h[3]=(3-sqrt(3))/4
  h[4]=(1-sqrt(3))/4

#Evalua la estimación de la función de intensidad de un PPNH propuesta por
# Kuhl y Bhairggond (2000) en el vector de datos "t".
```


11. Apéndices

```
for (j in 1:Ny)
  {y[j]=landa.f(t[j],ti,n,N,m,r,h)}
y

#Grafica la estimación con Onduletas
xo=(t*max(ti_a)/3+1945)
yo=y*6/max(ti_a)
plot(xo,yo,type="l",lwd=1, lty = 2,xlab="Año",ylab=expression(lambda),
ylim=c(0,max(yo)), xlim=c(1945,2010))
lines(xo,yo,type = "l",lwd=1, lty = 2,col=6)
rug(ti*max(ti_a)/3+1945)
legend(1965, 0.3, c("función de intensidad estimada"),lwd=1,
      col=c(6),text.col = 1, lty = c(2),pch = c(-1),
      merge = TRUE)
#-----
```

Apéndice E.3: Modelo de Lewis

```
#-----
#Aquí se ejecuta el programa "eptren" desarrollado en fortran por Ogata y
#Katsura (1985). El procedimiento estima por máxima verosimilitud la
#función de intensidad de un PPNH basada en una Exponencial Polinomial
#(Maclean, 1974). El grado óptimo del polinomio se selecciona automática-
#mente mediante el criterio de selección de Akaike. Esta subrutina lee el
#vector de observaciones y ejecuta el programa empren desde el paquete "R"
dyn.load("C:/maclean.dll")
datos=scan("C:/ti.data")
datos=datos-1945
max_d=max(datos)
datos=datos/max(datos)
maclean.fit=function(nfunct,ipl,inn,t,nn,nb,ni,cycle,xx)
{
  npar=0
  par=rep(0,20)
  fit=.Fortran("maclean",as.integer(nfunct),as.integer(ipl),
              as.integer(inn),as.double(t),as.integer(nn),
              as.integer(nb),as.integer(ni),as.double(cycle),
```

11. Apéndices

```
        as.double(xx),npar=as.integer(npar),
        par=as.double(par))
    return(fit$par[1:fit$npar])
}
y=maclean.fit(nfunct=1,ipl=0,inn=10,t=round(max(datos))+1,nn=length(datos)
,nb=10,ni=1000,cycle=1.0,xx=datos)
dyn.unload("C:/maclean.dll")

#Evalua el modelo de Maclean(1974) en el vector de observaciones
EP1=rep(0,length(datos))
for (j in 1:length(datos))
  { suma=0
    EP1[j]=exp(for (i in 1:length(y))
      suma= y[i]*datos[j]^(i-1)+suma)
  }

#Grafica la estimación de la función de intensidad de un PPNH con el método
# de Lewis(1976) y MacLean(1974).
datos_t=datos*max_d+1945
plot( datos_t, EP1/max_d, type="b", xlab="Año", ylab=expression(lambda),
ylim=c(0,max(EP1/max_d)),xlim=c(1945,2010))
lines(datos_t,EP1/max_d,type="b",lwd=1,lty=1,pch=4,col=4)
rug(datos_t)
legend(1965,0.3,c("función de intensidad estimada"),lwd=1,
      col=c(4),text.col=1,lty=c(1),pch=c(4),merge=TRUE)
#-----
```

Apéndice E.4: Modelo de Smith

```
#-----
#Modelo Smith con Covariables (Completo)

datos=scan("C:/Users/tiempo")
s=scan("C:/Users/temperatura.data)
datos=datos-1945
max_d=max(datos)
t=datos/max(datos)
```

11. Apéndices

```
max_s=max(s)
s=s/max(s)
alpha=rep(0.1,3)

#Suma del término "t"
suma=function(alpha,t,s)
{
  suma=0;
  for (i in 1:length(t))
    suma=alpha[1]+alpha[2]*t[i]+alpha[3]*s[i] +suma
  return(suma)
}
suma(alpha,t,s)

#Función para calcular la verosimilitud del modelo de Smith
vrm=function(alpha,t,s)
{
  vrm_r=suma(alpha,t,s)-(1/alpha[2])*(exp(alpha[1]+alpha[2]*t[length(t)]
+alpha[3]*s[length(t)])-exp(alpha[1]))
  return(-vrm_r)
}
vrm(alpha,t,s)

#Funciones para obtener los estimadores de máxima verosimilitud
optim(alpha,vrm,t=t,s=s)
maximo<-optim(alpha,vrm,t=t,s=s,method=c("SANN"))
maximo

c=5000

#Estabilizador de estimaciones
m<-matrix(1:c,nrow=c)
ver=rep(0,c)
a1=rep(0,c)
a2=rep(0,c)
a3=rep(0,c)
```

11. Apéndices

```
for (i in 1:c)
{
  maximo<-optim(alpha,vrm,t=t,s=s,method=c("SANN"))
  ver[i]=maximo$value
  a1[i]=maximo$par[1]
  a2[i]=maximo$par[2]
  a3[i]=maximo$par[3]
}

d<-cbind(m,a1,a2,a3,ver)

rw=which.min(ver)
min(ver)
alpha_e=c(d[rw,2],d[rw,3],d[rw,4])
vrm_c=d[rw,5]
alpha_e

#Evaluación en t del modelo propuesto CON covariables(1994)
f_i=rep(0,length(t))
for (i in 0:length(t))
{
  f_i[i]=exp(alpha_e[1]+alpha_e[2]*t[i]+alpha_e[3]*s[i])/(max_s*max_d)
}

plot(f_i)

scatterplot3d(t,s,f_i)

#-----
#Modelo REDUCIDO Propuesto CON covariables de Smith

datos=scan("C:/Users/tiempo.data")
s=scan("C:/Users/temperatura.data")
datos=datos-1945
max_d=max(datos)
t=datos/max(datos)
s=s/max(s)
```

11. Apéndices

```
alpha=rep(1,2)

#Suma del término "t"
suma=function(alpha,t,s)
{
  suma=0;
  for (i in 1:length(t))
    suma=alpha[1]+alpha[2]*t[i] +suma
  return(suma)
}
suma(alpha,t,s)

#Función para calcular la verosimilitud del modelo Propuesto
vrm=function(alpha,t,s)
{
  vrm_r=suma(alpha,t,s)-alpha[2]*(exp(alpha[1]+alpha[2]*t[length(t)])
  -exp(alpha[1]))
  return(-vrm_r)
}
vrm(alpha,t,s)

#Funciones para obtener los estimadores de máxima verosimilitud
optim(alpha,vrm,t=t,s=s)
optim(alpha,vrm,t=t,s=s,method=c("SANN"))

alpha_e=optim(alpha,vrm,t=t,s=s,method=c("SANN"))$par
vrm_s=optim(alpha,vrm,t=t,s=s,method=c("SANN"))$value

#-----
#Ho:alpha_2=0
#Se rechaza Ho si valor_pc >p_value(1,0.95)
vrm_s-vrm_c
-2*log(vrm_s-vrm_c)
qchisq(0.95, 1, ncp=0)

#-----
```

Apéndice F: Rutinas para Verificar los Supuestos de un Proceso Poisson

```
#-----  
#Prueba de bondad de ajuste no paramétrica propuesta por Solow (1991)  
#La prueba requiere los tiempos de arribo estandarizados (t) y el vector  
# de coeficientes (y) obtenidos con el modelo de Lewis.  
  
fitmcl=function(t,y)  
{  
  suma=0;  
  for (i in 1:length(y))  
    suma= y[i]*t^(i-1)+suma  
  return(suma)  
}  
  
integrando=function(t,y)  
{  
  acumulado=exp(fitmcl(t,y))  
  return(acumulado)  
}  
  
integral=function(t,y,i)  
{  
  Integral_tao=integrate(integrando,  
    0,datos[i],y)$value  
  return(Integral_tao)  
}  
  
tao=rep(0,length(datos))  
for (i in 1:length(datos))  
  {  
    tao[i]=integral(datos[i],y,i)  
  }  
  
Xi=rep(0,length(datos)-1)  
for (i in 1:length(datos)-2)
```

11. Apéndices

```
{
  Xi[i+1]=tao[i+2]-tao[i+1]
}
Xi[1]=tao[1]
Xi_o=sort(Xi,decreasing = FALSE)

EXi=rep(0,length(Xi_o))
for (i in 1:length(Xi_o))
  {
    suma=0;
    j=length(Xi_o)-i+1
    for (j in j:length(Xi_o))
      {
        suma= 1/j+suma
      }
    EXi[i]=suma
  }
plot(Xi,EXi_H1,main="P. Exponencial, H1",xlab="Xi",ylab="E[Xi]")

#Análisis de Correlación Serial
#Los correlogramas se obtuvieron con la función "acf" y requiere
#como datos de entrada los tiempos entre arribos "Xi" que son
#calculados en la rutina de la prueba de exponencialidad.

acf(Xi_H1,lag.max=NULL,
    type = c("correlation"),
    plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE,
    main="Correlograma de H1",xlab="Lag",ylab="Correlación")

#-----
```